



# La dynamique atmosphérique des Céphéides et l'étalonnage des échelles de distance dans l'Univers

Nicolas Nardetto

## ► To cite this version:

Nicolas Nardetto. La dynamique atmosphérique des Céphéides et l'étalonnage des échelles de distance dans l'Univers. Astrophysique [astro-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2005. Français. NNT : . tel-00069295

**HAL Id: tel-00069295**

**<https://theses.hal.science/tel-00069295>**

Submitted on 17 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences  
Ecole Doctorale Sciences Fondamentales et Appliquées

# THESE

pour obtenir le titre de  
Docteur en Sciences  
de l'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis

Discipline : (ou spécialité) Sciences de l'Univers

présentée et soutenue par  
**Nicolas NARDETTO**

## La dynamique atmosphérique des Céphéides et l'étalonnage des échelles de distance dans l'univers

Thèse dirigée par **Denis MOURARD** et co-dirigée par **Philippe MATHIAS**  
soutenue le 28 Novembre 2005

Jury :

M. Julien BORGNINO	Université de Nice Sophia-Antipolis	<i>Président</i>
Mme. Marie-Jo GOUPIL	Observatoire de Paris	<i>Rapporteur</i>
M. Dimitar SASSELOV	Université de Harvard	<i>Rapporteur</i>
M. Claude CATALA	Observatoire de Paris	<i>Examineur</i>
M. Denis MOURARD	Observatoire de la Côte d'Azur	<i>Directeur</i>
M. Philippe MATHIAS	Observatoire de la Côte d'Azur	<i>Co-directeur</i>
M. Andrei FOKIN	Institut d'Astronomie de Moscou	<i>Invité</i>

Travaux effectués à l'UMR 6203/GEMINI, OCA, Av. N. Copernic, F-06130 Grasse



# Remerciements

La Thèse est une magnifique aventure en *Terra Incognita* dont le cheminement incertain ne se fait heureusement pas seul, mais en compagnie d’explorateurs avertis. Je voudrais remercier mes compagnons de voyage pour leur enseignement et leur soutien. Denis Mourard, mon directeur de Thèse : notre collaboration a commencé à Calern au GI2T durant mon stage de DEA, et je dois dire que son soutien sans faille, sa disponibilité, ses conseils avisés m’ont toujours été d’une aide précieuse. Je le remercie également pour ses qualités humaines rares et son enthousiasme dans le travail. Ensuite, je voudrais remercier Philippe Mathias pour m’avoir donné la passion de la physique stellaire et de la spectroscopie, d’abord en Maîtrise de Physique, puis en tant que co-directeur de Thèse. Enfin, la thèse aurait été bien peu de choses sans l’enseignement consciencieux et passionné d’Andrei Fokin sur l’hydrodynamique et la modélisation. Bien plus qu’un simple invité à la Thèse, je le considère véritablement comme un deuxième co-directeur de Thèse.

Pour continuer, je voudrais remercier les membres de mon jury de Thèse pour leur chaleur humaine ainsi que leurs critiques très appréciées : Marie-Jo Goupil, Julien Borgnino, Dimitar Sassellov et Claude Catala.

La thèse doit également beaucoup à mes collaborateurs scientifiques. Je pense en premier lieu à Pierre Kervella qui a eu la gentillesse de me guider dans le traitement et l’analyse des données VINCI/VLTI dès le début de ma thèse. Sa grande rigueur a toujours constitué une aide précieuse. David Bersier fut un soutien très avisé sur bon nombre de sujets. Je tiens également à remercier Antoine Mérand pour ses idées originales et en particulier pour la fameuse “méthode de la bi-gaussienne”. Je pense bien sûr également à Vincent Coudé Du Foresto, Eric Chapellier, Pascal Fouqué, Wolfgang Gieren et Denis Gillet.

Enfin, j’ai trouvé au sein de l’Observatoire de la Côte d’Azur et en particulier au coeur du laboratoire GEMINI, un environnement de travail chaleureux et motivant. Je remercie tout spécialement Pierre Exertier, notre directeur de laboratoire, pour m’avoir accueilli. Durant ma thèse, j’ai rencontré un grand nombre de personnes à Roquevignon d’abord, mais aussi à Calern et à Nice que je voudrais remercier. Je pense à Philippe Stee pour son enthousiasme légendaire, et en particulier je garderai toujours en mémoire le rythme effréné et surréaliste de sa présentation à la “Nuit Coupole Ouverte” à Calern ; Yves Rabbia pour “ne pas avoir rempli une cruche, mais pour avoir allumé un brasier” !. Je remercie également chaleureusement Daniel Bonneau, Olivier Chesneau, Pierre Cruzalebes, Alain Spang, Jean-Michel Clausse, Philippe Berio, Gilles Metris, Bertrand Chauvineau, Florent Deleflie, Danielle Le Contel, Frédéric Morand, Guy Merlin, Bernadette pour leur très sympathique compagnie. La liste n’est probablement pas complète, mais le coeur y est... Je voudrais aussi remercier l’ensemble du secrétariat ainsi que le service informatique pour leur aide précieuse. Un grand merci tout particulier à David Chapeau pour ses explications informatiques et son aide cruciale depuis le tout début de mon DEA.

A l’heure des remerciements je pense naturellement à mes “anciens” camarades de DEA : Sébastien Peirani ou devrais-je dire “suicideman” pour nos passionnantes parties d’échec, et bien sûr Eric Lagadec, Denis Garnier, Julien Frémaux, Sébastien Pezzagna et tous les autres pour leur soutien. Les parties de foot du dimanche matin resteront des moments forts ! Je pense également en ce qui concerne Roquevignon à Séphane Sacuto, Christophe Buisset, Anthony Meilland, Jonathan Weick et Mickael Dubreuil... plus d’une fois nous avons tenté de refaire le monde au soleil, après la digestion, sans succès ! Un merci tout particulier à Fabien Patru qui est en ce moment même en face de moi à scruter son écran (rédaction de thèse oblige !), et qui fût un joyeux voisin de bureau...

Je pense enfin à mes amis : Cédric Dingens pour les trop rares moments passés ensemble, Rossano Mol-fese dont le séjour à l'Observatoire fut malheureusement très bref (prends soin du cèdre!). Pour terminer, en coulisse, je voudrais remercier ma belle-famille et en particulier Jeanne ma belle-grand-mère pour avoir corrigé les fautes d'orthographe de la Thèse (je tiens à préciser qu'elle n'a pas corrigé les présent remerciements!). Je pense bien sûr à ma famille (petite et grande), et en particulier à Odette, ma grand-mère pour la parution de mon article sur la manchette "du progrès" dans la Loire, mes parents Régine et Jacques pour leur soutien sans faille, et enfin Julie ma petite sœur devenue professeur de Mathématiques... Enfin mes dernières pensées vont naturellement à Magali. Son cœur a dû battre au rythme des Céphéides pendant trois ans déjà, et je tiens à la remercier amoureusement pour sa patience, son soutien perpétuel, et en particulier pour m'avoir amené à l'Observatoire de très bonne heure, c'est le moins qu'on puisse dire..., durant de long mois d'hivers!

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>17</b>
<b>1 Les Céphéides et les distances dans l’Univers</b>	<b>19</b>
1.1 Les déterminations de distance dans l’Univers . . . . .	20
1.1.1 De la Terre aux étoiles les plus proches . . . . .	20
1.1.2 Du bras d’Orion à la Voie Lactée . . . . .	21
1.1.3 Du Groupe Local au superamas de la Vierge . . . . .	25
1.1.4 Les superamas voisins . . . . .	28
1.1.5 L’Univers lointain . . . . .	29
1.1.6 Cosmologie et distances . . . . .	30
1.2 La relation Période-Luminosité (P-L) des Céphéides . . . . .	32
1.2.1 Des propriétés physiques des Céphéides ... . . . .	33
1.2.2 ... A la relation Période-Luminosité . . . . .	39
1.3 Objectif de la thèse : étude du facteur de projection pour une nouvelle calibration spectro-interférométrique de la relation P-L . . . . .	42
1.3.1 La méthode spectro-interférométrique de la parallaxe de pulsation . . . . .	43
1.3.2 Le point clef du facteur de projection : importance de la modélisation . . . . .	44
<b>2 Les observations du Very Large Telescope Interferometer avec VINCI : l’étalonnage des échelles de distance dans l’univers</b>	<b>47</b>
2.1 La puissance de l’interférométrie . . . . .	48
2.2 La détermination de distance de 7 Céphéides galactiques . . . . .	52
2.2.1 Les visibilitées brutes . . . . .	52
2.2.2 Les visibilitées calibrées . . . . .	56
2.2.3 Détermination des diamètres angulaires . . . . .	59
2.2.4 Détermination des distances : la méthode de la parallaxe de pulsation . . . . .	62
2.2.5 <i>Cepheid distances from long-baseline interferometry : I. VINCI/VLTI observations of seven Galactic Cepheids</i> . . . . .	66
2.3 Calibration des relations Période-Rayon, Période-Luminosité et “Brillance de Surface”	84
2.4 Les incertitudes liées à la méthode de la parallaxe de pulsation et à la relation P-L .	91
2.5 Le survey AMBER . . . . .	92
2.6 Importance du facteur de projection . . . . .	94

<b>3</b>	<b>Observations à haute résolution spectrale HARPS : pour une meilleure compréhension du facteur de projection</b>	<b>97</b>
3.1	Un <i>modèle géométrique simple</i> pour introduire le facteur de projection . . . . .	98
3.1.1	Effet de projection géométrique . . . . .	98
3.1.2	Effet de l'Assombrissement Centre-Bord (ACB) . . . . .	100
3.1.3	Effet de la rotation . . . . .	102
3.1.4	Effet lié à la largeur intrinsèque du profil de la raie . . . . .	104
3.2	Observations spectrométriques HARPS de 10 Céphéides . . . . .	107
3.2.1	L'asymétrie des raies spectrales et la dynamique atmosphérique . . . . .	108
3.2.2	<i>High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination :</i> <i>I. Line asymmetry</i> . . . . .	117
3.3	Conclusion et perspectives . . . . .	134
3.3.1	Effet des gradients de vitesse sur le facteur de projection . . . . .	134
3.3.2	Etude multi-raies HARPS pour la détermination des gradients de vitesse . . .	134
<b>4</b>	<b>Une analyse théorique de la dynamique atmosphérique des Céphéides</b>	<b>139</b>
4.1	Le modèle hydrodynamique d'Andrei Fokin . . . . .	140
4.1.1	Equations de base . . . . .	141
4.1.2	Le modèle statique . . . . .	142
4.1.3	Le modèle hydrodynamique . . . . .	143
4.1.4	Le transfert de rayonnement : profils spectraux et d'intensité . . . . .	144
4.1.5	Les différents modèles dans le monde . . . . .	144
4.2	Le facteur de projection et la dynamique atmosphérique des Céphéides . . . . .	145
4.2.1	Modélisation de $\delta$ Cep. . . . .	146
4.2.2	Un facteur de projection adapté à la méthode de la parallaxe de pulsation . .	150
4.2.3	<i>Self-consistent modelling of the projection factor for interferometric distances determination</i> . . . . .	155
4.2.4	Vers une confirmation spectro-interférométrique du facteur de projection . . .	163
4.2.5	<i>Probing the dynamical structure of Cepheid's atmosphere</i> . . . . .	171
4.3	Conclusion et perspectives . . . . .	179
4.3.1	Impact des gradients de vitesse sur le facteur de projection et sur les résultats VINCI . . . . .	179
4.3.2	Le facteur de projection et la période de l'étoile . . . . .	180
<b>5</b>	<b>Perspectives</b>	<b>181</b>
5.1	La détermination de distance des Céphéides . . . . .	181
5.1.1	La détermination de distance des Céphéides galactiques avec GAIA . . . . .	181
5.1.2	L'interférométrie différentielle pour les mesures de distance dans le LMC . . .	183
5.2	La dynamique atmosphérique des Céphéides . . . . .	186
5.2.1	Les profils $H\alpha$ (HARPS) et la perte de masse . . . . .	186
5.2.2	Le cas particulier de X Sgr . . . . .	188
5.3	Modélisation des Céphéides : vers une nouvelle génération de modèles . . . . .	192
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>195</b>

---

<b>A</b>	<b>Cepheid distances from long-baseline interferometry :</b>	
	<b>II. Calibration of the period-radius and period-luminosity relations</b>	<b>197</b>
<b>B</b>	<b>Cepheid distances from long-baseline interferometry :</b>	
	<b>III. Calibration of the surface brightness-color relations</b>	<b>205</b>
<b>C</b>	<b>The angular size of the Cepheid I Carinae : a comparison of the interferometric and surface brightness techniques</b>	<b>217</b>
<b>D</b>	<b>Hydrodynamic models for <math>\beta</math> Cephei variables</b>	
	<b>I. BW Vulpeculae revisited</b>	<b>223</b>
<b>E</b>	<b>Bibliographie de l'Auteur</b>	<b>231</b>
	<b>bibliographie</b>	<b>235</b>





# Table des figures

1.1	Les distances dans l'Univers - partie 1. . . . .	22
1.2	Les distances dans l'Univers - partie 2 . . . . .	27
1.3	Différentes méthodes pour différentes échelles de distance . . . . .	31
1.4	Les étoiles pulsantes dans le diagramme HR . . . . .	35
1.5	Histoire de la relation Période-Luminosité des Céphéides . . . . .	40
1.6	La méthode de la parallaxe de pulsation . . . . .	43
2.1	Historique de l'interférométrie stellaire à longue base entre 1950 et 2000 . . . . .	49
2.2	The Very Large Telescope Interferometer (VLTI) . . . . .	52
2.3	Principe de la recombinaison à fibre de VINCI. . . . .	54
2.4	Les observations VINCI de $\ell$ Car . . . . .	64
2.5	Calibration de la relation Période-Rayon des Céphéides avec VINCI . . . . .	86
2.6	Calibration de la relation Période-Luminosité des Céphéides avec VINCI . . . . .	88
2.7	Calibration des relations brillance de surface avec VINCI . . . . .	90
2.8	Comparaison des diamètres angulaires photométriques et interférométriques . . . . .	90
2.9	Perspectives : calibration de la relation P-L avec AMBER . . . . .	93
3.1	Le facteur de projection et l'effet de projection géométrique . . . . .	99
3.2	Effet de l'assombrissement centre-bord sur le facteur de projection . . . . .	101
3.3	Effet de la rotation sur le facteur de projection . . . . .	103
3.4	La largeur du profil spectral et le facteur de projection . . . . .	105
3.5	Le facteur de projection . . . . .	106
3.6	Spectre HARPS de $\beta$ Dor . . . . .	110
3.7	Courbes de corrélation théoriques . . . . .	111
3.8	Courbes de corrélation observationnelles . . . . .	114
3.9	Courbes de corrélation de RS Pup . . . . .	115
3.10	Dépendances avec la période de l'étoile . . . . .	116
3.11	Perspective : une étude multi-raies avec HARPS . . . . .	137
4.1	Modélisation de $\delta$ Cep - Les rayons . . . . .	148
4.2	Modélisation de $\delta$ Cep - Les vitesses . . . . .	149
4.3	Vitesse pulsante en fonction de la phase. . . . .	151
4.4	Profils d'intensité dans le continu en fonction de la phase de pulsation de l'étoile. . . . .	164
4.5	Diamètres angulaires théoriques et assombrissement centre-bord . . . . .	165
4.6	Figure 3D : les profils d'intensité dans la raie . . . . .	166

4.7	Figure 3D : les profils d'intensité dans la raie . . . . .	166
4.8	La signature en visibilité . . . . .	167
4.9	La structure dynamique de l'atmosphère des Céphéides . . . . .	169
5.1	Les performances astrométriques d'HIPPARCOS et GAIA . . . . .	182
5.2	La précision envisagée sur les mesures de parallaxe des Céphéides avec GAIA . . . . .	183
5.3	Observables spectrométriques et spectro-interférométriques. . . . .	185
5.4	Détermination de distance des Céphéides dans le LMC . . . . .	186
5.5	Profils $H\alpha$ des Céphéides observées avec l'instrument HARPS ( $R = 120000$ ). . . . .	187
5.6	Evolution du profil de raie de X Sgr . . . . .	190
5.7	Vitesses associées aux différentes composantes du profil spectral de X Sgr . . . . .	191
5.8	Profil $H\alpha$ de X Sgr . . . . .	191

# Liste des tableaux

2.1	La distance de 7 Céphéides Galactiques obtenues avec l'instrument VINCI. . . . .	65
2.2	La période et le rayon moyen de 8 Céphéides. . . . .	85
2.3	Les magnitudes absolues des Céphéides . . . . .	87
3.1	Raies spectrales HARPS identifiées à partir de VALD . . . . .	136
3.2	Raies spectrales non blendées regroupées par potentiel d'excitation. . . . .	137
4.1	Les différents modèles hydrodynamiques dans le monde . . . . .	145
4.2	Facteurs de projection moyens optimums . . . . .	153



# Résumé

Avec l'avènement du VLTI<sup>1</sup> il est désormais possible de calibrer de manière quasi-géométrique les relations période-rayon, période-luminosité (P-L) et brillance de surface des Céphéides. La méthode de la parallaxe de pulsation, appliquée à partir des observations VINCI<sup>2</sup> du VLTI, a permis la détermination de distance de sept Céphéides Galactiques. Pour  $\ell$  Car, la plus résolue d'entre elles, la précision obtenue est de 5%. Le point-zéro de la relation P-L a également été déterminé avec une précision de 0.08 magnitude.

Les mesures interférométriques fournissent la variation du diamètre angulaire de l'étoile sur tout le cycle de pulsation, tandis que la variation du diamètre linéaire est déterminée par une intégration temporelle de la vitesse pulsante photosphérique ( $V_{puls}$ ) de l'étoile. Or la détermination de cette dernière, à partir du décalage Doppler de la raie spectrale ( $V_{rad}$ ) est extrêmement délicate. En effet les raies spectrales des Céphéides présentent une asymétrie du fait d'une double intégration : sur l'ensemble du disque de l'étoile, et en profondeur à travers les couches atmosphériques. La raie contient ainsi une quantité impressionnante d'information : vitesse pulsante photosphérique, assombrissement centre-bord, effets de turbulence, vitesse de rotation, gradients de vitesse, dynamique atmosphérique. L'ensemble de cette information est généralement concentré dans un nombre supposé constant avec la phase, le facteur de projection, défini par  $p = V_{puls}/V_{rad}$ .

Je montre d'abord, grâce à un modèle géométrique simple, que la méthode du premier moment de la raie spectrale pour la détermination de la *vitesse radiale* est indépendante de la rotation et de la largeur intrinsèque du profil spectral. Par contre cette vitesse reste sensible à l'assombrissement centre-bord, ainsi qu'à la dynamique atmosphérique de l'étoile.

Ensuite, les gradients de vitesse dans l'atmosphère des Céphéides pose la question de la définition de la *vitesse pulsante*. Premièrement, un modèle hydrodynamique a permis d'étudier les gradients de vitesse dans l'atmosphère de  $\delta$  Cep. La différence de vitesse obtenue entre la vitesse photosphérique et la vitesse associée à la zone de formation de la raie, affecte le facteur de projection et donc la distance à un niveau de 6%. Deuxièmement, en comparant le modèle géométrique simple à des observations à haute résolution spectrale HARPS<sup>3</sup> de neuf Céphéides, l'impact de la dynamique atmosphérique des étoiles sur l'asymétrie des raies spectrales a été mis en évidence. On constate en particulier que la moyenne des courbes d'asymétrie en fonction de la phase est corrélée à la période de l'étoile et d'une certaine manière aux gradients de vitesse dans l'atmosphère. Troisièmement, le modèle hydrodynamique a permis de faire le lien entre les gradients de vitesse dans l'étoile, le facteur de projection, et les observables spectro-interférométriques. Ceci pourrait constituer un moyen supplémentaire pour contraindre observationnellement le facteur de projection.

La connaissance du facteur de projection dans le cadre du futur survey AMBER<sup>4</sup> est cruciale. Nous envisageons de déterminer la distance d'une trentaine de Céphéides à mieux que 5%, afin de calibrer le point zéro de la relation P-L avec une précision de 0.01 magnitude.

---

<sup>1</sup>Very Large Telescope Interferometer situé au Chili

<sup>2</sup>Vlt Interferometer Commissioning Instrument

<sup>3</sup>High Accuracy Radial velocity Planetary Search project

<sup>4</sup>Astronomical Multiple BEam Recombiner



# Abstract

Long-baseline interferometers, as the VINCI<sup>5</sup>/VLTI<sup>6</sup>, provide a new quasi-geometric way to calibrate the Cepheid period-radius, period-luminosity (P-L), and surface brightness relations. Indeed, we determine the distance of seven galactic Cepheids using the Interferometric Baade-Wesselink method, hereafter IBW method. For  $\ell$  Car, the more resolved Cepheid, we obtain an uncertainty on the derived distance of 5%. We also calibrate the zero-point of the Cepheid P-L relation with an uncertainty of 0.08 in magnitude.

Interferometric measurements lead to angular diameter estimations over the whole pulsation period, while the stellar radius variations can be deduced from the integration of the pulsation velocity. The latter is linked to the observational velocity deduced from line profiles by the projection factor  $p$ . The spectral line profile, in particular its asymmetry, contains the whole physics present in the dynamical atmosphere of Cepheids. Among these effects, the most important are the photospheric pulsation velocity (hereafter  $V_{puls}$ ), velocity gradients, the limb-darkening, the turbulence and the rotation. Thus, radial velocities measured from line profiles, hereafter  $V_{rad}$ , include the integration in two directions : over the surface, through limb-darkening, and over the radius, through velocity gradients. All these phenomena, except the rotation, are supposed to vary with the pulsation phase. However, they are currently merged in one specific quantity, generally considered as constant with time : the projection factor  $p$ , defined as  $V_{puls} = p * V_{rad}$ .

First the best method to determine the radial velocity is the first moment of the spectral line. This method is independent of the rotation of the star and the width of the spectral line. However it is linked to the limb-darkening and the dynamical atmosphere of Cepheids. Then I study velocity gradients in Cepheids atmosphere by different ways.

Firstly, using an hydrodynamical model of pulsating star, I define an interferometric version of the projection factor, associated to the photospheric pulsation velocity. This definition is of crucial importance in the IBW method, as it can induce a bias of up to 6% on the derived distance. Secondly, by comparing the outputs of a geometric quasi-static model, and the observed spectral line profiles of HARPS<sup>7</sup> ( $R = 120000$ ), I gain access to dynamical effects : limb-darkening variation with the pulsation phase, turbulences and velocity gradients. In particular, I found that long-period Cepheids with strong velocity gradients have a systematic shift in their asymmetry curve. This will be useful to future studies of dynamic projection factors. Thirdly, we note a correspondence between the line-forming region (in radius) and the amplitude of the visibility signature, which allows to obtain a *geometrical* view of the atmosphere of the star and in particular of velocity gradients. This is of crucial importance to constrain directly the projection factor from spectro-interferometric observations.

The projection factor will be crucial in the context of AMBER<sup>8</sup>/VLTI observations to determine the distance of about thirty Cepheids, with a uncertainty lower than 5%. This would lead to an uncertainty of about 0.01 magnitude on the zero-point of the P-L relation.

---

<sup>5</sup>Vlt INterferometer Commissioning Instrument

<sup>6</sup>Very Large Telescope Interferometer situé au Chili

<sup>7</sup>High Accuracy Radial velocity Planetary Search project

<sup>8</sup>Astronomical Multiple BEam Recombiner





# *Introduction*

Le ciel, par une nuit sans lune et loin des lumières aveuglantes des villes, est un spectacle merveilleux. Des milliers de points de lumière brillent de tous leurs feux. L'univers nous apparaît alors comme projeté en deux dimensions sur la voûte céleste, à la manière d'une toile où le peintre aurait oublié toute règle de perspective. Rétablir la troisième dimension de ce tableau naturel, et découvrir de cette manière la profondeur de l'univers, a toujours été une préoccupation centrale de l'astronomie.

Depuis Copernic, la place de l'homme s'est à la fois réduite dans l'espace et dans le temps. La Terre s'est d'abord vu reléguée au simple rang d'une planète du système solaire. Ensuite, le Soleil lui-même est devenu une modeste étoile de banlieue située à 30 000 années-lumière du centre galactique, perdu parmi les 100 milliards d'étoiles qui constituent notre Voie Lactée. Mais l'immensité de l'univers ne s'arrêtait pas là, il existait d'autres "Univers-îles", comme Kant les appelait, d'autres galaxies. Hubble et ses successeurs montrèrent ainsi que la galaxie d'Andromède se trouve à 2 millions d'a.l. ! Enfin, la cosmologie moderne a radicalement changé la vision de notre place dans l'univers : le superamas de la Vierge se trouve à une distance de l'ordre de 40 millions d'a.l., et l'univers observable, c'est à dire la partie de l'univers dont la lumière a eu le temps de nous parvenir a un rayon inimaginable de 14 milliards d'a.l. !

La place de l'homme s'étant amenuisée dans l'espace, elle s'est parallèlement réduite dans le temps. Dans le calendrier de "l'année cosmique", le Big Bang a eu lieu le 1<sup>er</sup> janvier, la voie lactée s'est formée le 1<sup>er</sup> avril, le système solaire le 9 septembre, et la première cellule vivante apparaît le 25 septembre. Les dinosaures sortent de scène le 28 décembre, après 4 jours d'existence, tandis que toute l'évolution de l'homme se passe le 31 décembre. L'homme civilisé occupe incontestablement un temps infime dans l'évolution cosmique.

L'angoisse peut alors envahir cet être conscient qui observe le ciel. Ainsi, face à cette immensité, Pascal écrivait : "Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie".

Heureusement, pour qui sait l'entendre, la nature n'est pas muette !

Tel un orchestre lointain, elle nous fait parvenir, de manière continuelle des notes éparses. Mais de toute évidence la mélodie qui unit les fragments de musique manque. C'est à nous de percevoir les secrets de cette mélodie cachée pour l'entendre dans toute sa radieuse beauté.

Je vous convie à un voyage dans l'univers, afin de déchiffrer, ou du moins de mieux comprendre, une partie de cette "mélodie secrète" (Trinh Xuan Thuan (127)). En quête de perspective, nous nous intéresserons à des étoiles particulières que l'on nomme Céphéides, et qui constituent de véritables chandelles pour les déterminations de distances extragalactiques. Une meilleure connaissance de ces étoiles viendra en particulier de la maîtrise d'une méthode d'observation astronomique puissante et originale : l'interférométrie. Enfin, comme c'est souvent le cas pour mieux comprendre une étoile, nous aurons inévitablement recours à la modélisation.



# Chapitre 1

## Les Céphéides et les distances dans l'Univers

### Contents

---

<b>1.1 Les déterminations de distance dans l'Univers . . . . .</b>	<b>20</b>
1.1.1 De la Terre aux étoiles les plus proches . . . . .	20
1.1.2 Du bras d'Orion à la Voie Lactée . . . . .	21
1.1.3 Du Groupe Local au superamas de la Vierge . . . . .	25
1.1.4 Les superamas voisins . . . . .	28
1.1.5 L'Univers lointain . . . . .	29
1.1.6 Cosmologie et distances . . . . .	30
<b>1.2 La relation Période-Luminosité (P-L) des Céphéides . . . . .</b>	<b>32</b>
1.2.1 Des propriétés physiques des Céphéides ... . . . .	33
1.2.2 ... A la relation Période-Luminosité . . . . .	39
<b>1.3 Objectif de la thèse : étude du facteur de projection pour une nouvelle calibration spectro-interférométrique de la relation P-L . . . . .</b>	<b>42</b>
1.3.1 La méthode spectro-interférométrique de la parallaxe de pulsation . . . . .	43
1.3.2 Le point clef du facteur de projection : importance de la modélisation . . . . .	44

---

Notre vision actuelle de l'Univers est le résultat d'un long travail de recherche et d'observation qui s'étale sur des siècles. Pour accéder à la profondeur cosmique, et donc à une vision en trois dimensions de l'Univers, les astronomes ont construit au fil du temps un véritable échafaudage, où la solidité de chaque échelon, dépend de la solidité des échelons précédents. Ainsi, à chaque échelle de distance dans l'Univers correspond différentes méthodes de détermination de distance qui nécessitent, sauf quelques cas particuliers, un étalonnage. Nous avons donc actuellement une idée relativement précise de la structure de notre Univers *proche*; par contre, les distances relatives à l'Univers *lointain* restent incertaines. Une meilleure connaissance de la structure de l'Univers dans son ensemble permettrait de mieux contraindre les modèles cosmologiques, et donc d'avoir une meilleure estimation de son âge et de son avenir.

Dans cette introduction, nous voyagerons tout d'abord à travers le cosmos, depuis *la Terre* jusqu'au fin fond de *l'Univers visible*. Nous préciserons ainsi comment les grandes structures, *Voie*

*Lactée, le groupe local et le superamas local* ont été découvertes progressivement au cours de l'histoire de l'astronomie. Nous nous interrogerons également sur la définition de la "distance proprement dite dans le cadre de l'expansion de l'Univers. Après cette brève présentation générale, nous nous concentrerons, et c'est ce qui constitue l'objet de cette présente étude, sur l'une des méthodes de détermination de distance les plus utilisées en astronomie : la relation Période-Luminosité des Céphéides. Les propriétés et l'histoire de ces étoiles seront développées. Enfin, j'introduirai mon travail de thèse, en indiquant comment il est possible désormais de calibrer cette relation Période-Luminosité au moyen d'une nouvelle méthode spectro-interférométrique de détermination de distance - la parallaxe de pulsation - et comment la modélisation est indispensable dans ce contexte.

## 1.1 Les déterminations de distance dans l'Univers

Il existe différents types de méthodes de détermination de distance dans l'Univers. Je ne les présenterai pas toutes - j'en ai dénombré plus d'une trentaine au total - mais seulement quelques unes qui ont été largement utilisées dans l'histoire de l'astronomie. De nombreuses revues très complètes et complémentaires sont disponibles sur ce sujet : Fernie (1969), Feast and Walker (1987), Jacoby et al. (1992), Feast (1999), Fouqué (2003), et enfin Macri (2005).

### 1.1.1 De la Terre aux étoiles les plus proches

Armés de nos télescopes, plaques photographiques, et spectroscopes, suivons le fil de l'histoire de l'astronomie, à la découverte de l'étendue de l'Univers. Première étape : le système solaire. Les dimensions du système solaire étaient bien connues dès la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle. Les distances entre les planètes avaient été déterminées selon le principe des parallaxes.

#### Le principe des parallaxes

Tout objet céleste proche semble changer de position par rapport aux étoiles lointaines quand il est observé de deux endroits différents. Il suffit donc de photographier simultanément les planètes depuis deux observatoires distincts. Ces derniers doivent être éloignés l'un de l'autre (de préférence sur deux continents différents), car le changement de position apparent est d'autant plus important et donc d'autant plus facile à mesurer que la distance entre les deux observatoires est plus grande. Une fois la parallaxe (l'angle correspondant au changement de position) mesurée, la distance à la planète est obtenue par un simple calcul trigonométrique en utilisant la distance connue entre les deux observatoires. Ces efforts firent apparaître que la lumière du Soleil mettait environ 8 minutes pour nous parvenir, que ce dernier se trouvait donc à 8 minutes lumières de la Terre et que Neptune, la planète découverte par de savant calculs par Le Verrier, était à 4 heures-lumière.

Mais à quelle distance se trouvaient les "innombrables" étoiles vues par Galilée dans la Voie Lactée ? Le voyage de la Terre autour du Soleil fut mis à contribution. Les deux observations simultanées à partir de deux observatoires séparés furent remplacées par deux observations successives à deux positions différentes de la Terre sur son orbite. Pour maximiser la distance entre les deux positions successives de la Terre, les plaques photographiques furent prises à six mois d'intervalle. Les distances de quelques centaines d'étoiles les plus proches purent être ainsi mesurées. Malheureusement, les parallaxes devenaient de plus en plus petites, et donc de plus en plus difficiles à

déterminer à mesure que les distances augmentaient. La méthode des parallaxes ne donnait plus d'informations utiles pour des étoiles se trouvant au delà d'une centaine d'a.l.. Mais, déjà, l'exploration en profondeur de ce petit coin d'Univers montrait l'insignifiance du système solaire et le vide extrême de l'espace. La taille du système solaire se mesurait en heures-lumières (Pluton, découverte en 1930, aux confins du système solaire, était à 5,2 heures-lumières de la Terre) tandis que les distances entre les étoiles se comptaient en années-lumières. L'étoile la plus proche du Soleil ne se trouvait pas à moins de 4 a.l., Sirius à 8 a.l. et Véga à 22 a.l.

De nos jours, la technique de la parallaxe est toujours utilisée mais depuis l'espace grâce à un satellite d'observation, Hipparcos, ce qui permet, d'une part, de s'affranchir des effets de la turbulence atmosphérique, et d'autre part, d'avoir accès à l'ensemble du ciel à chaque observation. Le satellite Hipparcos (Perryman et al. (1997)) a permis de déterminer la distance d'environ 100000 étoiles dans le voisinage du Soleil, avec une précision meilleure que 10% pour environ 20000 d'entre elles situées à des distances inférieures à 450 a.l.. La distance de 7000 étoiles a été obtenue avec une précision de 5%. La résolution du satellite Hipparcos est d'environ 0.7-0.9 millisecondes d'arc (mas) pour des étoiles de magnitude inférieure à 9. Son successeur GAIA devrait voir ses performances augmentées d'un facteur 100 en termes de précision, et d'un facteur 10000 en termes d'étoiles observables (magnitude limite de 20). GAIA jouera incontestablement un rôle très important dans l'étalonnage des échelles de distances extragalactiques, Tammann and Reindl (2002).

La figure 1.1.1a-b contient la carte du voisinage du Soleil jusqu'à une distance de 250 a.l.

### 1.1.2 Du bras d'Orion à la Voie Lactée

#### La méthode du point de convergence

L'étude des mouvements d'étoiles groupées dans les amas dits galactiques contribua en particulier à faire reculer les frontières de l'univers connu. Ces amas sont des groupements de quelques centaines d'étoiles qui ne semblent pas être liées par la gravité. Tout comme le Soleil et les autres étoiles, les amas galactiques sont dotés de mouvement. Les étoiles, dans un amas, suivent des trajectoires parallèles dans l'espace interstellaire, mais un effet de perspective donne l'illusion qu'elles convergent toutes vers un point unique dans l'espace, appelé point de convergence. Ce mouvement parallèle des étoiles de l'amas galactique se traduit par un changement de position dans le ciel par rapport aux étoiles lointaines. Un changement si minime qu'il faut s'armer de patience et photographier les étoiles dans l'amas galactique à une dizaine d'années d'intervalle au moins pour que leur mouvement soit perceptible. Il s'agit maintenant de déterminer la distance de chaque étoile dans l'amas après avoir mesuré son changement de position dans le ciel. Pour cela, il faut connaître le mouvement de notre station d'observation, la Terre, perpendiculairement à la ligne de visée. Le principe est simple et on l'applique inconsciemment quand on regarde défiler le paysage à bord d'une voiture. Les poteaux qui délimitent le champ passent à toute allure, les pommiers alignés dans le champ défilent un peu moins vite et les montagnes situées au fond, à l'horizon, semblent à peine bouger. Instinctivement, on ordonne les détails du paysage en fonction de leur vitesse de défilement devant nos yeux et on construit ainsi la perspective. De même, le mouvement des étoiles de l'amas par rapport aux étoiles lointaines et le mouvement de la Terre relatif à chaque étoile dans l'amas sont indispensables à la détermination de leurs distances. Ce mouvement relatif peut être déduit très facilement si l'on connaît le point de convergence et le mouvement d'éloignement ou d'approche de chaque étoile obtenu grâce à l'effet Doppler.

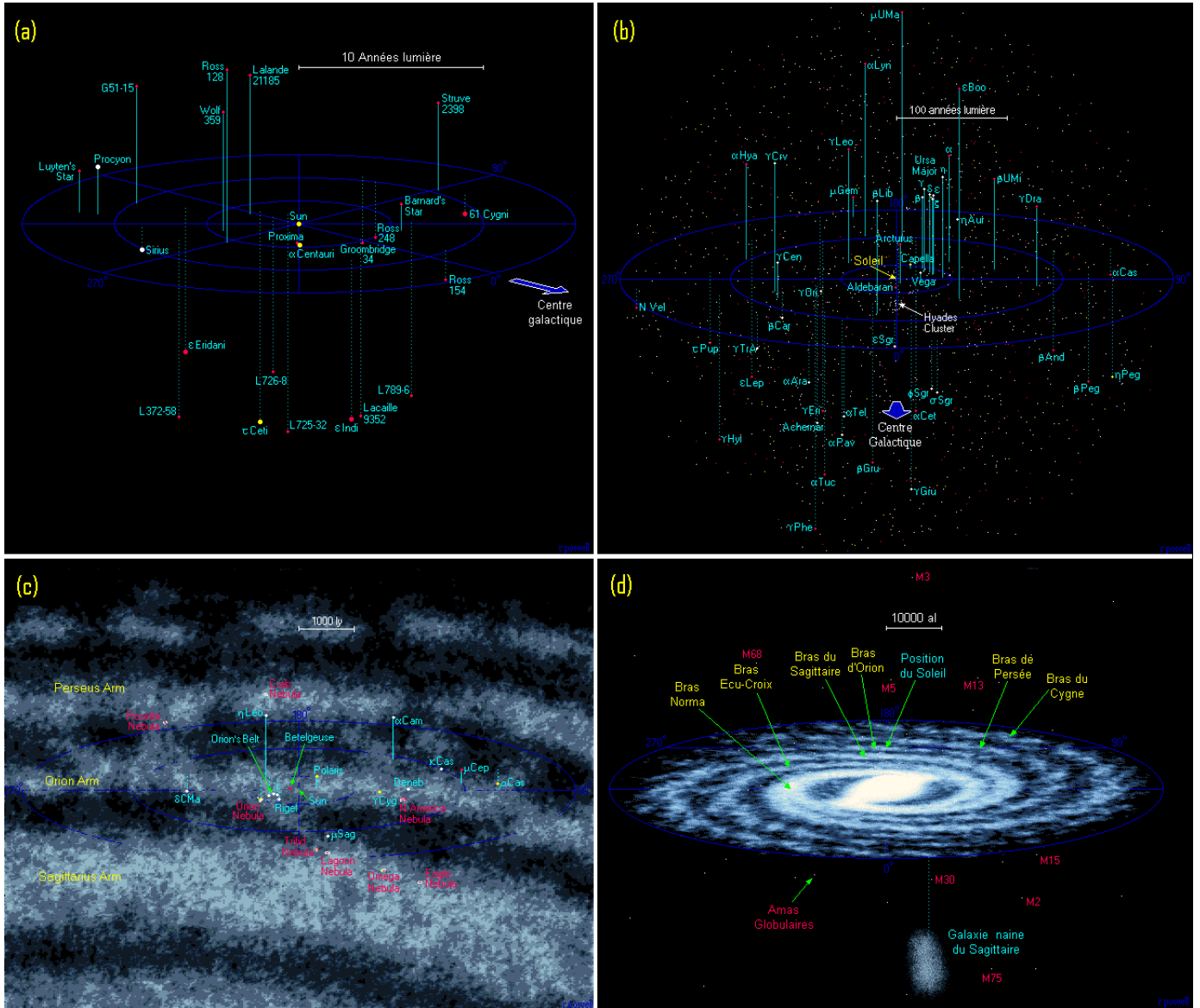


FIG. 1.1 – Les distances dans l'Univers - partie 1.

Les étoiles les plus proches du Soleil ((a) - 12.5 a.l.) et le voisinage du Soleil ((b)-250 a.l.) : les méthodes de détermination de distances utilisées sont la parallaxe et le point de convergence. Le bras d'Orion (c) et la Voie Lactée (d) : méthodes de l'ajustement de la séquence principale et de la relation Période-Luminosité des Céphéïdes (Crédits : Richard Powell : <http://atunivers.free.fr/>).

L'utilisation des amas galactiques - en particulier de l'amas des Hyades, un des amas galactiques les plus proches - dévoila l'univers jusqu'à environ 1600 a.l. (voir Fig. 1.1.1). Pour une étude récente et très précise sur l'amas des Hyades, voir par exemple Gunn et al. (1988). Au-delà, les mouvements des étoiles dans l'amas par rapport aux étoiles lointaines deviennent si minimes qu'ils ne sont plus mesurables.

D'autres méthodes liées à la parallaxe existent. On pourra citer : la méthode de la parallaxe séculaire basée sur le mouvement du Soleil dans la Voie Lactée, la parallaxe statistique qui prend en compte la dispersion de la vitesse relative des étoiles dans un amas, la parallaxe cinématique qui s'appuie sur la rotation différentielle de la galaxie, la parallaxe liée à l'expansion d'un objet comme une supernovae, ou enfin la méthode de l'écho de lumière, lorsque le rayonnement UV émis par la supernovae rencontre éventuellement un anneau circulaire présent autour de l'étoile. Cette dernière technique a été utilisée par exemple dans l'infrarouge pour déterminer la distance de RS Pup, une Céphéide entourée d'une nébuleuse à réflexion (Mayes et al. (1985)). Nous reviendrons sur cette étoile particulière dans la section 3.2 de la thèse consacrée aux observations spectrométriques à haute résolution HARPS.

### La relation Période-Luminosité des Céphéides et la Voie Lactée

Les limites de la Voie Lactée n'étaient toujours pas atteintes. Les portes de l'Univers ne furent vraiment grandes ouvertes que grâce aux recherches d'une jeune astronome, Henrietta Leavitt, qui travaillait à l'université de Harvard en 1912. Elle avait reçu pour mission d'étudier les deux grandes taches nébuleuses et diffuses qui ornent le ciel de l'hémisphère Sud, et qui émerveillèrent Magellan lorsqu'il franchit l'équateur à bord de son navire. Ces nébuleuses, baptisées "nuages de Magellan", sont, nous le savons aujourd'hui, deux galaxies naines satellites de notre Voie Lactée à quelques 150000 a.l.. Notre jeune astronome l'ignorait, mais cette connaissance lui importait peu pour son travail : repérer les étoiles qui montraient des variations de luminosité dans les nuages de Magellan en étudiant des plaques photographiques prises à des instants différents. En effet, alors que la majorité des étoiles, comme le Soleil, passaient leur vie tranquillement et ne variaient guère de luminosité pendant des millions, voire des milliards d'année, certaines étoiles appelées Céphéides, du nom de la constellation où elles furent découvertes (la première est  $\delta$  Cep), variaient périodiquement en luminosité sur une très courte échelle de temps, de quelques jours à plusieurs semaines. Leavitt s'aperçut que le temps écoulé entre deux maximums de brillance consécutifs (ce temps est appelé "période") était d'autant plus long que l'étoile était plus brillante : il y a donc une relation directe entre la période des variations de lumière d'une céphéide et sa luminosité apparente.

Pour que la relation de Leavitt soit utile, pour qu'elle indique la distance aux étoiles, il fallait convertir la relation période-luminosité apparente en une relation période-luminosité intrinsèque. Il suffirait alors de mesurer la période (qui indique la luminosité intrinsèque) et la luminosité apparente de toute étoile Céphéide pour en déterminer la distance.

Transformer la luminosité apparente en luminosité intrinsèque nécessite la connaissance des distances de quelques étoiles Céphéide proches. Les méthodes traditionnelles de calcul des distances, celles des parallaxes ou du point de convergence dans les amas, furent employées mais inefficaces. Il n'y avait pas de Céphéide dans la Voie Lactée qui fut assez proche (à moins de 100 a.l.) pour que sa distance puisse être déterminée directement par la méthode des parallaxes. Il n'y avait pas non plus d'amas galactiques contenant des étoiles de type Céphéide qui furent assez proches pour que la méthode du point convergent puisse être appliquée. Il fallut donc passer par une étape intermédiaire



grâce à la méthode de l'ajustement de la séquence principale.

### La méthode de l'ajustement de la séquence principale

La distance de l'amas des Hyades fut déterminée par la méthode du point convergent. Celle d'amas galactiques plus lointains, mais contenant des Céphéides, put être ensuite déduite en supposant que la luminosité intrinsèque des étoiles de ces amas était la même que dans l'amas des Hyades. Pour cela, Einar Hertzsprung et Henry Norris Russell placèrent un certain nombre d'étoiles dont on connaissait la distance grâce à la méthode de la parallaxe sur un diagramme luminosité - température, que l'on appelle aujourd'hui le diagramme Hertzsprung-Russell (HR). On peut aussi utiliser un diagramme magnitude absolue - type spectral (ou couleur). Dans ce diagramme, les étoiles "se placent" pour la plupart le long d'une ligne droite unique appelée séquence principale. Ainsi, lorsque l'on considère les étoiles d'un nuage galactique lointain, les magnitudes apparentes et les couleurs dessinent une ligne parallèle à la séquence principale, et on peut alors ajuster la distance de l'amas de telle manière que les magnitudes apparentes deviennent absolues et que la droite se superpose à la séquence principale.

Une fois les distances de ces amas galactiques connues, la luminosité des Céphéides qui y sont contenues fut déterminée et la relation période-luminosité calibrée. Les phares cosmiques qu'étaient les Céphéides allaient être utilisés à bon escient par l'astronome américain Harlow Shapley. Shapley détermina la distance d'une centaine d'amas globulaires de notre galaxie, et mit en évidence leur distribution. Les amas globulaires vinrent se disposer en un grand volume sphérique, mais fait surprenant, le centre de la sphère ne correspondait pas à la position du Soleil, il se trouvait à quelques dizaines de milliers d'a.l. dans la direction de la constellation du Sagittaire. Shapley venait de montrer que le Soleil n'était pas au centre de l'univers (c'est-à-dire la Voie Lactée pour l'époque). Shapley détermina le diamètre de la Voie Lactée à 300000 a.l., mais on sait aujourd'hui que ce diamètre est de 90000 a.l. (cf. Fig. 1.1.1 c-d). Cette technique a encore été récemment utilisée par Hoyle et al. (1985).

Par la suite, d'autres méthodes ont été envisagées pour calibrer la relation période-luminosité. La méthode spectro-photométrique de Baade-Wesselink en est un exemple.

### La méthode de Baade-Wesselink

Une méthode qui permet de déterminer le rayon d'une étoile pulsante a été suggérée tout d'abord par Baade (1926) puis modifiée de manière importante par Wesselink (1974) ; voir également Becker (1940). Le rapport du rayon de l'étoile à deux instants différents ( $t_1$  et  $t_2$ ) est donné par la formule :

$$\frac{R_1(t_1)}{R_2(t_2)} = \frac{\sqrt{L_1(t_1)}}{\sqrt{L_2(t_2)}} = 10^{-0.2(m(t_2)-m(t_1))} \quad (1.1)$$

où  $R$ ,  $L$ , et  $m$  sont respectivement le rayon, la luminosité et la magnitude apparente de l'étoile. On suppose dans cette formule que la température effective de l'étoile aux instants  $t_1$  et  $t_2$  est la même. Par ailleurs, la différence de rayon de l'étoile à ces deux instants peut être déduite de l'intégration de la vitesse pulsante de l'étoile. Cette dernière est obtenue à partir de la vitesse radiale observationnelle, c'est à dire du décalage Doppler d'une raie spectrale de l'étoile, par l'intermédiaire du facteur de projection. La différence et le rapport des rayons permettent de déterminer  $R_1(t_1)$  et  $R_2(t_2)$ . Combinés à une estimation interférométrique du rayon angulaire, on peut déterminer

la distance de l'étoile. Il faut noter que la méthode de Baade-Wesselink peut être utilisée pour un objet, non pas en pulsation, mais simplement en expansion, comme une supernovae de type II.

Cette méthode est en quelque sorte le précurseur de la méthode spectro-interférométrique de la *la parallaxe de la pulsation* que j'ai utilisée. J'introduis en détail la méthode de la "parallaxe de la pulsation" et le facteur de projection dans la section 1.3.1.

## Les étoiles binaires

Une méthode totalement différente de détermination de distance dans notre Galaxie est l'observation interférométrique d'étoiles binaires. Une étoile binaire correspond en fait à deux étoiles en orbite l'une autour de l'autre, liées par la force de gravité. La caractéristique fondamentale d'un interféromètre à deux télescopes est de mesurer un angle extrêmement petit, de l'ordre de la milliseconde d'arc (mas), permettant ainsi de résoudre le diamètre angulaire d'une étoile, ou encore l'angle de séparation apparent des deux composantes d'une étoile binaire. Grâce à l'interférométrie, il est ainsi possible de résoudre l'orbite de l'étoile binaire, ce qui permet de remonter à tous les paramètres physiques des deux étoiles, y compris la distance du couple à l'observateur. La distance maximale à laquelle une étoile double peut être résolue dépend de son écartement et donc de sa période de rotation de l'une autour de l'autre. Pour des étoiles lointaines, seules les étoiles doubles possédant les plus longues périodes peuvent être séparées, et la détermination de l'orbite est alors très longue (plusieurs dizaines ou centaines d'années). La distance maximale accessible par cette méthode est donc relativement faible, jusqu'à quelques milliers d'a.l..

De nombreuses Céphéides (peut-être 75%) font partie d'un système double ou multiple. Cependant, le ou les compagnons sont généralement de luminosité très faible. Bohm-Vittense (1985a) a détecté 13 Céphéides avec compagnons. Pour 5 d'entre elles il a été possible de déterminer leur luminosité et donc leur distance (Bohm-Vittense et al. (1985b)). Un travail de synthèse des résultats a été effectué par Evans (1991,1992).

### 1.1.3 Du Groupe Local au superamas de la Vierge

#### Les Céphéides et la clef des cieux

Les limites de la Voie Lactée étaient enfin atteintes. Les efforts accomplis avaient été prodigieux, car mesurer l'étendue de la Voie Lactée depuis notre petit coin de Terre était à peu près comparable à l'exploit que réaliserait un ver de Terre en établissant une carte de la France! Mais le travail était loin d'être achevé. Une question fondamentale restait sans réponse : l'univers finissait-il avec la Voie Lactée ou s'étendait-il plus loin ? Les "univers-îles" de Kant existaient-ils ?

La solution fut trouvée par Edwin Hubble. En 1923, utilisant le télescope nouvellement construit sur le mont Wilson, il put décomposer la grande tache nébuleuse dans la constellation d'Andromède, en une multitude d'étoiles dont certaines étaient effectivement des Céphéides. Celles-ci lui ouvrirent toutes grandes les portes du monde au delà de la Voie Lactée. Elles donnèrent en effet une distance de 900000 a.l. (on sait aujourd'hui que cette distance est de 2.3 millions d'a.l.). Même en se référant à la mesure erronée de Shapley concernant la taille de la Voie Lactée (300000 a.l.), la nébuleuse était bien au delà de cette dernière. Les Univers-îles de Kant devenaient réalité. Pour comprendre les erreurs de Shapley et de Hubble, voir la section 1.2.2 : "Historique de la relation PL".

Grâce aux Céphéides, les astronomes possédaient enfin la clef des cieux. Les Céphéides étaient intrinsèquement brillantes et pouvaient être vues de très loin, jusqu'à une quinzaine de millions

d'a.l., soit cinq fois au delà du Groupe Local. Avec le télescope spatial HUBBLE, il est possible de les détecter jusque dans l'amas de la Vierge, à 40 millions d'a.l. ! Voir les cartes de l'univers de la Fig. 1.1.3 a-c.

### La relation brillance de Surface des Céphéides

Une autre relation liée à la pulsation des Céphéides est utilisable pour accéder aux distances extragalactiques, il s'agit de la relation de brillance de surface, que je présenterai dans la première partie de la thèse.

Au travers de la relation Période-Luminosité et de la relation brillance de surface, il apparaît incontestablement que les Céphéides constituent un véritable chaînon central dans les déterminations de distances extragalactiques.

### Les enjeux liés au Large Magellanic Cloud (LMC)

Le LMC constitue une étape importante dans notre voyage à travers le cosmos. Nous avons vu jusqu'à présent différents moyens de calibrer la relation Période-Luminosité des Céphéides : ajustement de la séquence principale, la méthode de Baade-Wesselink, et les binaires. Toutes ces méthodes reposent sur l'étude de Céphéides Galactiques isolées. L'avantage du LMC est alors double.

D'abord, il est suffisamment proche pour permettre une étude précise des Céphéides qu'il contient. Ainsi, la pente de la relation P-L peut-être déduite directement à partir de la magnitude apparente des étoiles. Ces magnitudes doivent bien sûr être corrigées de l'extinction interstellaire. Cela correspond exactement au travail effectué à l'origine par Henrietta Leavitt. Récemment, le programme OGLE a montré, à partir d'observations photométriques multi-bandes de Céphéides du LMC, qu'il existait certainement un changement de pente dans la relation Période-Luminosité intervenant au alentours de 10 jours (Udalski et al. 1999).

Ensuite, le LMC est suffisamment éloigné pour qu'on puisse raisonnablement considérer que toutes les Céphéides qu'il contient sont à la même distance. Ainsi si on parvient à déterminer la distance du LMC par une méthode indépendante des Céphéides, on peut calibrer le point-zéro de la relation P-L. Enumérons quelques méthodes qui ont été utilisées dans ce but. Tout d'abord, certains ont mis à contribution la relation Période-Luminosité infrarouge des Miras, étoiles que l'on trouve sur la branche asymptotique des géantes rouges (Withelock (2000) et (2003)). De même, les RR Lyrae ont été largement utilisées en déterminant la distance des amas globulaires du LMC (Feast 1999). Ensuite, il faut mentionner l'importance des binaires à éclipse dans ce domaine qui donnent accès à une détermination de distance directe du LMC (Macri 2005). Enfin, la branche des géantes rouges (Kennicutt et al. (1998)), ainsi que les regroupements de ces mêmes étoiles (Girardi & Salaris (2001)), ont également été proposés comme indicateurs de distances. Le point-zéro de la relation Période-Luminosité est donc déterminé à partir d'une distance pour le LMC de  $\mu = (m - M) = 18.56$ , qui est une moyenne pondérée des résultats obtenus par des méthodes diverses et variées. Un tableau donnant les distances du LMC obtenues par diverses méthodes se trouve dans la revue sur GAIA de Tammann et Reindl (2002). Ainsi, d'après la revue de Feast (1999), une incertitude raisonnable pour la distance du LMC est d'environ 0.1 en terme de magnitude, ce qui implique une incertitude d'au moins 5% sur toutes les distances extragalactiques basées sur le LMC.

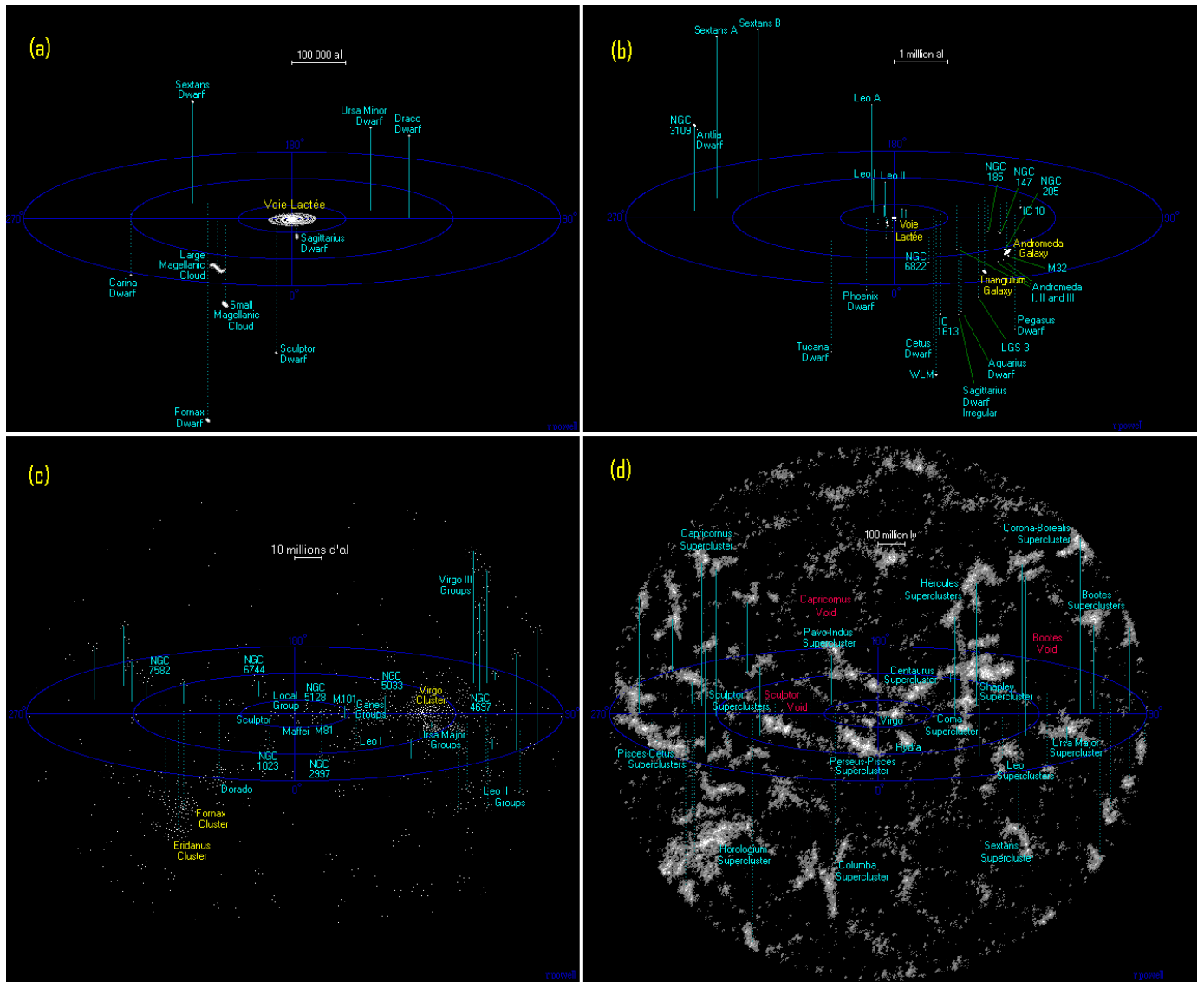


FIG. 1.2 – Les distances dans l'Univers - partie 2

(a) Les galaxies satellites de la Voie Lactée. (b) Le Groupe Local. (c) Le Superamas de la Vierge. Pour ces échelles de distance la relation P-L et brillance de surface (B-S) des Céphéides sont incontournables. (d) Les superamas voisins; à ces distances, on utilise des objets particuliers tels que les supergéantes, les amas globulaires et les supernovae, ou encore la relation de Tully-Fischer. A des distances supérieures on a recourt aux lentilles gravitationnelles et à la relation de Hubble. (Crédits : Richard Powell : <http://atunivers.free.fr/>)

Notons pour finir que la calibration<sup>1</sup> de la relation P-L, en utilisant les Céphéides Galactiques comme nous le ferons dans le chapitre 2 de la thèse, reste un travail indispensable. En effet, la plupart des Galaxies lointaines dont les distances ont été déterminées par le *HST* (Freedman et al. (2001)) repose sur les Céphéides du LMC. Or, celles-ci présentent une différence de métallicité manifeste par rapport à celle des galaxies lointaines, ce qui n'est justement pas le cas des Céphéides Galactiques. En résumé, calibrer les distances extragalactiques sur une relation Galactique de la relation P-L est préférable pour éviter des problèmes de métallicité. Une explication à ce sujet est donnée par Fouqué (2003). Voyons maintenant justement comment on procède pour déterminer les distances extragalactiques.

#### 1.1.4 Les superamas voisins

Une bonne description de la plupart des méthodes décrites ci-dessous se trouve dans la revue de Jacobi et al. (1992).

#### Supergéantes, amas globulaires et supernovae

Hubble, avec les phares célestes que sont les Céphéides, avait pu mesurer l'univers jusqu'à 13 millions d'a.l.. Mais au-delà de ces distances, la luminosité des Céphéides devient trop faible pour permettre une estimation de leur distance, et donc de la distance des galaxies qui les contiennent. Il fallait donc des phares plus brillants pour nous aider à pénétrer l'univers en profondeur. Plusieurs objets astrophysiques très brillants de ces galaxies lointaines furent mis à contribution pour cela. Les trois principaux sont tout d'abord, les étoiles supergéantes (surnommées ainsi parce qu'elles ont la luminosité de 100000 Soleils et qu'elles sont 300 fois plus grosses que notre astre), ensuite les amas globulaires, ces ensembles sphériques de centaines de milliers d'étoiles, et enfin les supernovae, ces explosions qui marquent la fin de la vie des étoiles massives et qui libèrent autant d'énergie par seconde qu'une galaxie entière à leur maximum de brillance. A cette liste nous pouvons rajouter les *novae* et les nébuleuses planétaires. Mais pour être utilisables, il est crucial de déterminer la vraie brillance de ces objets. Pour cela, on suppose que celle-ci est constante d'un objet à l'autre, et en particulier, que la luminosité des étoiles supergéantes, des amas globulaires et des supernovae, déduites des mesures de distance jusqu'à 13 millions d'a.l. grâce aux Céphéides, est la même que celle des mêmes objets situés dans les galaxies lointaines. Cette méthode permet d'accéder jusqu'à des distances de l'ordre de 300 millions d'a.l. (cf. Fig. 1.1.3d).

Dans le même ordre d'idée, il existe une méthode de détermination de distance, basée sur les dimensions supposées identiques des zones d'ionisation de l'hydrogène (HII) autour d'étoiles lumineuses. Si de nombreux nuages sont étudiés, il est possible de déterminer la distance des galaxies lointaines qui les contiennent.

#### La relation de Tully-Fischer

D'autres méthodes plus récentes font intervenir les propriétés globales des galaxies. La vitesse rotationnelle d'une galaxie *spirale* est par exemple un indicateur de sa luminosité intrinsèque. En effet, le nombre d'étoiles contenues dans la galaxie détermine à la fois sa masse et donc sa vitesse de

<sup>1</sup>Le terme "calibration" est un anglicisme dont l'utilisation est entrée dans l'usage courant. J'ai ainsi privilégié le terme d'"étalonnage" pour parler des distances dans l'univers. En revanche on parle souvent de nos jours "d'étoile de calibration" ou de "calibration de la relation P-L". J'ai donc choisi de conserver ces expressions dans le manuscrit.

rotation, mais aussi son éclat. La vitesse de rotation de la galaxie peut être déduite d'une mesure spectroscopique visible ou radio, et la luminosité intrinsèque ainsi obtenue combinée à une mesure de luminosité apparente donne accès à la distance de la galaxie. Cette méthode nécessite néanmoins un étalonnage.

### La relation de Faber-Jackson

Il existe une autre relation de ce type, appelée relation de Faber-Jackson, liant la luminosité d'une galaxie *elliptique* à la dispersion de la vitesse des étoiles qu'elle contient. Dans une galaxie elliptique, les étoiles ne tournent pas toutes ensemble. En revanche, leurs vitesses *en moyenne* sont d'autant plus importantes que la masse totale de la galaxie, et donc sa luminosité, est importante.

### L'effet Sunyaev-Zeldovich

Une autre méthode utilisée repose sur l'effet Sunyaev-Zeldovich. Le principe est le suivant. Les radiotélescopes détectent la modification du fond diffus cosmologique et en déduisent la taille réelle de l'amas de galaxies dans la ligne de visée. Les satellites X détectent alors le rayonnement du gaz chaud de l'amas et mesurent sa taille apparente sur le ciel. De ces deux mesures, on déduit la distance de l'amas en faisant l'hypothèse raisonnable qu'il est sphérique.

Ces méthodes sont généralement utilisées jusqu'à des distances d'environ 300 millions d'années lumières.

#### 1.1.5 L'Univers lointain

Nous considérons maintenant l'univers dans son ensemble. Quelles méthodes peuvent être utilisées pour déterminer la distance des galaxies lointaines ?

#### Le décalage vers le rouge

Tout comme les étoiles composent une galaxie, les galaxies composent l'univers. Pour comprendre l'univers, il faut étudier les galaxies. Avec l'aide du télescope de 2.5 mètres du mont Wilson, Edwin Hubble, se mit au travail avec acharnement. Il s'agissait d'abord d'étudier le mouvement des galaxies. Le spectroscopie et l'effet Doppler furent mis à contribution. La lumière décomposée des galaxies confirma vite un fait bien étrange. Sur les 41 galaxies étudiées, 36 montraient un décalage vers le rouge et s'éloignaient de la Voie Lactée, alors que 5 seulement révélaient un décalage vers le bleu et s'approchaient de la Voie Lactée. De toute évidence, le mouvement des galaxies n'étaient pas désordonné. Après son succès avec la galaxie Andromède, Hubble avait continué ses recherches sur les phares cosmiques - les Céphéides - dans d'autres galaxies, pour déterminer la distance de ces "univers-îles". Armé de ses vitesses, déduites en mesurant le changement de couleur de la lumière décomposée, et de ses distances, Hubble nota en 1929 une relation entre ces quantités qui allait marquer une étape décisive dans la connaissance de l'univers : à savoir que la vitesse de fuite d'une galaxie est proportionnelle à sa distance. Cette relation est connue sous le nom de loi de Hubble :

$$v_g = H_0 \cdot d \quad (1.2)$$

où  $v_g$  est la vitesse d'éloignement de la galaxie (en km/s),  $d$  sa distance (en Mpc) et  $H_0$  est la constante de Hubble (en km/s/Mpc). L'univers en expansion était né.

Une fois calibrée grâce aux Céphéides ou à d'autres méthodes exposées dans cette section, on peut ainsi accéder à la distance des galaxies lointaines grâce à la loi de Hubble. La galaxie la plus lointaine observée jusqu'à présent est située à 12 milliards d'a.l.. Rappelons que l'univers visible a un diamètre égal à l'âge de l'univers, soit environ 14 milliards d'a.l. selon nos estimations actuelles.

Il existe néanmoins quelques méthodes marginales indépendantes de tout étalonnage.

### Le retard dû aux lentilles gravitationnelles

Lorsqu'un quasar est observé à travers une lentille gravitationnelle, plusieurs images "fantômes" apparaissent. Les chemins optiques parcourus par la lumière correspondant aux différentes images ont des longueurs qui diffèrent proportionnellement à la distance du quasar et aux angles de déflexion. Ainsi, comme les quasars sont des sources variables, on peut corrélérer les fluctuations de lumière dans les images "fantômes" aux retards optiques dus à la lentille gravitationnelle. Cette méthode, qui ne nécessite aucun étalonnage, a été récemment utilisée par Bozza et Mancini (2004).

### La parallaxe des quasars ?

Une nouvelle méthode a été proposée par Elvis et Karovska (2002) pour déterminer la distance des quasars. Il s'agit simplement de combiner des mesures interférométriques à une estimation de la dimension réelle de la BELR ou Broad Emission Line Region, obtenue par la technique de mesure du temps de trajet des réverbérations. Cette technique montre les nouvelles voies ouvertes par l'interférométrie très haute précision (0.01 mas).

La structure globale de l'univers et les différentes méthodes de détermination de distance ayant été présentées (voir Fig. 1.1.5), il convient désormais de s'interroger sur la notion de distance dans un contexte cosmologique d'expansion de l'Univers.

#### 1.1.6 Cosmologie et distances

En raison de l'expansion de l'univers, la question de la distance d'une galaxie très lointaine est particulièrement délicate à résoudre. Imaginons notre Voie Lactée plongée dans un univers âgé de 1 milliard d'années. Une galaxie éloignée de 2.2 milliards d'années-lumière lui envoie des photons. Les photons voyagent vers notre galaxie mais, pendant ce temps, la trame de l'Univers s'étend... Finalement, quelques photons atteignent la Voie Lactée après un voyage de 13.6 milliards d'années. Quelle est alors la distance de la galaxie émettrice ? Différentes réponses sont possibles selon le type de distance considérée :

- Sa distance angulaire est de 2.2 milliards d'a.l. : en effet, l'image qui nous parvient a été émise lorsque la galaxie se trouvait à cette distance. Les galaxies lointaines nous paraissent plus grosses qu'elles ne le sont.
- Sa distance de luminosité est de 560 milliards d'a.l. : dans un univers en expansion, les photons se répartissent sur une surface supérieure à celle d'une sphère (ce qui équivaut à une dilatation du temps). Les galaxies lointaines nous paraissent donc moins lumineuses qu'elles ne le sont.
- Sa distance liée au temps de propagation des photons est de 13.6 milliards d'a.l. : c'est la distance la plus souvent utilisée, bien qu'il s'agisse en réalité d'une durée. Elle nous indique de quand date l'image qui nous parvient.
- Sa distance *comobile* est de 35 milliards d'a.l. : cette distance est celle de la galaxie au moment où les photons qu'elle a émis il y a très longtemps nous atteignent enfin...

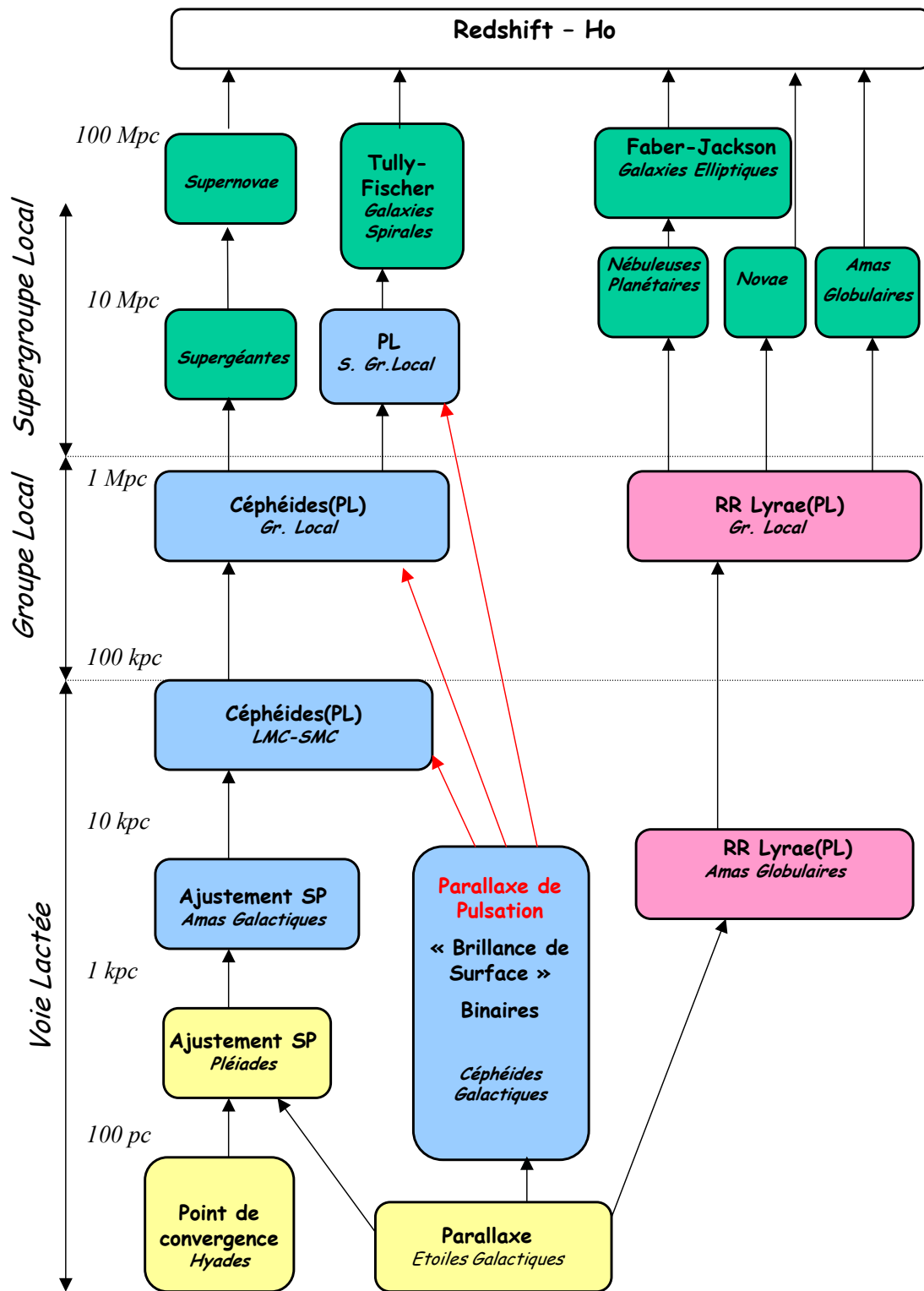


FIG. 1.3 – Différentes méthodes pour différentes échelles de distance

Le jaune correspond aux indicateurs primaires de distances. Le bleu et le rose sont liés respectivement aux Céphéides et aux RR Lyrae. Le vert concerne les indicateurs secondaires de distances. On remarque le caractère particulier des Céphéides qui apparaissent ainsi comme un maillon central important pour l'étalonnage des échelles de distance dans l'Univers.



*Pour les petites distances - en dessous d'environ 2 milliards d'années lumière - les quatre définitions de la distance convergent et deviennent identiques. Ainsi, pour la méthode spectro-interférométrique de la parallaxe de la pulsation utilisée dans cette thèse, la distinction entre ces quatre définitions de la distance n'est pas de rigueur.*

Nous avons vu que la relation Période-Luminosité des Céphéides est en quelque sorte le maillon central de l'échafaudage des distances, et constitue à ce titre un outil crucial pour la détermination des distances extragalactiques, et pour la détermination de la constante de Hubble. Mais il existe néanmoins de nos jours, et notamment grâce à l'observation spatiale, une autre méthode de détermination de la constante de Hubble.

## La constante de HUBBLE

La constante de HUBBLE traduisant l'expansion de l'univers est actuellement le fruit d'intenses recherches car elle permet de contraindre les modèles cosmologiques et d'affiner notre connaissance de l'histoire de l'univers. Elle fut, et elle est encore, l'objet de nombreuses discussions et incertitudes. A titre indicatif, voici un extrait de "The Cosmological Distance Ladder" (1985) de Miekeal Rowan-Robinson :

*Gerard de Vaucouleurs on the one hand, and Allan Sandage and Gustav Tammann on the other, arrived at estimates of the size of the universe, as measured by Hubble constant, differing from each other by a factor of two. Moreover, when I asked the protagonists what was the range outside which they could not imagine the Hubble constant lying, these ranges did not overlap. Given that they were studying more or less the same galaxies with rather similar methods, often using the same observational material, I found this incredible.*

En 2001, les mesures du *HST* (Freedman et al. (2001)) ont donné une valeur de  $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc}$ . Rappelons que cette valeur est entièrement basée sur la distance du LMC, et donc sur le point-zéro de la relation P-L des Céphéides du LMC.

En 2004, le spectre spatial des images du fond cosmologique du satellite WMAP permet de comprendre la géométrie de l'univers et de mesurer la constante de Hubble. La valeur obtenue par WMAP est de :  $H_0 = 71 \pm 4 \text{ km/s/Mpc}$ .

Ces résultats récents semblent indiquer qu'un certain consensus se forme quant à l'exactitude de la constante de Hubble, mais celle-ci reste néanmoins peu précise. La constante de HUBBLE est encore aujourd'hui le fruit d'intenses recherches, et incontestablement la calibration interférométrique de la relation P-L *via* les Céphéides Galactiques a un rôle important à jouer. Mais, l'intérêt pour les Céphéides ne se limite pas à l'étalonnage des échelles de distance. Les Céphéides sont des étoiles intéressantes en elles-mêmes, pour la physique qu'elles mettent en jeu, et c'est pourquoi nous allons les présenter plus en détails.

## 1.2 La relation Période-Luminosité (P-L) des Céphéides

Les Céphéides sont des étoiles qui pulsent de manière périodique au cours du temps : la variation du diamètre est de l'ordre de 10%, ce qui correspond à une variation du rayon linéaire d'environ  $5 R_\odot$ . Parallèlement à la pulsation, l'éclat de la Céphéide varie lui aussi au cours du temps, et en ce sens une Céphéide est une classe particulière d'étoile variable. Mais il existe une très grande variété d'étoiles variables et, d'une certaine façon, toutes les étoiles sont variables. Alors définissons tout d'abord ce qu'est une étoile variable, ceci permettra finalement de mieux situer les Céphéides dans

le paysage stellaire. Après quoi, les caractéristiques principales des Céphéides seront présentées : pulsation et évolution, afin de mettre en évidence les raisons sous-jacentes de l'existence d'une relation P-L. Nous terminerons par un petit historique de la relation P-L afin d'avoir une idée de l'importance de ce travail de thèse par rapport au contexte historique.

### 1.2.1 Des propriétés physiques des Céphéides ...

#### Les étoiles variables

Une étoile variable est une étoile dont la luminosité varie. Mais selon l'instrument d'observation que l'on utilise cette variabilité peut prendre différentes formes. De plus, la mise en évidence de la variabilité dépend du seuil de détection de l'instrument ou de son pouvoir de résolution, qu'il s'agisse :

- du seuil de détection en variation de luminosité (photométrie) : on détecte alors une évolution plus ou moins périodique de l'éclat de l'étoile.
- de résolution angulaire (interférométrie) : on détecte alors une évolution plus ou moins périodique du diamètre angulaire de l'étoile.
- de résolution spectrale (spectrométrie ou vélocimétrie radiale) : on détecte alors une évolution plus ou moins périodique de la position et de la forme des raies spectrales de l'étoile.
- Que ce soit du point de vue interférométrique, photométrique ou spectrométrique, les observations doivent présenter une résolution temporelle suffisante pour que la variabilité soit détectée. De plus la variabilité observée dépendra de la longueur d'onde à laquelle on fait les observations.

Ainsi, en considérant l'une des différentes techniques de détection de la variabilité citées ci-dessus, et en supposant un seuil de détection et une résolution optimale, on pourrait dire que toutes les étoiles sont plus ou moins variables. Certaines étoiles présentent cependant de fortes variations, et ce sont ces étoiles que l'on appelle étoiles variables.

Il existe deux grands types d'étoiles variables : les étoiles variables "intrinsèques" ou pulsantes, c'est à dire dont la variabilité est due à des causes physiques internes (les Céphéides sont des étoiles variables pulsantes). Et les autres, que l'on peut répertorier de la manière suivante :

- variables éruptives : T Tauri, Be, Wolf-Rayet, naines froides, étoile de type P Cyg
- variables par rotation : étoile magnétique ou Ap, étoiles à taches
- variables cataclysmiques : novae, supernovae, binaires serrées, étoiles symbiotiques
- variables à éclipses : étoiles binaires
- sources X variables : phénomènes d'accrétion

#### Propriétés générales des Céphéides

Au cours de leur évolution, les étoiles procèdent à des réarrangements de structure qui vont perturber leur équilibre hydrostatique. Ces perturbations peuvent être rapidement amorties, mais aussi être entretenues avec une grande régularité : l'étoile devient alors pulsante, caractérisée par une alternance périodique d'expansion et de contraction de ses couches superficielles. Dans ce cas la pulsation est radiale, c'est à dire que l'étoile garde sa forme sphérique. En cas de pulsation non radiale (non encore établie chez les Céphéides), la forme de l'étoile s'écarte périodiquement d'une sphère, et des zones voisines de la surface peuvent avoir des phases de pulsation opposées.

Les pulsations stellaires sont, dans la plupart des cas, gouvernées par un mécanisme d'opacité ( $\kappa$ -mécanisme) dont le bilan énergétique dans une zone dite de transition fournit un travail positif, caractérisé par un certain nombre de facteurs physiques. La conjonction favorable de ces facteurs détermine les régions du diagramme HR où l'on rencontre les étoiles pulsantes (Fig. 1.4). Suivant une température effective plus ou moins importante, l'élément responsable du mécanisme d'opacité est H, He I, He II, ou le Fer. On remarque sur le diagramme HR ci-contre la présence d'un très grand nombre de familles d'étoiles variables pulsantes.

A un âge donné de son évolution, une étoile peut devenir une étoile variable ou une étoile pulsante. *Pour une étoile de masse intermédiaire*, l'ordre de la séquence est le suivant : étoile en formation (T Tauri, UV Ceti), séquence principale ( $\delta$  Scuti,  $\gamma$  Doradus), géante rouge, branche horizontale ou bande d'instabilité (Céphéides, W Virginis, RV Tauri, RR Lyrae), AGB (Miras, variables irrégulières), post-ABG (objet OH/IR), Nébuleuse planétaire, Naine blanche. *Pour une étoile massive* : séquence principale (SPB,  $\beta$  Céphéides), supergéantes rouge, branche asymptotique (Céphéides), AGB, post-AGB, Wolf-Rayet, Supernova de type II, étoile à neutron, trou noir.

Les Céphéides ont une masse comprise entre 3 et 50 masses solaires et se trouvent sur la branche horizontale, dans la bande d'instabilité, où elles brûlent de l'hélium en carbone dans leur cœur, et de l'hydrogène en hélium en couche.

Les Céphéides sont donc des étoiles variables pulsantes de très grande régularité qui pulsent essentiellement dans le mode radial. La période de pulsation s'étale entre 1 et 50 jours, et l'amplitude de la variation photométrique est de l'ordre de 0.5 à 2 magnitudes. Au cours de cette variation, le type spectral est compris entre F et K, caractérisé par la présence de métaux neutres et/ou ionisés. Les Céphéides appartiennent à la population de type I de Baade, c'est à dire que leur composition en masse est voisine de 70% d'hydrogène, 28% d'hélium et 2% d'éléments lourds, que l'on regroupe par abus de langage sous le nom de métaux. Ces étoiles, relativement jeunes, sont concentrées au voisinage du plan galactique. Pour comparaison, les étoiles plus vieilles ou de type II, comme les RR Lyrae ou W Virginis, sont plus pauvres en métaux :  $X=90\%$ ,  $Y=10\%$  et  $Z=0.001\%$  et sont généralement présentes dans les amas globulaires situés dans les galaxies elliptiques mais également spirales (noyau, bulbe et surtout halo).

Voyons maintenant plus en détails les principes physiques responsables de la pulsation et de l'évolution observée des Céphéides.

## La pulsation

Les Céphéides appartiennent ainsi à un groupe d'étoiles dont la taille et la luminosité évoluent de manière très régulière au cours du temps. Leavitt (1912) montra que plus la période de l'étoile est importante, plus celle-ci est lumineuse, indépendamment de l'amplitude de pulsation.

La fréquence de pulsation de l'étoile correspond à un de ses modes propres, les forces de rappel étant la pression et la gravitation. La vitesse de l'onde acoustique, qui correspond à la vitesse du son dans l'étoile, est déterminée par la pression. Ainsi, la période de pulsation de l'étoile ( $P$ ) correspond à un aller-retour de l'onde d'un point de sa surface à son symétrique diamétralement opposé, ce qui donne approximativement :

$$P \simeq \frac{4R}{\bar{c}_s}, \quad (1.3)$$

où  $R$  est le rayon de l'étoile et  $\bar{c}_s$  la vitesse du son moyenne dans l'étoile.

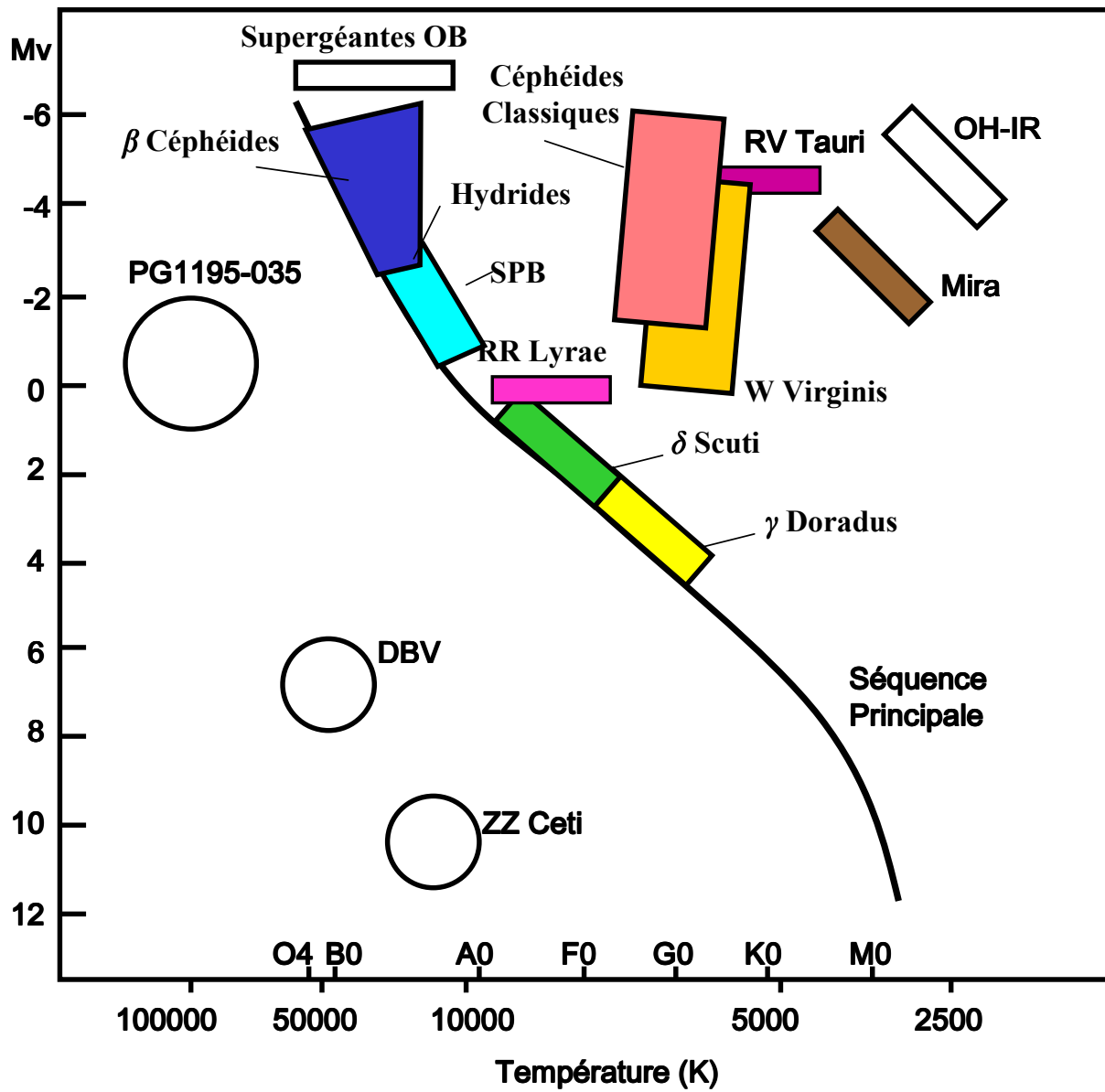


FIG. 1.4 – Les étoiles pulsantes dans le diagramme HR

Les théories ondulatoires pour une onde sonore adiabatique nous donnent :

$$\bar{c}_s = \sqrt{\gamma \frac{P_g}{\rho}} \quad (1.4)$$

avec  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$  pour un gaz monoatomique.  $P_g$  est la pression du gaz dans l'étoile et  $\rho$  la densité. De plus à l'équilibre hydrostatique d'une étoile on a :

$$\frac{\bar{P}_g}{\rho} \simeq \frac{GM}{R} \quad (1.5)$$

avec  $M$ , la masse de l'étoile, et  $G$  la constante universelle de la gravitation.

Ainsi on obtient l'expression de la période de l'étoile :

$$P \simeq \frac{4R}{\sqrt{\gamma \frac{GM}{R}}} \simeq \frac{4}{\sqrt{\gamma G}} \frac{1}{\sqrt{\bar{\rho}}} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \quad (1.6)$$

Ou encore :

$$P = C * \bar{\rho}^{-\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

ou,

$$P = Q(\bar{\rho}/\rho_\odot)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.8)$$

où  $C$  et  $Q$  sont des constantes de pulsation (si  $\gamma$  est une constante) et  $\rho_\odot$  est la densité moyenne du soleil ( $\rho_\odot = 1.4g.cm^{-3}$ ).

En résumé, à masse constante, pour une augmentation de la luminosité de l'étoile, le rayon augmente, la densité moyenne diminue et la période augmente. En d'autres termes, plus le rayon augmente, plus le temps d'aller-retour de propagation de l'onde est important. D'un point de vue théorique, la relation Période-Luminosité des Céphéïdes est en fait une relation Période-Densité.

Affinons un peu notre vision du comportement de l'étoile. La vitesse de l'onde, c'est à dire la vitesse du son, est différente en chaque point de l'étoile, du fait de sa dépendance avec la température :  $\bar{c}_s \simeq \sqrt{T}$ . Ainsi, du fait de la stratification en température et en densité, la force de rappel que constitue la pression est également différente selon la profondeur considérée dans l'étoile. La période de pulsation dépend donc du profil de température dans l'étoile. Ces notions tendent à montrer que les modes propres d'une étoile peuvent être compliqués et nécessitent des calculs numériques pour être mis en évidence. Il existe ainsi différents modes de pulsation dans les Céphéïdes : le premier est le mode fondamental de période  $P_0$ , ensuite il existe le premier harmonique de période  $P_1$ , et enfin le second harmonique de période  $P_2$ , etc. Les rapports  $\frac{P_2}{P_1}$  et  $\frac{P_1}{P_0}$  dépendent de la stratification et donc du modèle considéré. Les modèles les plus réalistes donnent des valeurs de  $\frac{P_1}{P_0} = 0.74$  et  $\frac{P_2}{P_1} = 0.68$  pour une étoile de 5 masses solaires. Notons que ces valeurs sont de bons indicateurs de la densité dans le coeur de l'étoile. Ainsi, les RR Lyrae qui pulsent avec une période de seulement 0.5 jours, présente un rapport  $\frac{P_1}{P_0}$  de 0.744 ce qui confirme une forte densité centrale. Par ailleurs, les Beat-Céphéïdes présentent également une période et des rapports de période très proches de ces valeurs.

## Le mécanisme de la pulsation

Les Céphéides dans la bande d'instabilité (voir ci-après) entretiennent leur pulsation par un mécanisme d'opacité appelé  $\kappa$ -mécanisme. Il existe d'autres mécanismes, mais celui-ci est le plus important. Afin de comprendre le fonctionnement de ce mécanisme, on peut d'abord considérer le cas des pulsations adiabatiques, c'est à dire sans échange d'énergie entre les différentes couches. Lorsque l'étoile se contracte, la pression augmente pour atteindre à un moment donné une valeur suffisante pour contrebalancer la force de gravité, l'étoile commence alors son mouvement d'expansion. A l'expansion maximale, lorsque la force de gravité reprend le dessus sur les forces de pression, l'étoile commence alors à nouveau son mouvement de contraction. Dans le cas adiabatique, c'est à dire sans échange de chaleur entre les couches, l'étoile pulserait de cette manière indéfiniment. La température serait maximale lorsque l'étoile est en contraction maximale, et la température serait minimale à l'expansion maximale. Or, les courbes de vitesse et de luminosité ne correspondent pas à de telles pulsations adiabatiques. La température, par exemple, est maximale lorsque l'étoile est en expansion, lorsqu'elle se rapproche de son rayon maximum. On sait donc qu'il existe un amortissement, et cette perte d'énergie, sous forme radiative, est proportionnelle à  $T^4$ . L'étoile perd ainsi le maximum d'énergie lorsque la température est maximale et que la pression travaille à l'expansion. Cette perte d'énergie provoque une diminution de température, et donc de pression, la force de rappel est diminuée et l'étoile ne retrouve pas son expansion maximale, mais un peu moins. S'il n'y a pas un mécanisme pour lui fournir l'énergie et augmenter sa température à cette phase cruciale de départ, alors les pulsations s'amortissent et l'étoile se stabilise.

Dans les Céphéides, un mécanisme est à l'oeuvre, le  $\kappa$  mécanisme. Mise en évidence par Zhevakin (1959), *la dépendance tri-dimensionnelles en forme "de montagne" du coefficient d'absorption en fonction de la température et de la pression est à l'origine de la pulsation de l'étoile*. Lors d'une contraction adiabatique, la température et la pression augmentent ensemble; le coefficient d'absorption  $\kappa$  peut alors augmenter ou diminuer selon que l'on se trouve d'un côté ou de l'autre de la montagne. Par ailleurs, notons que le flux radiatif peut s'exprimer sous la forme :

$$F_r = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dz} \quad (1.9)$$

Ainsi, si  $\kappa$  augmente lors de la compression,  $F_r$  diminue. Le flux provenant des couches profondes ne peut alors pas se propager facilement à travers les couches présentant un  $\kappa$  important. Le flux d'énergie est piégé dans cette couche : l'énergie s'accumule, la température et la pression augmentent. Au niveau atomique cela correspond à une ionisation des atomes. Il existe donc un excédent de pression par rapport au cas adiabatique. Il est important de constater que le chauffage s'effectue aussi longtemps que  $\kappa$  est plus grand que dans la configuration d'équilibre, ce qui veut dire l'augmentation de température et de pression s'effectue à un certain moment lors de la phase de contraction jusqu'au milieu environ de la phase d'expansion, et cette surpression fournit le travail positif responsable de la pulsation de l'étoile. Mais ce n'est pas tout, après le milieu de la phase d'expansion,  $\kappa$  retrouve une valeur inférieure à sa valeur d'équilibre, l'énergie stockée au niveau atomique est restituée par recombinaison, le flux radiatif augmente au dessus de sa valeur d'équilibre, et la température et la pression décroissent. Ceci implique une dépression qui devient maximale, justement à la phase de retombée des couches sous l'influence de la gravitation, une énergie supplémentaire pour la pulsation est ainsi fournie.

Bien sûr, ceci fonctionne si  $\kappa$  augmente lors de la contraction. Si ce n'est pas le cas et que  $\kappa$

diminue lors de la contraction, la pulsation est amortie. Mais en définitive, à côté d'une région où  $\kappa$  augmente à la contraction, il existe forcément, du fait de la forme en montagne de la dépendance de  $\kappa$ , une couche de l'étoile où  $\kappa$  diminue. Ainsi, certaines couches contribuent à l'excitation alors que d'autres à l'amortissement. Dans les régions qui contribuent à l'excitation, on peut noter la zone d'ionisation de l'hydrogène qui se trouve généralement en dessous de la photosphère pour les Céphéides, et la zone d'ionisation de l'hélium ionisé une fois, en hélium ionisé deux fois, qui se trouve plus en profondeur. Entre ces deux zones, il existe donc des régions d'amortissement. La question est alors de savoir lesquelles de ces régions d'excitation ou d'amortissement seront les plus efficaces. La réponse est principalement liée à l'amplitude de pulsation ou encore à la forme de la fonction propre de pulsation dans l'étoile. Ainsi, selon les cas, ce sera le mode fondamental qui sera stable ou alors le premier harmonique. Il est à noter en particulier que ce qui limite l'accroissement continu de l'amplitude de pulsation de la Céphéide est précisément la largeur de la montagne  $\kappa$ .

## Evolution des Céphéides

La position des Céphéides dans le diagramme HR correspond à une bande étroite, que l'on appelle bande d'instabilité, relativement verticale, délimitée du côté rouge par des supergéantes tardives de type K ( $T_{eff} = 5000K$ ), et du côté bleu par des supergéantes rouges de type A ( $T_{eff} = 8000K$ ).

Les étoiles les moins massives ( $\simeq 3M_{\odot}$ ) ne font qu'un seul passage dans la bande d'instabilité du bleu au rouge, et ce passage est très rapide. Il en résulte que nous avons peu de chances d'observer de telles étoiles à ce stade d'évolution caractérisé par un brûlage de l'hydrogène en couche. Cependant, en ce qui concerne les étoiles massives, elles ont une autre chance de traverser la bande d'instabilité, lors de leur "blue loop" ou "boucle vers le bord bleu". Ce second passage dans la bande d'instabilité vers le bleu est beaucoup plus lent et correspond au début du brûlage de l'hélium en carbone au coeur de l'étoile. Nous avons donc de bonnes chances d'observer de telles étoiles massives à ce stade d'évolution. Lors du troisième et dernier passage dans la bande d'instabilité, l'hélium est brûlé en couche, et l'étoile commence alors son voyage dans la branche asymptotique des géantes rouges.

Lors de cette "blue loop", les étoiles passent la plus grande partie de leur temps à la pointe extrême de la boucle. Plus l'étoile a une faible masse, plus le bout de la boucle se décale vers le rouge, et pour une masse limite donnée ( $M = 3M_{\odot}$ ), la boucle disparaît et l'étoile n'aura donc fait qu'un seul passage dans la bande d'instabilité. Ceci donne la limite inférieure en terme de Période de pulsation pour les Céphéides : les Céphéides de plus petite période et qui pulsent dans le mode fondamental, ont donc une masse légèrement supérieure à la masse limite. Il faut également noter que le bout de la boucle se rapproche du bord bleu de la bande d'instabilité pour des étoiles possédant une abondance métallique plus basse. Pour cette raison, les Céphéides de plus faible masse sont aussi les Céphéides les moins "métalliques". C'est également pour cette raison que les Céphéides des nuages de Magellan, relativement pauvres en métaux, sont moins massives en moyenne, par rapport aux Céphéides de notre Galaxie.

Les Céphéides traversent la bande d'instabilité à un stade d'évolution avancé où elles brûlent de l'hélium en carbone dans leur coeur. Leur coeur s'est donc contracté vers des températures et des densités très importantes, ce qui n'est pas sans importance pour l'analyse des mécanismes d'excitation responsables de leur pulsation.

## Les limites de la bande d'instabilité

En combinant les principes de pulsation et d'évolution présentés ci-dessus, on est désormais en mesure de comprendre ce qui définit les bords de la bande d'instabilité des Céphéides.

- Le bord bleu : les régions pour lesquelles la profondeur optique  $\kappa$  est la plus grande sont plus efficaces pour l'excitation de la pulsation. Si ces régions se rapprochent trop de la surface lorsque la température de l'étoile augmente alors la stabilité de la pulsation cesse. Ceci détermine le bord bleu de la bande d'instabilité. Comme les zones d'excitation pour les étoiles de type fondamental ou premier harmonique ne sont pas à la même profondeur, le bord bleu ne sera pas exactement le même dans les deux cas.
- Le bord rouge : nous avons vu que l'excitation par le  $\kappa$ -mécanisme est dû à une augmentation de  $\kappa$  dans une zone *a priori* instable provoquant un piège pour le flux radiatif et une augmentation de température. Ceci n'est possible que si l'énergie radiative est emmagasinée par l'opacité. Si la plupart de l'énergie est transportée par la convection alors l'augmentation de chaleur n'est plus possible. Ainsi, la pulsation n'est possible que pour les étoiles où le transport par convection est inefficace dans les zones correspondant à une augmentation de  $\kappa$ . Ceci définit le bord rouge de la bande d'instabilité. Proche du bord rouge de la bande d'instabilité, l'étoile peut éventuellement développer de la convection sur une petite partie de son cycle, mais la façon dont ceci pourrait intervenir n'est toujours pas claire.

### 1.2.2 ... A la relation Période-Luminosité

#### Relations empiriques

Donnons maintenant quelques formules typiques empiriques reliant la masse  $M$ , la luminosité  $L$ , la température effective  $T_{eff}$ , le rayon  $R$ , la période  $P_0$  (mode fondamental) et la composition chimique des Céphéides.

Tout d'abord il existe une relation Masse-Luminosité des Céphéides de la forme :

$$\log L = a \log M + b \quad (1.10)$$

En effet, plus la masse de la Céphéide augmente, plus la “boucle vers le bleu” est haute en luminosité dans la diagramme HR. Il faut noter ici, du point de vue des modèles d'évolution, que le choix du type de convection, par exemple avec un overshooting plus ou moins important, peut augmenter le niveau en luminosité de la “boucle vers le bleu” et affecter le point zéro de la relation Masse-Luminosité.

Une autre relation est la loi de Stefan qui relie la luminosité, le rayon et la température effective de l'étoile :  $L \propto R^2 T_{eff}^4$  ou encore

$$\log L = 2 \log R + 4 \log T_{eff} \quad (1.11)$$

En prenant la relation 1.6 de la période, on obtient :

$$\log P_0 = -\frac{1}{2} \log M + \frac{3}{2} \log R + c \quad (1.12)$$

Les relations ci-dessus permettent ensuite de définir la relation PLC, ou Période-Luminosité-Couleur :



$$\log P_0 = d \log L - e \log T_{eff} + f \quad (1.13)$$

En première approximation on peut aussi rajouter le fait que la bande d'instabilité est quasi verticale. Ainsi la température effective est constante quelque soit la luminosité. On obtient ainsi la relation Période-Luminosité :

$$\log P_0 = a' \log L + b' \quad (1.14)$$

Cette relation doit être considérée avec prudence. Elle dépend en effet de la métallicité et du mode de pulsation de l'étoile. De plus, bien que théoriquement linéaire, il peut en être autrement en pratique.

### Historique de la relation P-L

Beaucoup de travaux ont été entrepris sur les Céphéides. Cette section, en retraçant l'histoire de la calibration de la relation P-L, vise à mettre en relief l'importance de cette étude. Une histoire de la relation P-L se trouvent dans Fernie (1969).

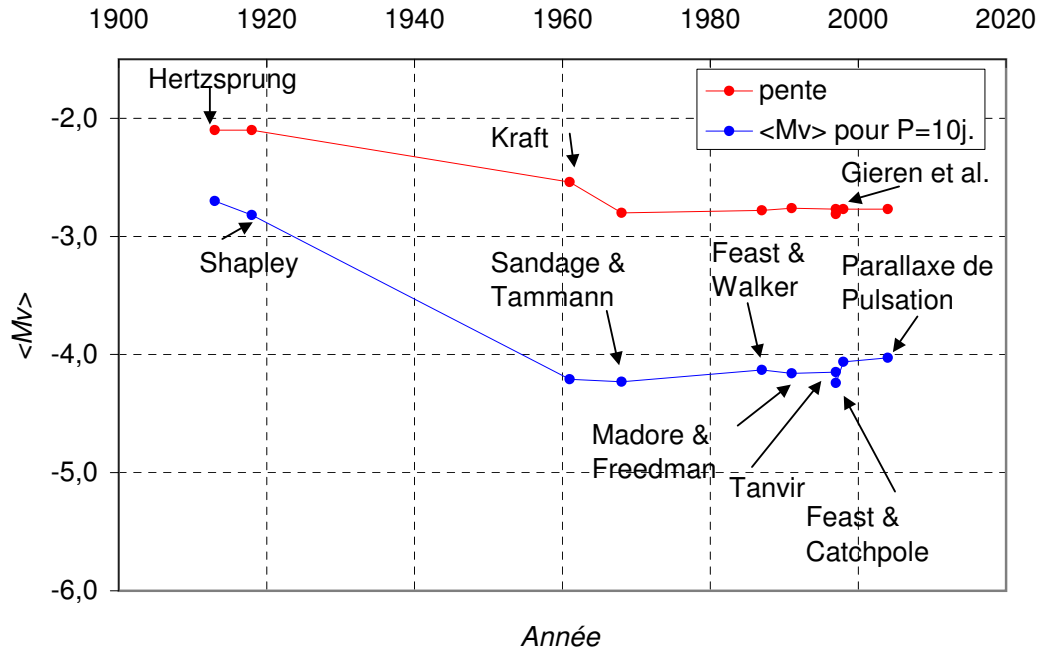


FIG. 1.5 – Histoire de la relation Période-Luminosité des Céphéides  
La relation considérée ici est de la forme :  $M_V = \alpha_V (\log(P) - 1) + \beta_V$

En 1912, **Henrietta Leavitt** observa 1777 étoiles variables dans les nuages de Magellan. En s'attachant plus particulièrement à l'observation de 25 étoiles variables du petit nuage de Magellan (SMC), elle apporta la première indication d'une relation entre la période et la luminosité des étoiles variables de type Céphéide. Elle découvre ainsi la relation Période-Luminosité (PL) mais ne la calibre pas !

En 1913, **Hertzsprung** calibre le point-zéro de la relation PL en mesurant la distance de 13 Céphéides grâce à deux méthodes de détermination de distance : la parallaxe statistique et la parallaxe séculaire. En ce qui concerne la pente de la relation, il reprend les observations de Leavitt en prenant soin de convertir les magnitudes photographiques en magnitudes visuelles avec une correction de couleur. Malheureusement, ses résultats s'avéreront faux, d'un facteur 50 ! Actuellement, on ne sait toujours pas d'où peut provenir une telle erreur.

En 1918, **Shapley** reprend le travail de Hertzsprung en y incluant de nouvelles variables appartenant à des amas globulaires de la voie lactée, et recalibre la relation P-L. Cependant il confond, comme ses prédécesseurs, les Céphéides Classiques (Population I) et les W Virginis (Population II) ; par contre il sépare bien les RRLyrae (Population II). Cette confusion est possible car Shapley réalise une erreur improbable qui allait être débusquée seulement 30 ans plus tard : en incluant les Céphéides de population I de Leavitt dans sa relation, il oublie de considérer l'extinction interstellaire ce qui a pour conséquence de diminuer la magnitude absolue de ces étoiles de 1.5, or cette valeur correspond étrangement à la différence intrinsèque (ou physique) de magnitude entre les variables de population I et II. Sa relation est donc calibrée en définitive sur des étoiles de population II. Cette relation lui permettra tout de même de montrer, en mesurant la distance de 12 amas globulaires, que notre soleil est dans un bras de la galaxie, et non au centre.

En 1930 : **Hubble** observe la galaxie d'Andromède, mais ne peut pas résoudre les étoiles du Bulbe qui contient essentiellement des étoiles de population II ; il observe donc principalement des étoiles de population I situées dans les bras et utilise alors la relation de Shapley pour déterminer la distance de la galaxie et pour calculer la fameuse constante de Hubble ( $H_0$ ). Ce faisant, il trouve bien sûr une galaxie d'Andromède deux fois trop près !

Plus tard, durant les blackouts de la seconde guerre mondiale, **Baade** (1944) observe au mont Wilson et fait le diagramme HR de certaines régions du ciel, et en 1952, trouve enfin l'erreur qui a perduré pendant 30 ans : il distingue les Céphéides Classiques, WVirginis, et RRLyrae. La distance d'Andromède et la constante de HUBBLE sont recalculées (Baade (1956)). Les Céphéides si prometteuses deviennent enfin la clef des cieux.

Par la suite, de 1952 à 1980, on se demande si la dispersion naturelle de la relation n'est pas due à la largeur de la bande d'instabilité en terme de température. Ainsi on s'intéresse de plus en plus à une relation Période-Luminosité-Couleur (PLC). Mais, la détermination de la couleur de l'étoile est difficile, d'une part du fait de l'absorption interstellaire et, d'autre part, du fait de la métallicité. Lorsque la métallicité augmente, le spectre de l'étoile s'écarte de plus en plus de celui d'un corps noir et l'on peut noter un effet de line-blanketing, ce qui rend la détermination de la couleur d'autant plus délicate. Ainsi, **Kraft** (1960ab) fait le bilan des connaissances sur les Céphéides à l'époque et s'intéresse plus particulièrement au problème du rougissement. Il met au point une relation période-couleur moyenne pour les Céphéides, mais les incertitudes demeurent trop importantes pour conclure. En 1967, **Fernie** s'aperçoit qu'il n'est pas forcément plus avantageux de prendre une relation PLC à la place d'une PL si la magnitude absolue est bien corrigée de l'extinction. L'histoire continue alors avec **Sandage** et **Tammann** en 1968, qui considèrent une relation PL qui comprend toutes les données connues alors sur les Céphéides. Ils obtiennent une relation très dispersée, et invoque une fois de plus la largeur de la bande d'instabilité. En 1988, **Stothers** trouve que la relation PLC est beaucoup plus sensible à la métallicité qu'une relation PL. En 1991, **Madore & Freedman** montrent enfin qu'il est inutile de chercher à calibrer une relation

PLC tant que l'on ne résout pas le problème de l'extinction interstellaire (i.e. le rougissement différentiel).

En 1997, **Feast & Catchpole** utilisent les mesures de parallaxe d'Hipparcos pour calibrer de manière géométrique la relation PL. Mais il existe un biais dans leurs calculs (biais de Lutz-Kelker) et un très probable effet de binarité. D'autres études suivent alors. D'abord, **Madore et Freedman** (1998), puis **Lanoix** (1999) reprennent les travaux de Feast & Catchpole à partir de la détermination de distance de 247 Céphéides. Ces distances sont cependant peu précises. Une dernière étude est réalisée par **Grenewegen & Oudmaijer** (2000).

En 1998, **Gieren et Fouqué** calibre la relation Période-Luminosité grâce à la relation de brillance de surface des Céphéides. Une version infrarouge de cette technique est alors mise au point (**Welch** (1994)), **Laney et Strobie** (1995)). Par la suite, de nombreuses études observationnelles et théoriques ont été réalisées sur les relations P-L-C, et sur le lien entre la métallicité des Céphéides et la relation P-L.

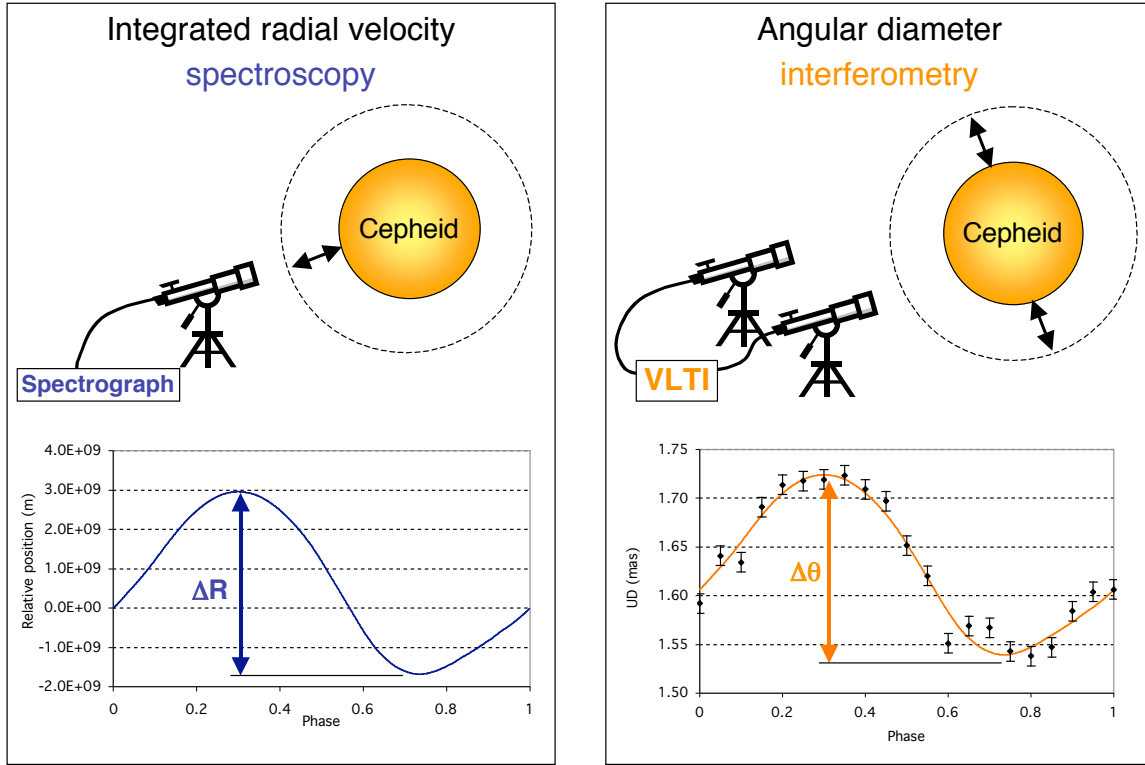
En 2003, **Tammann et al.** utilisent ensuite les amas galactiques pour calibrer la relation. L'impact de la dispersion de la relation P-L sur la détermination des distances extragalactiques a récemment été étudié par **Allen & Shank** (2004).

En 1997, **Mourard** applique la méthode interférométrique de Baade-Wesselink pour la détermination de distance de  $\delta$  Cep. A partir de ce moment, plusieurs travaux seront réalisés débouchant sur les observations VINCI/VLTI et la calibration spectro-interférométrique présentée dans cette thèse.

Le résumé de l'histoire de la relation P-L est illustré par la Fig. 1.5.

### 1.3 Objectif de la thèse : étude du facteur de projection pour une nouvelle calibration spectro-interférométrique de la relation P-L

La précision actuelle sur le point zéro de la relation Période-Luminosité est d'environ 0.1 en terme de magnitude. De plus, certains biais du même ordre de grandeur, issus des méthodes utilisées pour calibrer la relation, ne sont toujours pas exclus. Il en résulte que les échelles de distances extragalactiques sont encore incertaines et entachées d'erreurs importantes ne permettant pas de contraindre de manière efficace les modèles cosmologiques. Dans ce contexte, l'interférométrie est une technique d'observation récente et de plus en plus maîtrisée, offrant des possibilités nouvelles et très prometteuses. Le cadre de ma thèse se place à ce niveau : utiliser une nouvelle méthode spectro-interférométrique de détermination de distance des Céphéides galactiques, la technique de "la parallaxe de pulsation", pour calibrer le point zéro de la relation P-L. Bien que cette méthode soit très puissante car d'une grande simplicité, elle n'est pas totalement indépendante de toute modélisation, et nécessite l'approfondissement d'un point non encore exploré sous l'angle de l'interférométrie, à savoir le facteur de projection, qui nécessite des connaissances astrophysiques très générales de la Céphéide.



$$d \text{ [pc]} = 9.305 \Delta R \text{ [R}_{\odot}] / \Delta \theta \text{ [mas]}$$

FIG. 1.6 – La méthode de la parallaxe de pulsation

### 1.3.1 La méthode spectro-interférométrique de la parallaxe de pulsation

La méthode de la “parallaxe de pulsation” est très simple (voir Fig. 1.6). Il s’agit de combiner les variations des dimensions angulaires et linéaires de l’étoile, déduites respectivement de l’interférométrie et de la spectrométrie. L’interférométrie, technique que je présenterai dans la section 2.1, permet en toute première analyse de déterminer le diamètre angulaire des étoiles. Il est donc possible, grâce notamment à la précision des interféromètres actuels et du VLTI (Very Large Telescope Interferometer) en particulier, de mesurer le diamètre angulaire de la Céphéide en fonction de sa phase de pulsation. Du point de vue de la spectrométrie, on peut déduire la vitesse radiale observationnelle de l’étoile ( $V_{rad}$ ) à partir du décalage Doppler des raies spectrales. On utilise alors ce qu’on appelle le facteur de projection pour remonter à la vraie vitesse dans les couches de l’étoile ( $V_{puls}$ ). L’intégration temporelle de cette vitesse pulsante donne alors la variation de rayon de l’étoile qui, combinée à la variation de diamètre angulaire déduite de l’interférométrie, donne la distance de la Céphéide.

Cette méthode nécessite néanmoins l'approfondissement d'un point délicat : le facteur de projection.

### 1.3.2 Le point clef du facteur de projection : importance de la modélisation

La variation du rayon est déterminée par une intégration temporelle de la vitesse pulsante photosphérique ( $V_{puls}$ ) de l'étoile. Or, la détermination de cette dernière, à partir du décalage Doppler de la raie spectrale ( $V_{rad}$ ), est extrêmement délicate. En effet, les raies spectrales des Céphéides présentent une asymétrie du fait d'une double intégration : sur l'ensemble du disque de l'étoile, et en profondeur à travers les couches atmosphériques. La raie contient ainsi une quantité impressionnante d'informations : vitesse pulsante photosphérique, assombrissement centre-bord, effets de turbulence, vitesse de rotation, gradients de vitesse ... Toute cette information est généralement concentrée dans une quantité supposée constante avec la phase, le facteur de projection, défini par  $p = \frac{V_{puls}}{V_{rad}}$ . Jusqu'à présent, une grande majorité de la communauté astrophysique mondiale considérait un facteur de projection *constant* et égal à  $p = 1.36$  (Burki et al. 1982), valeur qui répond, nous le verrons, à des contraintes particulières et qui ne prend pas du tout en compte l'aspect interférométrique. L'objectif de ma thèse se place très exactement à ce niveau : quelle valeur faut-il prendre pour le facteur de projection dans le contexte de la méthode spectro-interférométrique de la parallaxe de pulsation ? Peut-on oui ou non le considérer constant pour les déterminations de distance ?

La thèse s'organise de la manière suivante. Je décris dans une première partie toute une étude qui a été réalisée en principale collaboration avec Pierre Kervella (Paris-Meudon) concernant l'instrument VINCI du VLTI, et dans laquelle je me suis fortement impliqué au niveau de la réduction des données interférométriques. Cette étude a permis d'une part, la détermination de distance de sept Céphéides par la méthode de la parallaxe de pulsation, et d'autre part, une nouvelle calibration des relations Période-Rayon (P-R), Période-Luminosité (P-L), et Brillance de Surface (B-S). J'énumère ensuite les incertitudes liées à la méthode de la parallaxe de pulsation ce qui permet de mettre en évidence l'importance du facteur de projection notamment dans le cadre du futur survey AMBER de détermination de distance des Céphéides galactiques.

Dans une deuxième partie, j'introduis le facteur de projection au moyen d'un petit modèle géométrique simple de profil spectral. Nous pourrions ainsi faire le lien entre le facteur de projection, la méthode de détermination de la vitesse radiale et les propriétés physiques générales des Céphéides : assombrissement centre-bord, rotation, largeur intrinsèque de la raie. Nous définirons ainsi, la meilleure méthode de détermination de la vitesse radiale à utiliser dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation. Ce modèle géométrique statique est ensuite utilisé pour interpréter des observations à haute résolution spectrale HARPS ( $R = 120000$ ) de neuf Céphéides, et en particulier pour étudier l'évolution temporelle de l'asymétrie des raies spectrales. Nous aurons alors quelques indications importantes sur la dynamique atmosphérique des Céphéides et sur son impact sur le facteur de projection. Je présenterai également les travaux envisagés pour le deuxième volet de cette étude HARPS.

Dans une troisième partie, j'utilise un modèle hydrodynamique permettant le calcul de profils spectraux synthétiques pour définir clairement un facteur de projection approprié à la méthode interférométrique de la parallaxe de pulsation. Etant donné que la modélisation des Céphéides est toujours l'objet de vifs débats, je fais un rapide tour des modèles existants dans le monde, en essayant de mettre en relief leurs avantages et inconvénients. Par ailleurs, le modèle hydrodynamique

fournissant également des profils d'intensité dans le continu et dans la raie, j'introduirai le lien existant entre le facteur de projection, les gradients de vitesse dans l'étoile, et les observables spectro-interférométriques.

Enfin, une quatrième partie est consacré aux perspectives. Outre l'apport de l'instrument AMBER, nous verrons d'abord quel sera l'impact de GAIA pour la détermination de distance des Céphéides galactiques, ainsi que la possibilité de déterminer la distance des Céphéides du LMC grâce à l'interférométrie différentielle. Mais l'étalonnage des échelles de distance ne pourra se faire sans une étude précise de la dynamique atmosphérique des Céphéides. Dans ce domaine, je présenterai en particulier, comment les profils  $H\alpha$  obtenus avec HARPS pourraient nous apporter des informations très intéressantes sur la perte de masse des Céphéides. Par ailleurs, l'étoile atypique X Sgr, dont les profils spectraux présentes des composantes multiples, pourrait constituer une cible idéale pour AMBER. Enfin, les effets de binarité pourraient être également mis à profit pour des déterminations précises de masses. Celles-ci sont d'un grand intérêt pour l'élaboration de futurs modèles hydrodynamiques. Car la modélisation des étoiles pulsantes, et des Céphéides en particulier, reste un point d'intenses recherches pour les années à venir. Un modèle complet, incluant grilles adaptatives, convection, et fournissant des observables spectro-interférométriques de qualité, serait d'une aide cruciale pour rendre toujours plus lisible, plus harmonieuse, la mélodie des Céphéides.



## Chapitre 2

# Les observations du Very Large Telescope Interferometer avec VINCI : l'étalonnage des échelles de distance dans l'univers

### Contents

---

<b>2.1</b>	<b>La puissance de l'interférométrie . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>2.2</b>	<b>La détermination de distance de 7 Céphéides galactiques . . . . .</b>	<b>52</b>
2.2.1	Les visibilités brutes . . . . .	52
2.2.2	Les visibilités calibrées . . . . .	56
2.2.3	Détermination des diamètres angulaires . . . . .	59
2.2.4	Détermination des distances : la méthode de la parallaxe de pulsation . . .	62
2.2.5	<i>Cepheid distances from long-baseline interferometry : I. VINCI/VLTI ob-</i> <i>servations of seven Galactic Cepheids . . . . .</i>	66
<b>2.3</b>	<b>Calibration des relations Période-Rayon, Période-Luminosité et “Brillance</b> <b>de Surface” . . . . .</b>	<b>84</b>
<b>2.4</b>	<b>Les incertitudes liées à la méthode de la parallaxe de pulsation et à la</b> <b>relation P-L . . . . .</b>	<b>91</b>
<b>2.5</b>	<b>Le survey AMBER . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>2.6</b>	<b>Importance du facteur de projection . . . . .</b>	<b>94</b>

---

Je décris dans cette partie l'ensemble du travail que j'ai réalisé en collaboration avec nos collègues Meudonnais concernant l'observation de 7 Céphéides galactiques avec l'instrument de test VINCI<sup>1</sup> du VLTI<sup>2</sup>.

Je commence par un petit historique de l'interférométrie, depuis les premières expériences de Fizeau et Stephan en 1868, jusqu'à la multiplicité d'instruments existants aujourd'hui dans le monde.

---

<sup>1</sup>Vlt Interferometer Commissioning Instrument

<sup>2</sup>Very Large Telescope Interferometer situé au Chili



Je donne ensuite les principes fondamentaux de cette technique en expliquant les notions essentielles de cohérence spatiale, spectrale et temporelle. Après cette introduction générale à l'interférométrie, je décris d'abord le principe de fonctionnement de l'instrument de test VINCI, c'est-à-dire le mode de recombinaison, la calibration photométrique des interférogrammes, et l'obtention des visibilités brutes. J'explique comment il est ensuite possible de calibrer ces visibilités sur une étoile de référence, et comment on en déduit alors le diamètre angulaire au moyen d'un modèle de distribution de brillance de l'étoile source. Les mesures de diamètres angulaires en fonction de la phase, combinées aux mesures spectrométriques, donnent alors accès à la distance de l'étoile. Toutes ces étapes du traitement des données VINCI jusqu'à leur interprétation en terme de distance sont minutieusement présentées dans la mesure où j'ai passé une importante partie de la première année de la thèse sur ce travail en collaboration avec Denis Mourard et Pierre Kervella. Une fois établie la distance des 7 Céphéides, grâce à la méthode de la parallaxe de pulsation, je décris comment nous avons calibré les relations Période-Luminosité et brillance de surface. Il a ensuite été possible, vu la qualité exceptionnelle des observations sur  $\iota$  Car, de comparer les diamètres angulaires, déduits des observations VINCI, et les diamètres angulaires calculés par la méthode photométrique de la brillance de surface. Je présente enfin les limitations de la méthode de la parallaxe de pulsation et en particulier l'impact du facteur de projection sur la détermination de distance. Une connaissance précise de ce facteur de projection dans le cadre du programme AMBER d'observations d'une trentaine de Céphéides est cruciale.

## 2.1 La puissance de l'interférométrie

### Historique et les interféromètres dans le monde

Les astronomes disposent actuellement dans le monde d'une dizaine d'interféromètres en service : PTL, IOTA, COAST, NPOI, ISI, SUSI, CHARA, GI2T, KECK, VLTI, OHANA et de nombreux projets sont en cours : SIM, TPF, DARWIN. Mais long fut le chemin avant d'aboutir à une telle multiplicité d'instruments.

Historiquement, l'interférométrie est née en 1868 lorsque les français A.H.Fizeau et Stephan eurent l'idée d'appliquer l'expérience de Young à la mesure du diamètre des étoiles en plaçant un masque percé de deux trous sur un télescope de 1 mètre. Malheureusement, l'expérience ne fut pas très fructueuse : les deux trous étaient trop proches pour résoudre les étoiles, même les plus grosses d'entre elles. Ce fut plus tard Michelson (1920), qui, pour la première fois, réussit à déterminer le diamètre angulaire d'une étoile, en l'occurrence Bételgeuse, en plaçant deux miroirs à chaque bout d'une poutre de 6 mètres. Ils trouvèrent de cette manière un diamètre angulaire de 47mas (milli-arcseconde). Mais, il faudra attendre 1974 (alors que les radioastronomes parviennent à maturité en interférométrie à la fin de la Seconde Guerre Mondiale) pour que Labeyrie parvienne à obtenir grâce à l'interféromètre I2T<sup>3</sup> à Nice, les premières franges d'interférence dans le visible à partir de deux télescopes indépendants. Et c'est encore Labeyrie qui, en 1985, entreprit la construction du GI2T dont la particularité est d'avoir des télescopes de grande taille (1.5 mètres) par rapport à l'ancien I2T. Par la suite, les projets se sont multipliés et l'interférométrie constitue actuellement l'une des techniques majeures d'observation astrophysique, complémentaire avec l'imagerie, la spectrométrie, la polarimétrie et la photométrie. La figure 2.1, donne un récapitulatif de l'histoire de l'interférométrie et des interféromètres en fonctionnement à ce jour.

---

<sup>3</sup>Interféromètre à Deux Télescopes

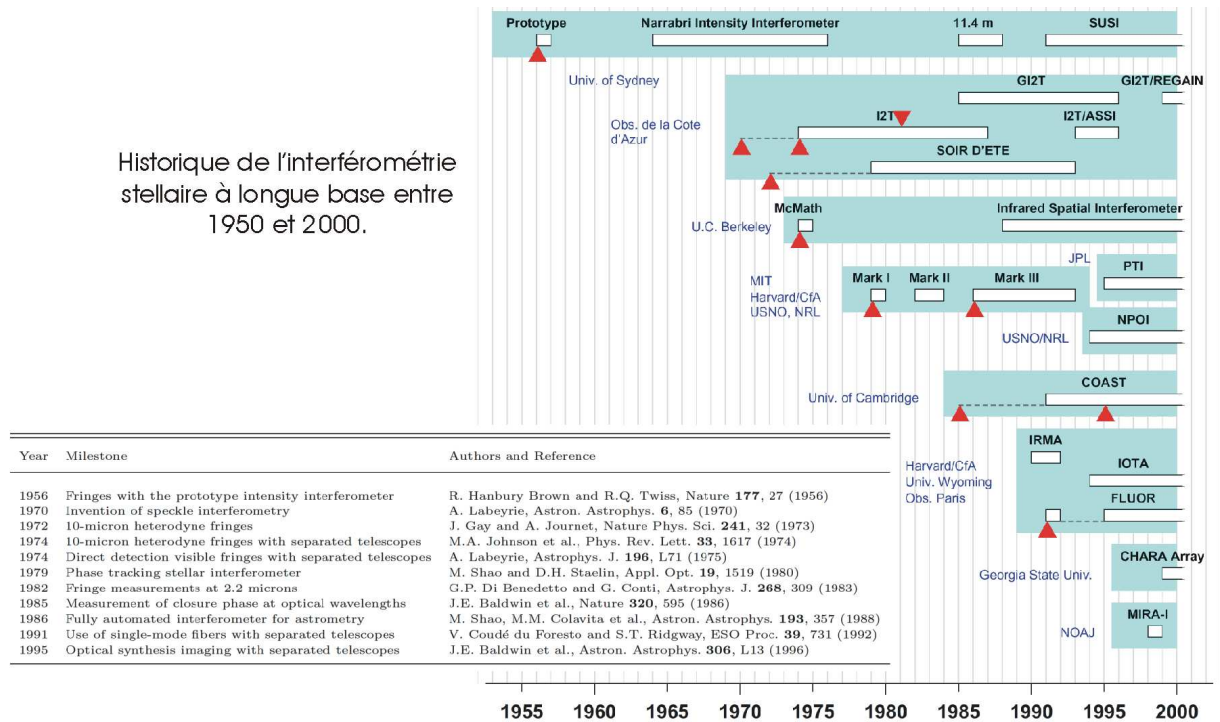


FIG. 2.1 – Historique de l'interférométrie stellaire à longue base entre 1950 et 2000

Quelques faits marquants de l'interférométrie sont représentés par un triangle et décrits dans le tableau en bas à gauche. Depuis la création de cette figure par Lawson (1999) deux autres interféromètres importants sont entrés en service : le Keck-I (e.g. Colavita & Wizinowich 2003 et leurs références) et le VLTI (e.g. Glindemann et al. 2003 et leurs références) .

Pour bien comprendre l'interférométrie, les notions fondamentales de cohérence spatiale, spectrale et temporelle sont indispensables.

### Le principe de l'interférométrie

Le rayonnement électromagnétique issu de n'importe quelle source lumineuse (une étoile par exemple) peut-être assimilé, selon la théorie de la diffraction à la propagation d'un front d'onde.

Or, en l'absence de turbulence atmosphérique, il est possible sans trop de difficultés, de mesurer *le degré complexe de cohérence spatiale* de deux zones données du front d'onde, grâce à l'expérience classique des trous d'Young. En effet, il suffit pour cela de mesurer le contraste<sup>4</sup> et la position<sup>5</sup> transversale des franges d'interférences ainsi obtenues. Cependant, et c'est ce qui constitue le théorème de Van Cittert Zernike, qui est à la base de l'interférométrie, *le degré complexe de cohérence spatiale du front d'onde mesuré est égal à la transformée de Fourier complexe normalisée de la distribution d'intensité de la source prise en une certaine fréquence spatiale  $\frac{\vec{B}}{\lambda}$ , où  $\vec{B}$  est le "vecteur de base" séparant les deux zones du front d'onde concernées et  $\lambda$  la longueur d'onde à laquelle on fait l'expérience*. Ainsi, un interféromètre, qui fonctionne en fait sur le même principe que l'expérience des trous d'Young, est un instrument permettant d'échantillonner la transformée de Fourier de la distribution de brillance de la source astrophysique observée. Et donc a fortiori, si l'on dispose d'un réseau de plusieurs télescopes et que l'on échantillonne suffisamment le plan de Fourier, on est en mesure de remonter à l'image de l'objet. Par ailleurs, on peut noter que plus la base est importante entre deux télescopes, plus on accède à de hautes fréquences spatiales et donc à de la Haute Résolution Angulaire. Jusqu'à présent peu d'observations ont été réalisées avec plus de deux télescopes, et la principale information que l'on peut alors tirer de cet échantillonnage incomplet du plan de Fourier est le diamètre angulaire de l'étoile. Cependant, il est alors indispensable de disposer d'un modèle de distribution d'intensité de la source, qu'il soit simple, comme celui d'un disque uniforme ou plus élaboré comme celui que l'on peut obtenir à partir d'un modèle de transfert de rayonnement.

Considérons maintenant un rayonnement polychromatique et introduisons la notion de *cohérence spectrale*. Pour fixer les idées, considérons une source de diamètre angulaire 0.1" : l'aire de cohérence spatiale du front d'onde, c'est à dire la longueur maximale approximative entre nos deux trous d'Young pour obtenir des franges d'interférence est alors dans le visible et hors atmosphère de 60cm. Seulement, dans la direction de propagation, le volume de cohérence présente une certaine longueur  $l_c$  (longueur de cohérence) reliée au *temps de cohérence* par la relation  $l_c = ct_c$ . Le principe d'Heisenberg (ou plus simplement la conjugaison de deux quantités par transformée de Fourier) impose alors une relation entre largeur spectrale et temps de cohérence :  $t_c \Delta f = 1$  ou encore  $t_c \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{c}$ . Ainsi, la notion de cohérence spectrale est liée au fait que la différence de marche entre les faisceaux issus des deux trous, pour obtenir des franges, doit être inférieure à la longueur de cohérence qui est donc définie par  $l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$ . Ainsi on conçoit qu'il est un peu plus aisé d'obtenir des franges d'interférences dans l'infrarouge (comme avec le VLTI-VINCI) que dans le visible (comme avec le GI2T), ou encore (de manière relative) dans les domaines radio comme le font les radioastronomes. Les interféromètres actuels pour maintenir la différence de marche entre les deux faisceaux inférieure à la longueur de cohérence, utilisent une ligne à retard qui compense à chaque instant la rotation de la Terre.

En présence de turbulence atmosphérique, les choses se compliquent, le front d'onde est perturbé,

<sup>4</sup>le contraste donne accès au module du degré complexe de cohérence

<sup>5</sup>la position transversale des franges donne accès à la phase du degré complexe de cohérence spatiale

et cette perturbation intervient principalement au niveau de la phase : le phénomène de scintillation (fluctuation de l'amplitude) est généralement négligé. On s'aperçoit alors que la phase présente des variations aléatoires à la fois spatialement et temporellement. Ceci a deux conséquences.

D'une part, la cohérence spatiale du front d'onde est fortement diminuée : l'aire de cohérence du front d'onde est alors déterminée par la valeur du paramètre de Fried, prédit par la théorie de Kolmogorov de la turbulence atmosphérique. Ce paramètre a une valeur typique de 10 cm dans le visible et de 40 cm dans l'infrarouge. On conçoit alors à ce niveau que si l'on a des télescopes de diamètre plus grand que la valeur du paramètre de Fried, il va falloir s'affranchir d'une manière ou d'une autre des effets de la turbulence atmosphérique. Pour cela, le GI2T utilise une méthode "a posteriori" basée sur la technique de l'interférométrie des tavelures (codage spatiale de l'information à HRA et traitement statistique des images) et le VLTI une méthode "a priori" en utilisant des optiques adaptatives, mais également, des fibres optiques monomodes (codage temporel de l'information à HRA).

D'autre part, les variations temporelles de la phase, mettent en scène une nouvelle fois la *cohérence temporelle*, qui souligne simplement le fait que si l'on veut avoir des franges d'interférence avec notre expérience des Trous d'Young, il faut figer la turbulence en effectuant des temps de pose très courts (ce sera effectivement le cas pour le GI2T).

### **Les nombreuses applications de l'interférométrie en physique stellaire**

Plusieurs modes d'observations sont théoriquement possibles en interférométrie et chacun permet d'accéder à une information physique bien particulière.

Tout d'abord, on observe traditionnellement en bande spectrale large et à deux télescopes. Ceci permet en tout premier lieu de déterminer le diamètre angulaire, ou plus généralement la dimension spatiale de l'objet observé. Par extension, comme nous allons le voir en détails dans le cadre des données VINCI, il est possible de déterminer la distance des Céphéides en suivant la variation du diamètre angulaire de l'étoile avec la phase. Mais on peut également s'intéresser de manière diverse : aux étoiles doubles, à l'assombrissement centre-bord dans différentes bandes, à la rotation des étoiles, à la rotation différentielle, aux modes non radiaux, aux enveloppes, aux disques de poussière, et aux vents stellaires ... tout ce qui a trait, en somme, à la géométrie de l'étoile. On peut aussi noter qu'il est désormais possible d'observer des objets extragalactiques comme les AGN.

A cela s'ajoute des possibilités étonnantes si l'on combine haute résolution spatiale et spectrale. Il est alors possible de sonder la géométrie de l'objet pour chaque pixel du continu ou d'une raie spectrale, ce qui apporte des informations importantes au niveau de la structure tri-dimensionnelle de l'objet. Certaines étoiles présentent par exemple une structure en forme "d'oignon" avec plusieurs enveloppes chimiques différentes.

La haute résolution spectrale associée à la haute résolution angulaire permet également de réaliser de l'interférométrie différentielle. Il s'agit alors de mesurer la séparation relative du photocentre de l'objet dans deux longueurs d'onde différentes. De cette façon, on obtient une information sur l'asymétrie de l'objet, provoquée par exemple par la présence de taches stellaires. L'apport conjoint de la polarimétrie permet alors de faire, par exemple, le lien entre les taches et l'activité magnétique de l'étoile. Notons également, les possibilités associées à l'interférométrie annulante pour la détection des exoplanètes, de même que la technique de la clôture de phase qui permet de s'affranchir de la turbulence atmosphérique.

Bien sûr, dans l'avenir, l'interférométrie optique permettra tout comme l'interférométrie radio de réaliser des images à haute résolution spatiale. Des projets sont actuellement en cours, tels que les hypertélescopes ou encore les interféromètres spatiaux.

## 2.2 La détermination de distance de 7 Céphéides galactiques

Dans cette section, je décris précisément le travail que j'ai réalisé en collaboration avec Pierre Kervella et Denis Mourard concernant le traitement et l'interprétation des données interférométriques VINCI de sept Céphéides à savoir : X Sgr,  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\zeta$  Gem,  $\beta$  Dor, Y Oph, et  $l$  Car. A l'époque de l'obtention de ces données, Pierre Kervella travaillait au Chili à l'ESO. Il était fortement impliqué dans le développement du logiciel de traitement des données et a suivi le bon déroulement de notre programme d'observation. J'étais alors en DEA, je travaillais sur les erreurs de guidage du GI2T et je commençais à prendre connaissance des observations VINCI. Le traitement des données a commencé de manière efficace au tout début de ma thèse.

### 2.2.1 Les visibilités brutes

#### L'instrument VINCI du VLTI

L'interféromètre VLTI est composé de 4 télescopes fixes de 8 mètres de diamètre (Unit telescope ou UT) et de 4 télescopes auxiliaires (AT) de 1.8 mètres qui peuvent se répartir sur 30 stations. Les UTs devraient être munis à terme d'Optiques Adaptatives. La longueur de base maximale accessible entre deux UTs est de 130 mètres alors qu'elle peut atteindre 200 mètres entre deux télescopes auxiliaires. Pour les observations VINCI, nous disposons des UTs et de deux sidérostats de test d'un diamètre de 0.35m. Les bases utilisées sont indiquées sur la Fig. 2.2 : E0-G1(66m), B3-M0(140m), et UT1-UT3(102.5m). De plus, les observations se sont effectuées en bande K ( $\lambda = 2.0 - 2.4\mu\text{m}$ ).

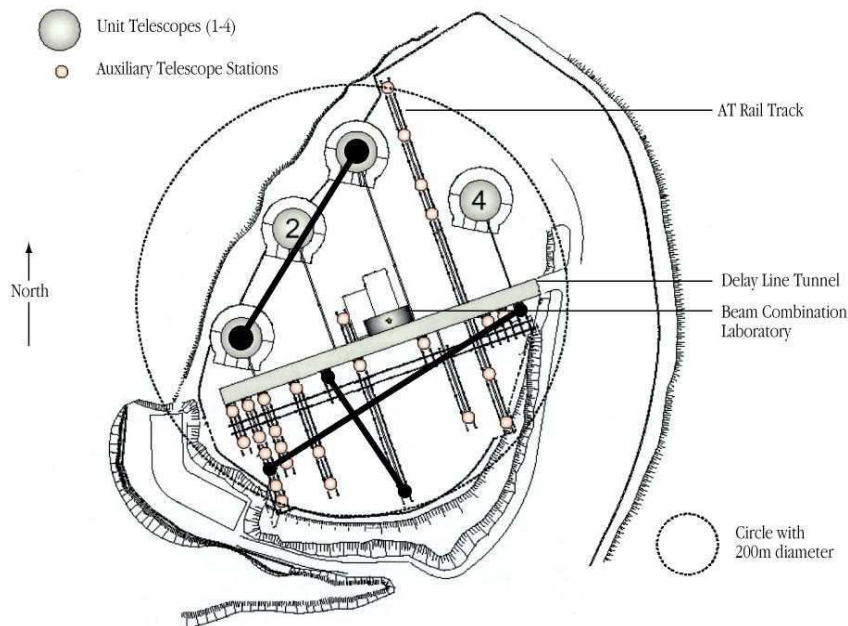


FIG. 2.2 – The Very Large Telescope Interferometer (VLTI)

La particularité de la table de recombinaison VINCI (Léna et Quirrenbach (2000)), qui est

la copie conforme de la table de recombinaison FLUOR<sup>6</sup> de l'interféromètre IOTA<sup>7</sup>, est que la recombinaison des faisceaux s'effectue grâce à des fibres optiques monomodes dont le principe est simple : il s'agit de filtrer spatialement les faisceaux de lumière et de les recombinaison en juxtaposant les deux coeurs de fibre. Pour cela, on place l'entrée de la fibre monomode au niveau du plan focal du télescope. Celui-ci ne résout pas l'étoile, l'image focale obtenue est donc une figure de speckles (ou tavelures), dont l'aspect bouillonnant évolue avec la turbulence atmosphérique. Une propriété fondamentale de la fibre est alors de transformer les distorsions de phase du front d'onde en fluctuations d'intensité dans la fibre. Ainsi, d'une part, le faisceau qui se propage dans la fibre possède une phase constante et est donc propice à la recombinaison interférométrique, et d'autre part, son intensité varie au cours du temps au rythme de la turbulence. Finalement, le déséquilibre photométrique perpétuel entre les deux faisceaux, dû à la turbulence atmosphérique et qui affecte le contraste des franges d'interférences, peut être corrigé très simplement, en connaissant à chaque instant l'énergie transportée par les faisceaux. Pour cela, il suffit de placer sur chaque voie un "coupleur" qui recueille une partie de l'énergie recombinaison et qui permet, après un traitement de données adapté, de s'affranchir de la turbulence atmosphérique. Le principe de recombinaison à fibre est illustré sur la figure 2.3 (a). Il ne reste alors qu'un seul effet à corriger, la composante instrumentale de la fonction de transfert qui, relativement stable, est mesurée sur une étoile de calibration.

Contrairement au GI2T, l'interférogramme est ici échantillonné temporellement, par une variation de différence de marche (ddm) entre les deux faisceaux, on parle alors de recombinaison coaxiale ou de codage temporel. Dans le cas du GI2T, les interférogrammes sont codés spatialement et on parle de recombinaison multi-axiale. La principale difficulté de la recombinaison coaxiale réside dans la correction du seul mode de la turbulence atmosphérique qui n'est pas filtré spatialement par les fibres, à savoir le piston différentiel. Si celui-ci est totalement corrigé grâce à un système de cophasage des pupilles, un suiveur de franges par exemple, alors les données interférométriques obtenues contiennent à la fois de l'information spatiale et spectrale sur la source observée. Par contre, si le piston différentiel n'est pas corrigé, celui-ci se traduit par l'ajout d'une petite différence de marche aléatoire entre les deux faisceaux, qui entraîne la perte des informations de phase et spectrale sur l'objet. Dans ce cas, en mesurant simplement l'énergie contenue dans le pic haute fréquence de la transformée de Fourier de l'interférogramme, on accède au module du degré complexe de cohérence spatiale de la source, intégré sur la bande spectrale d'observation (il s'agit ici de la bande K).

Voyons maintenant plus en détails comment les visibilités brutes sont obtenues avec VINCI, et pour commencer, comment se structurent des observations VINCI.

## Structure des données

Tout d'abord, la "brique" élémentaire à la base de l'organisation des données est une suite de 4 nombres (tableau 1D) correspondant aux valeurs instantanées de chacune des quatre sorties de l'instrument, c'est à dire :  $I_1$  et  $I_2$  (sorties interférométriques complémentaires), et  $P_A$  et  $P_B$  (sorties photométriques). Ensuite une série de typiquement 256 de ces "briques" élémentaires (tableau 2D) constitue une séquence temporelle d'observation d'environ 100 ms, que l'on appelle un scan.

<sup>6</sup>Fiber Linked Unit for Optical Recombinaison

<sup>7</sup>Infrared Optical Telescope Array

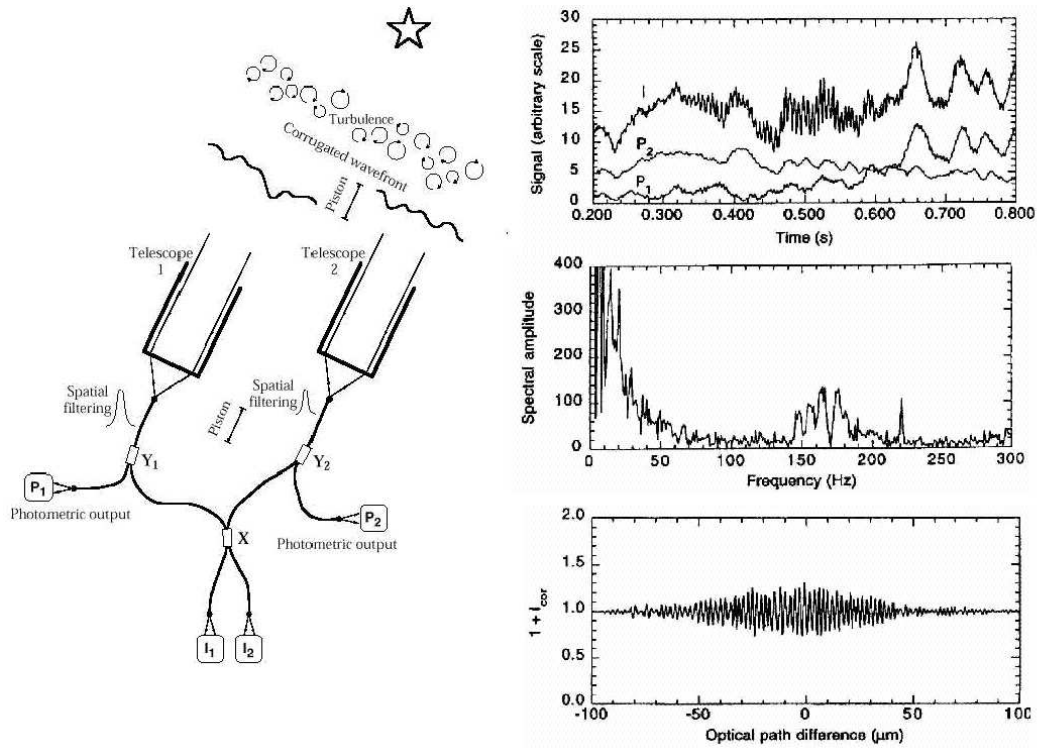


FIG. 2.3 – Principe de la recombinaison à fibre de VINCI.

Sur les figures de droite, on distingue en haut : les deux signaux photométriques P1 et P2, et l'un des signaux interférométriques. Sur la figure du milieu, est représenté le pic fringe de la TF de l'interférogramme. La figure du bas présente le signal interférométrique corrigé du déséquilibre photométrique entre les deux voies.

On appelle alors batch (tableau 3D) une collection de scans. Une observation complète standard, nécessite l'acquisition successive de 4 types de batchs différents :

- le premier batch (“OFF”) (de typiquement 100 scans) correspond à l'acquisition du bruit de fond global de l'instrument : les obturateurs sont fermés ou alors les fibres sont placées hors de l'image de l'étoile.
- le deuxième et le troisième batchs, (“A” et “B”) permettent d'accéder aux coefficients de “la matrice de gain kappa” liant  $P_A$ ,  $P_B$  et  $I_A$ ,  $I_B$ . On réalise donc deux batchs (de typiquement 100 scans) où l'un des deux faisceaux est obturé tour à tour. L'autre récolte pendant ce temps le flux provenant de l'étoile. On a ainsi les deux relations qui forment “la matrice Kappa”, nécessaire à la calibration photométrique des interférogrammes :

$$I_1 = \kappa_{1,A}P_A + \kappa_{1,B}P_B \quad (2.1)$$

$$I_2 = \kappa_{2,A}P_A + \kappa_{2,B}P_B \quad (2.2)$$

- On réalise enfin le batch (“ON”) qui contient en théorie les franges (de 100 à 500 scans) : les deux voies sont ouvertes et recueillent le flux provenant de l'étoile.

Un exemple de scan brut, c'est à dire n'ayant subi aucune correction, est représenté sur la Fig. 2.3(1<sup>er</sup> cadran).

### Calibration photométrique des 2 interférogrammes $I_A$ , $I_B$

Comme on l'a déjà évoqué plus haut, le point crucial est alors de corriger convenablement les interférogrammes du déséquilibre photométrique entre les deux faisceaux grâce aux deux signaux photométriques  $P_A$ ,  $P_B$ , et en particulier aux éléments de la matrice “Kappa” :  $\kappa_{1,A}$ ,  $\kappa_{1,B}$ ,  $\kappa_{2,A}$  et  $\kappa_{2,B}$ .

On a ainsi les intensités calibrées :

$$I_{1cal} = \frac{1}{2\sqrt{\kappa_{1,A}\kappa_{1,B}}} \frac{I_1 - \kappa_{1,A}P_A - \kappa_{1,B}P_B}{\sqrt{P_A * P_B}} \quad (2.3)$$

$$I_{2cal} = \frac{1}{2\sqrt{\kappa_{2,A}\kappa_{2,B}}} \frac{I_2 - \kappa_{2,A}P_A - \kappa_{2,B}P_B}{\sqrt{P_A * P_B}} \quad (2.4)$$

L'interférogramme corrigé est représenté sur la Fig. 2.3(3<sup>eme</sup> cadran).

### Obtention de la visibilité brute à partir de $I_{1cal}$ , $I_{2cal}$

Pour déduire la visibilité brute associée au deux interférogrammes  $I_{1cal}$ ,  $I_{2cal}$ , il faut d'abord les soustraire l'un à l'autre afin de gagner en rapport signal à bruit. En effet, ces deux signaux sont théoriquement identiques à un déphasage de  $\pi$  près. Ensuite, en mesurant simplement l'énergie contenue dans le pic haute fréquence de la transformée de Fourier de l'interférogramme obtenu (voir Fig. 2.3(2<sup>eme</sup> cadran)), on accède au module du degré complexe de cohérence spatiale de la source, intégré sur la bande spectrale d'observation :

$$\mu_{12}^2 = \frac{\int_0^\infty B^2(\sigma)\kappa'^2(\sigma)\mu_{12}^2(\sigma)d\sigma}{\int_0^\infty B^2(\sigma)\kappa'^2(\sigma)d\sigma} \quad (2.5)$$



où  $\mu_{12}^2$  est le module au carré du degré complexe de cohérence spatiale,  $B^2(\sigma)$  est le spectre de l'étoile,  $\kappa'^2(\sigma)$  est la transmission de l'instrument et pour finir,  $\mu_{12}^2(\sigma)$  est le module au carré du degré complexe de cohérence spatiale en fonction du nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$ .

On peut encore écrire cette formule sous la forme :

$$\mu_{12}^2 = \frac{4 * S}{\int_0^\infty B^2(\sigma) \kappa'^2(\sigma) d\sigma} \quad (2.6)$$

où S est l'intégrale du pic frange, quantité à laquelle on a justement accès. La seule quantité à définir en dernier ressort est donc  $\int_0^\infty B^2(\sigma) \kappa'^2(\sigma) d\sigma$ , que l'on appelle le facteur de forme. Celui-ci peut être obtenu grâce à des mesures spectrométriques.

Bien sûr, il faut prendre en compte toutes les sources de bruits : le bruit dû au détecteur, le bruit qui affecte les signaux photométriques, et le bruit lié au piston différentiel. Ensuite, il faut prendre en compte les coefficients d'atténuation et de dispersion des fibres.

Nous disposons donc en quelque sorte de la visibilité brute pour un unique scan. Mais une mesure interférométrique (un batch) est constituée de 100 à 500 scans, ce qui permet de réaliser une étude statistique : la moyenne donne la visibilité brute proprement dite, et l'écart type l'erreur statistique associée, qui selon les théories statistiques, est  $\sqrt{500}$  fois plus petite que l'erreur obtenue sur un seul interférogramme.

### 2.2.2 Les visibilités calibrées

Pour obtenir un point de visibilité calibrée sur l'étoile source, il est indispensable d'observer conjointement une étoile de calibration, idéalement non résolue ou dont le diamètre est connu avec une bonne précision, et ceci pour la même configuration de l'interféromètre. Ainsi, les observations sont par exemple ordonnées de la manière suivante :

- Observation de l'étoile de calibration, c'est à dire création d'une série de batches (OFF,A,B,ON)
- Observation de l'étoile de calibration, création d'une autre série de batches (OFF,A,B,ON)
- Observation de l'étoile source, création de plusieurs séries de batches (OFF,A,B,ON), typiquement 5.
- Observation de l'étoile de calibration, création d'une série de batches (OFF,A,B,ON)

Cette séquence est répétée plusieurs fois dans la nuit. *Une valeur de visibilité brute est obtenue pour chacune des ces séquences d'observation, sur l'étoile source (notée  $\mu$ ), ou sur l'étoile de calibration (notée  $\mu_c$ ). Les erreurs associées seront respectivement notées  $e_\mu$  et  $e_{\mu_c}$ .*

Le principe de la calibration est simple. Considérons par exemple séquence présentée ci-dessus. Si l'étoile de calibration est non résolue, la visibilité théorique est de 1. Or, si l'interféromètre mesure par exemple une visibilité brute de 0.7, on connaît alors la fonction de transfert de l'instrument qui est donc de 70%. Celle-ci est généralement due à la turbulence atmosphérique et aux pertes instrumentales. Si cette diminution de la visibilité brute mesurée se confirme pour toutes les observations de l'étoile de calibration, alors par interpolation, il en sera de même pour l'étoile science, qui rappelons-le, est encadrée temporellement par les observations de l'étoile de calibration. Si on mesure pour l'étoile science, une visibilité brute, par exemple de 0.3, alors la visibilité calibrée est de  $0.3/0.7$  soit environ 0.43. Généralement les observations ne sont pas aussi bien alternées et on peut avoir, et c'était systématiquement le cas avec VINCI, des observations de calibration et de source qui ne s'alternent pas du tout. Dans ce cas, on vérifie la stabilité ou non de la fonction de transfert pour toute la nuit.

Pour une étoile de calibration résolue mais dont on connaît précisément le diamètre angulaire, le principe est le même mais il est indispensable de calculer la visibilité théorique de l'observation, notée  $V_c$ . Pour cela on peut considérer en première approximation la formule suivante qui donne la visibilité théorique dans le cas d'une distribution de lumière correspondant à un disque uniforme - nous verrons un peu plus loin que d'autres modèles plus sophistiqués peuvent être utilisés :

$$V_c^2 = \left( \frac{2|J_1(z)|}{z} \right)^2 \quad (2.7)$$

avec

$$z = 15.23 \frac{B_p(m)\theta_{UD}(mas)}{\lambda(nm)} \quad (2.8)$$

où :

- $J_1(z)$  est la fonction de Bessel du premier ordre.
- $\theta_{UD}(mas)$  est le diamètre angulaire de l'étoile de calibration que l'on connaît avec une bonne précision notée  $e_{\theta_{UD}}$ .
- $\lambda$  est la longueur d'onde d'observation. Cependant, l'observation est réalisée pour VINCI en bande K ( $\lambda = 2.0 - 2.4\mu$ ). L'idéal serait donc de calculer la visibilité théorique moyenne sur l'intervalle de longueur d'onde d'observation en pondérant par le spectre de l'étoile  $B^2(\sigma)$  et la transmission instrumentale  $\kappa'^2(\sigma)$ . Mais pour des visibilités supérieures à 60%, cet effort est inutile en terme de précision. Nous avons ainsi utilisé une longueur d'onde effective moyenne prenant en compte : le spectre d'un corps noir de même température effective que l'étoile, la transmission atmosphérique (données réelles), et enfin la transmission instrumentale modélisée par diverses données instrumentales (transmission des optiques, des caméras...)
- $B_p(m)$  est la base projetée en mètre. En effet, l'étoile ne "voit" pas la base réelle au sol (E0-G1(66m), B3-M0(140m), ou UT1-UT3(102.5m) dans notre cas) mais une base projetée sur le plan normal à la ligne de visée. Cette base projetée dépend de la latitude du site d'observation ( $\phi$ ), de la déclinaison de l'étoile ( $\delta$ ) et enfin de l'angle horaire ( $H$ ). On note donc à ce niveau que la base projetée varie avec le temps, ce qui permet donc l'utilisation d'un effet de supersynthèse d'ouverture, c'est à dire que la couverture du plan de Fourier (u,v) est ainsi légèrement meilleure du fait de la durée d'observation. Si les coordonnées de la base  $B_x, B_y, B_z$  sont données dans le référentiel orthonormé (i,j), où i est dirigé vers l'Est et j vers le Nord alors la base projetée  $B_p$  est donnée par la formule :

$$B_p = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (2.9)$$

avec

$$u = -\sin H \cos \delta B_z - (\cos \phi \cos H \cos \delta + \sin \phi \sin \delta) B_y \quad (2.10)$$

$$v = (\cos \phi \cos H \cos \delta + \sin \phi \sin \delta) B_x - (\sin \phi \cos H \cos \delta - \cos \phi \sin \delta) B_z \quad (2.11)$$

$$w = (\sin \phi \cos H \cos \delta - \cos \phi \sin \delta) B_y + \sin H \cos \delta B_x \quad (2.12)$$

L'erreur sur la visibilité théorique est donnée par :

$$eV_c^2 = 4V_c J_2(z) \frac{\Delta\theta_{UD}}{\theta_{UD}} \quad (2.13)$$

Où  $J_2(z)$  est la fonction de Bessel du deuxième ordre. On accède ensuite à la fonction de transfert instrumentale ( $T$ ) de la manière suivante :

$$T^2 = \frac{\mu_c^2}{V_c^2} \left( 1 + \frac{eV_c^4}{V_c^4} \right) \quad (2.14)$$

Cette formule exprime simplement le rapport de deux variables aléatoires. Au niveau des erreurs, on distingue l'erreur *statistique*, issue de la mesure initiale  $e_{\mu_c}$ , et l'erreur *systématique*, liée à l'incertitude sur la connaissance du diamètre angulaire de l'étoile de calibration  $eV_c^2$ . Ainsi toujours en considérant le fait que les deux variables  $\mu_c$  et  $V_c$  sont aléatoires, on obtient :

$$eT_{stat}^2 = \frac{e\mu_c^2}{V_c^2} \quad (2.15)$$

$$eT_{syst}^2 = \frac{\mu_c^2}{V_c^2} \left( \frac{eV_c^4}{V_c^4} - \frac{eV_c^8}{V_c^8} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.16)$$

Finalement, on obtient ainsi un ensemble de valeurs  $(T_i^2, eT_{stat_i}^2, eT_{syst_i}^2)$ , où  $i$  correspond à chacune des séries d'observation (OFF, A, B, ON) de l'étoile de calibration. On réalise alors un test de  $\chi^2$  pour savoir si  $T_i^2$  évolue significativement sur la nuit : ceci permet de choisir la procédure pour déduire la fonction instrumentale pour la source et son erreur statistique. Si  $T_i^2$  n'évolue pas de façon significative, on réalise alors une moyenne, pondérée par l'erreur statistique correspondant à chaque série de calibration, si l'évolution est notable, on calcule une simple moyenne (ou interpolation linéaire) et l'erreur statistique finale correspond à l'écart-type des valeurs de  $T^2$ . Dans tous les cas, on obtient la fonction de transfert pour la source  $(\overline{T^2})$  et son erreur  $(\overline{eT_{stat}^2})$ . En ce qui concerne l'erreur systématique affectée à l'étoile source, on a  $eT_{syst}^2 = eT_{syst_i}^2$ , vu que l'erreur sur le diamètre angulaire de l'étoile de calibration ne change pas.

Parallèlement à cela, on réalise une moyenne pondérée des visibilités brutes correspondant à une série de batchs successifs obtenus sur l'étoile source (typiquement 5 série de batchs) :  $(\mu_i^2, e_{\mu_i^2})$ , notée  $\overline{\mu^2}$  et  $\overline{e_{\mu^2}}$ .

Finalement, la visibilité calibrée, ainsi que les erreurs statistiques et systématiques pour une série (OFF, A, B, ON) donné de l'étoile source, s'obtiennent par :

$$V_{cal}^2 = \frac{\overline{\mu^2}}{\overline{T^2}} \left( 1 + \frac{\overline{eT_{stat}^4}}{\overline{T^4}} \right) \quad (2.17)$$

$$eV_{cal_{stat}}^2 = \frac{\overline{\mu^2}}{\overline{T^2}} \left( \frac{\overline{e\mu^4}}{\overline{\mu^4}} + \frac{\overline{eT_{stat}^4}}{\overline{T^4}} + \left( \frac{\overline{eT_{stat}^4}}{\overline{T^4}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$$eV_{cal_{syst}}^2 = \frac{\overline{\mu^2}}{\overline{T^2}} \left( \frac{\overline{eT_{syst}^4}}{\overline{T^4}} - \left( \frac{\overline{eT_{syst}^4}}{\overline{T^4}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

Pour une nuit d'observation, on dispose donc pour chaque série de batchs source noté  $i$  des couples :

$$\begin{aligned} Y_i : V_{cal_i}^2 \pm eV_{cal_{stat_i}}^2 \pm eV_{cal_{syst_i}}^2 \\ X_i : (Bp_i, Az_i) \end{aligned} \quad (2.20)$$

où  $Az_i$  est l'orientation de la base projetée. A partir de ces informations, nous sommes en mesure de déduire le diamètre angulaire de l'étoile.

### 2.2.3 Détermination des diamètres angulaires

Une séquence d'observation VINCI correspond typiquement à 2 ou 3 heures d'acquisition de données dans la nuit. Ainsi, les couples  $(X_i, Y_i)$  correspondant à une nuit peuvent être regroupés, d'une part, pour la détermination du diamètre angulaire, et d'autre part, pour la détermination de la phase de pulsation de l'étoile. La phase  $\phi$  d'observation est une moyenne des phases associées à chaque série de batchs source  $\phi_i$  :

$$\phi = \frac{1}{N} \sum_i^N \phi_i = \frac{1}{N} \sum_i^N \left( \frac{JD_i - T_o}{P} - E \left( \frac{JD_i - T_o}{P} \right) \right) \quad (2.21)$$

où :

- $N$  est le nombre de série (OFF, A, B, ON) de l'étoile source dans la nuit.
- $JD_i$  est le jour julien d'observation de la  $i^{ime}$  série de batch source
- $P$  est la période de l'étoile
- $T_0$  est le temps en jour julien associé à la valeur de la période. Car il n'est pas exclu que la période des étoiles change sur une durée de quelques décennies.  $P$  et  $T_0$  constitue ce qu'on appelle l'éphéméride de l'étoile. Dans cette étude nous avons considéré les éphémérides de Szabados et al. (1989).

L'effet de supersynthèse d'ouverture dû à la rotation de la Terre est négligeable pour les intervalles d'observation de VINCI (2 ou 3 heures). Sur cet intervalle de temps, le diamètre de l'étoile ne varie pas significativement, la plus petite période de notre échantillon d'étoile étant de  $P = 7.01d$  (X Sgr). Dans ces conditions, le principe est alors d'ajuster sur les points observationnels  $(X_i, Y_i)$  correspondant à une nuit, un modèle de visibilité théorique, dont l'unique paramètre est le diamètre angulaire de l'étoile. Pour cela, j'ai utilisé la méthode des moindres carrés linéarisée et itérative. Etant donné que l'on ajuste un seul paramètre, elle est équivalente - mais en plus simple - à la méthode de Levenberg-Marquard.

Cet ajustement nécessite tout d'abord les valeurs de visibilité calibrées de la nuit ( $V_{cal_i}$ ), les erreurs statistiques correspondantes ( $eV_{cal_{stat_i}}$ ), et les valeurs de base projetée  $Bp_i$ . On ne considère donc pas l'orientation de la base projetée  $Az_i$ . On a ensuite besoin d'un modèle de brillance de l'étoile, ou plus exactement de sa Transformée de Fourier (TF). Plusieurs modèles sont possibles, je les décris ci-dessous. Pour l'ajustement il est également indispensable de connaître la dérivée du modèle par rapport au paramètre ajusté, c'est à dire  $\theta$ , aux points considérés d'abscisses  $B_i$ .

Principalement, 4 modèles de distribution de brillance de l'étoile, de complexité croissante, peuvent être considérés : disque uniforme pour une longueur d'onde effective  $\lambda_{eff}$ , disque uniforme en bande spectrale large, disque assombri pour une longueur d'onde effective  $\lambda_{eff}$ , disque assombri en bande spectrale large.

**Le modèle de disque uniforme pour une longueur d'onde effective  $\lambda_{eff}$** 

La transformée de Fourier d'un disque uniforme de diamètre  $\theta_{UD}$ , à la fréquence spatiale  $\frac{B_p}{\lambda_{eff}}$  est donnée par :

$$V_\lambda^2 = \left| \frac{2J_1(X)}{X} \right|^2 \quad (2.22)$$

La dérivée par rapport au diamètre est alors :

$$\frac{d}{d\phi} V_\lambda^2 = -2 \left( \frac{2J_1(X)}{X} \right) \left( \frac{2J_2(X)}{\theta_{UD}} \right) \quad (2.23)$$

avec

$$X = \frac{15.23 B_p [m] \theta_{UD} [mas]}{\lambda [nm]} \quad (2.24)$$

Ce modèle simpliste a l'intérêt d'être indépendant de toute considération physique liée au profil d'intensité de l'étoile, et permet à ce titre des comparaisons de résultats bien utiles.

**Le modèle de disque uniforme pour une bande spectrale donnée  $\Delta\lambda$** 

Il suffit pour cela d'intégrer la formule ci-dessus sur l'intervalle d'observation en pondérant par le coefficient de transmission au carré,  $T^2(\lambda) = B^2(\lambda)\kappa^2(\lambda)$ . Ce dernier correspond au spectre de l'étoile (corps noir)  $B^2(\lambda)$ , modulé par l'absorption instrumentale  $\kappa^2(\lambda)$ . A ce niveau, on a donc besoin de la température effective de l'étoile pour la détermination de  $B^2(\lambda)$ . Nous avons considéré la température moyenne. Ainsi on obtient :

$$V_{\Delta\lambda}^2 = \frac{\int_{\Delta\lambda} \left| \frac{2J_1(X)}{X} \right|^2 T^2(\lambda) d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} B^2(\lambda) d\lambda} \quad (2.25)$$

La dérivée par rapport au diamètre est alors facilement calculable à partir du premier modèle :

$$\frac{d}{d\phi} V_{\Delta\lambda}^2 = \frac{1}{\int_{\Delta\lambda} T^2(\lambda) d\lambda} \int_{\Delta\lambda} T^2(\lambda) \left( -8 \frac{J_1(X)}{X} \frac{J_2(X)}{\phi} \right) d\lambda \quad (2.26)$$

**Le modèle du disque assombri de Claret pour une longueur d'onde effective  $\lambda_{eff}$** 

On considère maintenant l'assombrissement centre-bord de l'étoile. Nous avons pour cela utilisé les formules et les coefficients de Claret (2000), basés sur les modèles statiques de Kurucz (1992). Ainsi, le profil d'intensité de l'étoile est donné par :

$$\frac{I(\mu)}{I(1)} = 1 - \sum_{k=1}^4 a_k (1 - \mu^{\frac{k}{2}}) \quad (2.27)$$

avec  $I(1) = I(\theta = 0)$ . Ce terme disparaît ensuite dans la normalisation. Les 4 coefficients  $a_i$  de Claret, dépendent de la température effective de l'étoile, notée  $T_{eff}$ , de la gravité de surface  $\log(g)$ , de la métallicité ( $Z$ ), et de la microturbulence. Pour les Céphéïdes, une valeur typique de la microturbulence est de 4 km.s<sup>-1</sup>. *Ces coefficients sont supposés constants avec la phase.* Ce point est crucial. Etant donné la précision de nos observations VINCI, considérer la variation

de l'assombrissement centre-bord avec la phase, par ailleurs très mal connue, n'était *a priori* pas nécessaire. Une étude hydrodynamique de l'assombrissement centre-bord est réalisée dans la partie 4 de la Thèse à l'aide du modèle d'Andrei Fokin.

Par Transformée de Hankel de  $I(\mu)$ , on obtient la visibilité théorique :

$$V_{LD}^2 = \frac{1}{A^2} \left( \int_0^1 I(\mu) J_0(Z) \mu d\mu \right)^2 \quad (2.28)$$

avec

$$Z = \frac{15.23 B_p(m)}{\lambda(nm)} \theta_{LD}(mas) \sqrt{1 - \mu^2} \quad (2.29)$$

et

$$A = \int_0^1 I(\mu) \mu d\mu, \sigma = \frac{1}{\lambda} \quad (2.30)$$

La dérivée est alors donnée par :

$$\frac{d}{d\phi} V_{LD}^2 = \frac{-2}{A} \int_0^1 I(\mu) C(\mu) J_1(Z) \mu d\mu * \frac{1}{A} \int_0^1 I(\mu) J_0(Z) \mu d\mu \quad (2.31)$$

avec

$$C(\mu) = \frac{15.23 B_p(m) \sqrt{1 - \mu^2}}{\lambda(nm)} \quad (2.32)$$

### Le modèle du disque assombri de Claret pour une bande spectrale donnée $\Delta\lambda$

En intégrant sur la bande spectrale d'observation, on obtient :

$$V_{\Delta\lambda LD}^2 = \frac{\int_{\Delta\lambda} V_{LD}^2(\lambda) T^2(\lambda) d\lambda}{\int T^2(\lambda) d\lambda} \quad (2.33)$$

la dérivée étant alors :

$$\frac{d}{d\phi} V_{\Delta\lambda LD}^2 = \frac{\int_{\Delta\lambda} \left( \frac{d}{d\phi} V_{LD}^2(\lambda) \right) T^2(\lambda) d\lambda}{\int T^2(\lambda) d\lambda} \quad (2.34)$$

Nous disposons donc de nos 4 modèles. Pour la réduction des données VINCI, nous avons considéré le modèle le plus élaboré, à savoir, assombri en large bande (4<sup>eme</sup> modèle). Ceci nous permet donc d'obtenir pour chaque phase de pulsation le diamètre angulaire de l'étoile et *l'erreur statistique* correspondante. En ce qui concerne *l'erreur systématique* on peut une nouvelle fois utiliser les formules statistiques présentées plus haut.

Finalement on dispose de :

$$Y_j : \theta_j \pm e\theta_{statj} \pm e\theta_{systj} \quad (2.35)$$

$$X_j : \phi_j \quad (2.36)$$

où  $j$  est l'indice de la nuit d'observation

L'ensemble de la procédure du traitement des données VINCI est détaillée dans Kervella et al. (2004) (voir aussi Coudé du Foresto et al. (1997)). On est maintenant en mesure de déduire la distance des étoiles.

## 2.2.4 Détermination des distances : la méthode de la parallaxe de pulsation

A partir des mesures de diamètres angulaires en fonction de la phase dont nous disposons, on peut déduire à la fois le diamètre angulaire moyen et la distance de l'étoile, ceci en réalisant un ajustement classique de minimisation de  $\chi^2$  (Levenberg-Marquard) donné par la formule suivante :

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(\theta_{LD_{obs}}(\phi_j) - \theta_{LD_{mod}}(\phi_j))^2}{(\sigma_{obs}(\phi_j))^2} \quad (2.37)$$

avec

$$\theta_{LD_{mod}}(\phi) = \overline{\theta_{LD}} + 9.305 \left( \frac{\Delta D(\phi_j)}{d} \right) [mas] \quad (2.38)$$

où  $\phi_j$  est la phase associée à la mesure  $j$

- $\overline{\theta_{LD}}$  est le diamètre angulaire moyen en mas.
- $\Delta D(\phi_j)$  est la variation linéaire du diamètre de l'étoile exprimée en diamètre solaire
- $d$  est la distance de l'étoile en parsecs (pc)

$\Delta D(\phi_j)$  est obtenu par l'intégration temporelle de la vitesse pulsante de l'étoile. Cette dernière est déduite du décalage Doppler des raies spectrales de l'étoile en fonction du temps, par l'intermédiaire du facteur de projection. Le facteur de projection dépend de manière cruciale de la méthode utilisée pour déterminer la vitesse radiale. Les vitesses radiales que nous avons utilisées pour l'étude VINCI étaient tirées pour la plupart d'observations du spectromètre CORAVEL (Baranne et al. 1979). La méthode de la "cross-corrélation" permet alors de calculer un profil moyen sur lequel est ajusté une gaussienne. La valeur moyenne de la gaussienne donne la vitesse radiale escomptée. Parallèlement, nous avons utilisé la valeur de  $p = 1.36$  pour le facteur de projection, comme conseillé par Burki et al. (1982). Néanmoins cette valeur n'était pas forcément la plus réaliste et ceci pour deux raisons.

Premièrement, nous n'avons pas utilisé expressément la méthode du "centroïde" ou le premier moment de la raie pour déterminer la vitesse radiale, comme préconisé par Burki et al. (1982), ceci en raison de la qualité de nos observations spectrométriques. En effet, cette méthode est très sensible au rapport signal à bruit. Une comparaison précise des différentes méthodes de détermination de la vitesse radiale est réalisée dans la partie 3, consacrée aux observations spectrométriques HARPS.

Ensuite, cette valeur ne prend pas en compte les gradients de vitesse présents dans l'atmosphère de l'étoile, et d'une certaine façon, n'est donc pas adaptée à la méthode de la parallaxe de pulsation. Ce point sera développé en détail dans la partie 4. Nous verrons en particulier que cet effet est très important, et qu'il rentre tout juste dans les barres d'erreur de nos résultats VINCI. Il faut en effet comprendre qu'un biais potentiel sur le facteur de projection se répercute de manière linéaire sur la détermination de la distance de l'étoile !

Cette étude VINCI a été réalisée lors de ma première année de thèse et, à cette époque, nous ne nous sommes pas intéressés en détail au facteur de projection. Par défaut, nous avons donc adopté la valeur la plus communément utilisée par la communauté scientifique, c'est à dire  $p = 1.36$ . Cependant, une étude du facteur de projection sous l'angle de l'interférométrie était absolument nécessaire pour consolider la méthode de la parallaxe de pulsation. Ceci explique pourquoi, mes deuxième et troisième années de thèse ont été exclusivement consacrées à cet épineux problème.

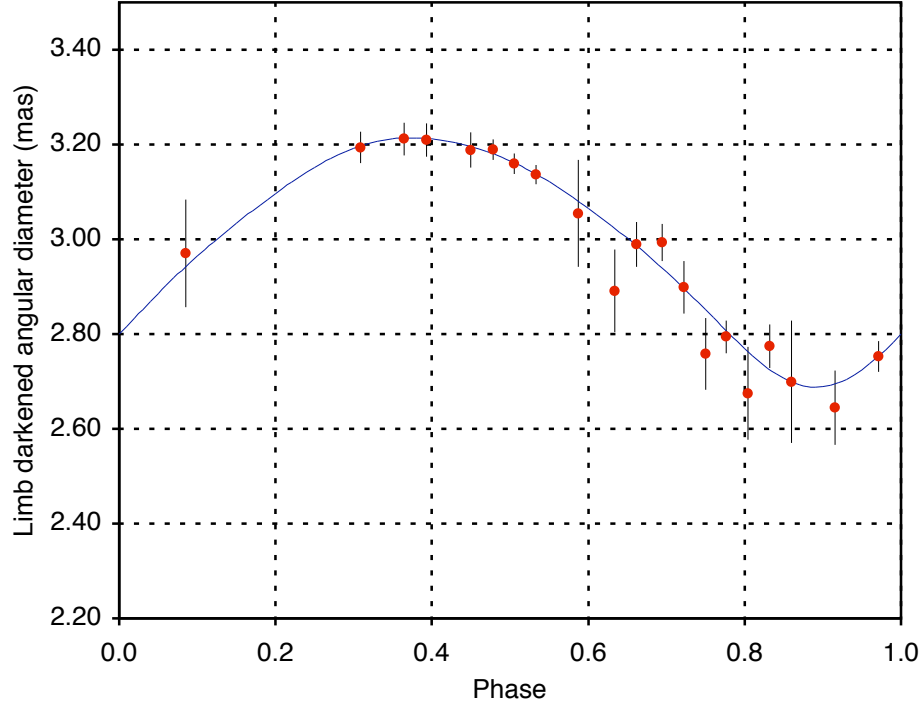
Ainsi, les deux paramètres à ajuster sont le diamètre angulaire moyen  $\overline{\theta_{LD}}$  et la distance  $d$  de l'étoile. A ce niveau, trois méthodes peuvent être utilisées selon le niveau de précision des données et la qualité de la couverture temporelle sur la période :

- Diamètre constant (**ordre 0**) : le diamètre linéaire de l'étoile  $\overline{D}$  est supposé constant et déduit par exemple de mesures antécédentes de type Baade-Wesselink, ou de relations Période-Rayon (Gieren et al. 1998). On suppose donc que  $\Delta D(\phi_i)$  est nul, et l'unique paramètre ajusté est la distance.
- Diamètre variable (**ordre 1**) : on considère une fois de plus que le diamètre linéaire de l'étoile  $\overline{D}$  est connu, mais on inclue la variation temporelle du rayon  $\Delta D(\phi_i)$ , déduite de la courbe de vitesse radiale. Cette méthode est intéressante lorsque la variation de diamètre angulaire n'est pas détectée de manière évidente (cas de  $\zeta$  Gem, X Sgr et Y Oph). La distance  $d$  est le seul paramètre libre.
- Fit complet (**ordre 2**) : le diamètre angulaire et la distance sont ajustés simultanément sur les mesures de diamètres angulaires. Il s'agit de la méthode de la parallaxe de pulsation. Les seuls paramètres d'entrée sont la variation du diamètre angulaire de l'étoile  $\Delta D(\phi)$  et le facteur de projection. Nous avons utilisé cette dernière méthode, *quasi-géométrique*, dans le cas de  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor et l Car.

Les résultats obtenus pour toutes les étoiles et pour tous les ordres (0,1 et 2) sont indiqués dans la table 2.1.

Pour  $\ell$  Car, l'étoile la plus résolue de notre échantillon (3 mas), la précision obtenue sur les estimations de diamètre angulaire était excellente, de l'ordre de 1%. De plus, nous disposions d'une excellente couverture en phase (voir Fig. 2.4). Nous avons ainsi déterminé la distance de l'étoile (ordre 2) avec une précision remarquable :  $d = 603 \pm 23 pc$ , soit 5% en erreur relative. Cette barre d'erreur est essentiellement interférométrique, elle contient une part statistique liée à la qualité des observations, et une part systématique liée à la précision dont on dispose sur l'estimation du diamètre angulaire de l'étoile de calibration. D'autres types d'incertitudes, plus difficiles à quantifier, comme le facteur de projection, seront énumérés dans la section 2.4.



FIG. 2.4 – Les observations VINCI de  $\ell$  Car

Le diamètre angulaire assombri (points rouges) en fonction de la phase de pulsation. La somme quadratique des erreurs statistiques et systématiques est indiquée. La courbe bleue correspond à la variation de rayon de l'étoile, déduite de la vitesse radiale *via* la facteur de projection. On ajuste alors la “hauteur” de la courbe c’est à dire le diamètre angulaire moyen, tandis que l’amplitude de la courbe est reliée à l’inverse de la distance de l’étoile. La forme de la courbe est quant à elle déduite des observations spectrométriques. On obtient ainsi une distance de  $d = 603 \pm 23 pc$ .

TAB. 2.1 – La distance de 7 Céphéides Galactiques obtenues avec l’instrument VINCI.

**Ordre 0.** Le diamètre linéaire de l’étoile est supposé constant ( $\Delta D = 0$ ), tandis que sa moyenne est déduite des travaux de Gieren et al. (1998). Les deux types d’incertitudes liées à dispersion statistique, et à la calibration (erreur systématique) sont indiqués entre crochets. L’erreur indiquée pour la distance est la somme quadratique des incertitudes statistiques, systématiques et liées à l’estimation *a priori* du diamètre linéaire de l’étoile *via* la relation P–R. Ces trois erreurs sont indiquées entre crochets. Les résultats obtenus pour  $\ell$  Car avec ce modèle simple *non pulsant* sont présentés à titre indicatif, mais sans réelles valeurs physiques étant donné que la pulsation a été clairement détectée par nos observations. **Ordre 1.** La moyenne du diamètre de l’étoile  $\bar{D}$  est à nouveau déduite de Gieren et al. (1998). Par contre, la variation du diamètre de l’étoile  $\Delta D(\phi)$  est déduite de l’intégration de la courbe de vitesse pulsante ( $V_{puls}(\phi) = pV_{rad}(\phi)$ ). La distance est le seul paramètre ajusté dans ce cas. Les incertitudes suivent les mêmes définitions que pour l’ordre 0. **Ordre 2.** Le diamètre angulaire moyen et la distance sont ajustés simultanément. Il s’agit de la méthode de la parallaxe de pulsation. Les seuls paramètres d’entrée sont la variation de diamètre angulaire  $\Delta D(\phi)$  et le facteur de projection. Les incertitudes statistiques et systématiques sont indiquées.

Etoile ( <b>Ordre 0</b> )	$\overline{\theta_{LD0}}$ (mas)	$d_0$ (pc)	$\chi_0^2$
X Sgr	$1.471 \pm 0.033_{[0.013 \ 0.031]}$	$324 \pm 18_{[3 \ 7 \ 17]}$	0.38
$\eta$ Aql	$1.856 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$261 \pm 14_{[1 \ 4 \ 14]}$	3.98
W Sgr	$1.348 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$376 \pm 22_{[3 \ 8 \ 21]}$	0.90
$\beta$ Dor	$1.926 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$319 \pm 20_{[3 \ 2 \ 19]}$	1.31
$\zeta$ Gem	$1.747 \pm 0.061_{[0.025 \ 0.056]}$	$360 \pm 25_{[5 \ 12 \ 22]}$	0.51
Y Oph	$1.459 \pm 0.040_{[0.023 \ 0.033]}$	$638 \pm 50_{[10 \ 14 \ 47]}$	0.16
( $\ell$ Car)	$3.071 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$524 \pm 49_{[1 \ 2 \ 49]}$	23.2
Etoile ( <b>Ordre 1</b> )	$\overline{\theta_{LD1}}$ (mas)	$d_1$ (pc)	$\chi_1^2$
X Sgr	$1.461 \pm 0.033_{[0.013 \ 0.031]}$	$326 \pm 18_{[3 \ 7 \ 17]}$	1.36
$\eta$ Aql	$1.839 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$264 \pm 14_{[1 \ 4 \ 14]}$	0.40
W Sgr	$1.312 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$386 \pm 22_{[3 \ 8 \ 21]}$	0.42
$\beta$ Dor	$1.884 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$326 \pm 20_{[3 \ 2 \ 19]}$	0.23
$\zeta$ Gem	$1.718 \pm 0.061_{[0.025 \ 0.056]}$	$366 \pm 25_{[5 \ 12 \ 22]}$	0.88
Y Oph	$1.437 \pm 0.040_{[0.023 \ 0.033]}$	$648 \pm 51_{[10 \ 15 \ 47]}$	0.03
$\ell$ Car	$2.977 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$542 \pm 49_{[1 \ 2 \ 49]}$	0.71
Etoile ( <b>Ordre 2</b> )	$\overline{\theta_{LD2}}$ (mas)	$d_2$ (pc)	$\chi_2^2$
$\eta$ Aql	$1.839 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$276^{+55}_{-38} \ [^{55}_{38} \ 6 \ 4]$	0.43
W Sgr	$1.312 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$379^{+216}_{-130} \ [^{216}_{130} \ 11 \ 7]$	0.48
$\beta$ Dor	$1.891 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$345^{+175}_{-80} \ [^{175}_{80} \ 5 \ 2]$	0.25
$\ell$ Car	$2.988 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$603^{+24}_{-19} \ [^{24}_{19} \ 3 \ 2]$	0.49

**2.2.5** *Cepheid distances from long-baseline interferometry : I.VINCI/VLTI observations  
of seven Galactic Cepheids*

*P. Kervella, N. Nardetto, D. Bersier, D. Mourard, V. Coudé Du Foresto*  
*Article paru dans la revue Astronomy & Astrophysics, vol. 416, p. 941*

# Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry

## I. VINCI/VLTI observations of seven Galactic Cepheids<sup>★</sup>

P. Kervella<sup>1</sup>, N. Nardetto<sup>2</sup>, D. Bersier<sup>3</sup>, D. Mourard<sup>2</sup>, and V. Coudé du Foresto<sup>4</sup>

<sup>1</sup> European Southern Observatory, Alonso de Cordova 3107, Casilla 19001, Vitacura, Santiago 19, Chile

<sup>2</sup> Département Fresnel, UMR CNRS 6528, Observatoire de la Côte d’Azur, BP 4229, 06304 Nice Cedex 4, France

<sup>3</sup> Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden St., Cambridge, MA 02138, USA

<sup>4</sup> LESIA, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

Received 19 June 2003 / Accepted 26 November 2003

**Abstract.** We report the angular diameter measurements of seven classical Cepheids, X Sgr,  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\zeta$  Gem,  $\beta$  Dor, Y Oph and  $\ell$  Car that we have obtained with the VINCI instrument, installed at ESO’s VLT Interferometer (VLTI). We also present reprocessed archive data obtained with the FLUOR/IOTA instrument on  $\zeta$  Gem, in order to improve the phase coverage of our observations. We obtain average limb darkened angular diameter values of  $\overline{\theta_{LD}}[X\text{ Sgr}] = 1.471 \pm 0.033$  mas,  $\overline{\theta_{LD}}[\eta\text{ Aql}] = 1.839 \pm 0.028$  mas,  $\overline{\theta_{LD}}[W\text{ Sgr}] = 1.312 \pm 0.029$  mas,  $\overline{\theta_{LD}}[\beta\text{ Dor}] = 1.891 \pm 0.024$  mas,  $\overline{\theta_{LD}}[\zeta\text{ Gem}] = 1.747 \pm 0.061$  mas,  $\overline{\theta_{LD}}[Y\text{ Oph}] = 1.437 \pm 0.040$  mas, and  $\overline{\theta_{LD}}[\ell\text{ Car}] = 2.988 \pm 0.012$  mas. For four of these stars,  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor, and  $\ell$  Car, we detect the pulsational variation of their angular diameter. This enables us to compute directly their distances, using a modified version of the Baade-Wesselink method:  $d[\eta\text{ Aql}] = 276^{+55}_{-38}$  pc,  $d[W\text{ Sgr}] = 379^{+216}_{-130}$  pc,  $d[\beta\text{ Dor}] = 345^{+175}_{-80}$  pc,  $d[\ell\text{ Car}] = 603^{+24}_{-19}$  pc. The stated error bars are statistical in nature. Applying a hybrid method, that makes use of the Gieren et al. (1998) Period-Radius relation to estimate the linear diameters, we obtain the following distances (statistical and systematic error bars are mentioned):  $d[X\text{ Sgr}] = 324 \pm 7 \pm 17$  pc,  $d[\eta\text{ Aql}] = 264 \pm 4 \pm 14$  pc,  $d[W\text{ Sgr}] = 386 \pm 9 \pm 21$  pc,  $d[\beta\text{ Dor}] = 326 \pm 4 \pm 19$  pc,  $d[\zeta\text{ Gem}] = 360 \pm 13 \pm 22$  pc,  $d[Y\text{ Oph}] = 648 \pm 17 \pm 47$  pc,  $d[\ell\text{ Car}] = 542 \pm 2 \pm 49$  pc.

**Key words.** techniques: interferometric – stars: variables: Cepheids – stars: oscillations

## 1. Introduction

For almost a century, Cepheids have occupied a central role in distance determinations. This is thanks to the existence of the Period–Luminosity (P–L) relation,  $M = a \log P + b$ , which relates the logarithm of the variability period of a Cepheid to its absolute mean magnitude. These stars became even more important since the *Hubble Space Telescope* Key Project on the extragalactic distance scale (Freedman et al. 2001) has totally relied on Cepheids for the calibration of distance indicators to reach cosmologically significant distances. In other words, if the calibration of the Cepheid P–L relation is wrong, the whole extragalactic distance scale is wrong.

There are various ways to calibrate the P–L relation. The avenue chosen by the *HST* Key-Project was to *assume* a distance to the Large Magellanic Cloud (LMC), thereby adopting a zero point of the distance scale. Freedman et al. (2001) present an extensive discussion of all available LMC distances, and note, with other authors (see e.g. Benedict et al. 2002), that

the LMC distance is currently the weak link in the extragalactic distance scale ladder. Another avenue is to determine the zero point of the P–L relation with Galactic Cepheids, using for instance parallax measurements, Cepheids in clusters, or through the Baade-Wesselink (BW) method. We propose in this paper and its sequels (Papers II and III) to improve the calibration of the Cepheid P–R, P–L and surface brightness–color relations through a combination of spectroscopic and interferometric observations of bright Galactic Cepheids.

In the particular case of the P–L relation, the slope  $a$  is well known from Magellanic Cloud Cepheids (e.g. Udalski et al. 1999), though Lanoix et al. (1999) have suggested that a Malmquist effect (population incompleteness) could bias this value. On the other hand, the calibration of the zero-point  $b$  (the hypothetical absolute magnitude of a 1-day period Cepheid) requires measurement of the distance to a number of nearby Cepheids with high precision. For this purpose, interferometry enables a new version of the Baade-Wesselink method (BW, Baade 1926; Wesselink 1946) for which we do not need to measure the star’s temperature, as we have directly access to its angular diameter (Davis 1979; Sasselov & Karovska 1994). Using this method, we derive directly the distances to the four

Send offprint requests to: P. Kervella, e-mail: pkervella@eso.org

<sup>★</sup> Tables 3 to 10 are only available in electronic form at <http://www.edpsciences.org>

nearby Cepheids  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car. For the remaining three objects of our sample, X Sgr,  $\zeta$  Gem and Y Oph, we apply a hybrid method to derive their distances, based on published values of their linear diameters.

After a short description of the VINCI/VLTI instrument (Sect. 2), we describe the sample Cepheids that we selected (Sect. 3). In Sects. 4 and 5, we report our new observations as well as reprocessed measurements of  $\zeta$  Gem retrieved from the FLUOR/IOTA instrument archive. Section 6 is dedicated to the computation of the corresponding angular diameter values, taking into account the limb darkening and the bandwidth smearing effects. In Sects. 7 and 8, we investigate the application of the BW method to our data, and we derive the Cepheid distances.

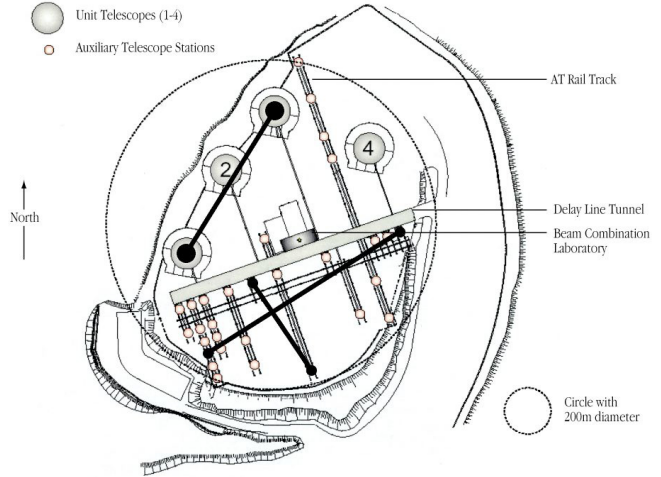
We will discuss the consequences of these results for the calibration of the Period-Radius (P-R), Period-Luminosity (P-L) and Barnes-Evans relations of the Cepheids in forthcoming papers (Papers II and III).

## 2. Instrumental setup

The European Southern Observatory's Very Large Telescope Interferometer (Glindemann et al. 2000) is in operation on Cerro Paranal, in Northern Chile since March 2001. For the observations reported in this paper, the beams from two Test Siderostats (0.35 m aperture) or two Unit Telescopes (8 m aperture) were recombined coherently in VINCI, the VLT Interferometer Commissioning Instrument (Kervella et al. 2000, 2003a). We used a regular  $K$  band filter ( $\lambda = 2.0\text{--}2.4\ \mu\text{m}$ ) that gives an effective observation wavelength of  $2.18\ \mu\text{m}$  for the effective temperature of typical Cepheids (see Sect. 6.4 for details). Three VLTI baselines were used for this program: E0-G1, B3-M0 and UT1-UT3 respectively 66, 140 and 102.5 m in ground length. Figure 1 shows their positions on the VLTI platform.

## 3. Selected sample of Cepheids

Despite their brightness, Cepheids are located at large distances, and the HIPPARCOS satellite (Perryman et al. 1997) could only obtain a limited number of Cepheid distances with a relatively poor precision. If we exclude the peculiar first overtone Cepheid  $\alpha$  UMi (Polaris), the closest Cepheid is  $\delta$  Cep, located at approximately 250 pc (Mourard et al. 1997; Nordgren et al. 2000). As described by Davis (1979) and Sasselov & Karovska (1994), it is possible to derive directly the distance to the Cepheids for which we can measure the amplitude of the angular diameter variation. Even for the nearby Cepheids, this requires an extremely high resolving power, as the largest Cepheid in the sky,  $\ell$  Car, is only  $0.003''$  in angular diameter. Long baseline interferometry is therefore the only technique that allows us to resolve these objects. As a remark, the medium to long period Cepheids ( $D \approx 200 D_{\odot}$ ) in the Large Magellanic Cloud (LMC) ( $d \approx 55$  kpc) are so small ( $\theta \approx 30\ \mu\text{as}$ ) that they would require a baseline of 20 km to be resolved in the  $K$  band (5 km in the visible). However, such a measurement is highly desirable, as it would provide a precise geometrical distance to the LMC, a critical step in the extragalactic distance ladder.



**Fig. 1.** Layout of the three baselines used for the VINCI/VLTI Cepheids observations, UT1-UT3 (102.5 m), E0-G1 (66 m) and B3-M0 (140 m).

Mourard (1996) has highlighted the capabilities of the VLTI for the observation of nearby Cepheids, as it provides long baselines (up to 202 m) and thus a high resolving power. Though they are supergiant stars, the Cepheids are very small objects in terms of angular size. A consequence of this is that the limit on the number of interferometrically resolvable Cepheids is not set by the size of the light collectors, but by the baseline length. From photometry only, several hundred Cepheids can produce interferometric fringes using the VLTI Auxiliary Telescopes (1.8 m in diameter). However, in order to measure accurately their size, one needs to resolve their disk to a sufficient level. Kervella (2001a) has compiled a list of more than 30 Cepheids that can be measured from Paranal using the VINCI and AMBER (Petrov et al. 2000) instruments. Considering the usual constraints in terms of sky coverage, limiting magnitude and accessible resolution, we have selected seven bright Cepheids observable from Paranal Observatory (latitude  $\lambda = -24$  deg): X Sgr,  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem, Y Oph and  $\ell$  Car. The periods of these stars cover a wide range, from 7 to 35.5 days. This coverage is important to properly constrain the P-R and P-L relations. To estimate the feasibility of the observations, the angular diameters of these stars were deduced from the BW studies by Gieren et al. (1993). For  $\zeta$  Gem and  $\eta$  Aql, previously published direct interferometric measurements by Nordgren et al. (2000), Kervella et al. (2001b) and Lane et al. (2002) already demonstrated the feasibility of the observations. The relevant parameters of the seven Cepheids of our sample, taken from the literature, are listed in Table 1.

## 4. Interferometric data processing

### 4.1. Coherence factors

We used a modified version (Kervella et al. 2003c) of the standard VINCI data reduction pipeline, whose general principle is based on the original algorithm of the FLUOR instrument (Coudé du Foresto et al. 1997, 1998a). The VINCI/VLTI commissioning data we used for this study are publicly available

**Table 1.** Relevant parameters of the observed sample of Cepheids, sorted by increasing period.

	X Sgr HD 161592	$\eta$ Aql HD 187929	W Sgr HD 164975	$\beta$ Dor HD 37350	$\zeta$ Gem HD 52973	Y Oph HD 162714	$\ell$ Car HD 84810
$m_V^a$	4.581	3.942	4.700	3.731	3.928	6.164	3.771
$m_K^b$	2.56	1.966	2.82	1.959	2.11	2.682	1.091
Sp. Type	F5-G2II	F6Ib-G4Ib	F4-G2Ib	F4-G4Ia-II	F7Ib-G3Ib	F8Ib-G3Ib	F6Ib-K0Ib
$\pi$ (mas) <sup>c</sup>	$3.03 \pm 0.94$	$2.78 \pm 0.91$	$1.57 \pm 0.93$	$3.14 \pm 0.59$	$2.79 \pm 0.81$	$1.14 \pm 0.80$	$2.16 \pm 0.47$
Min $T_{\text{eff}}$ (K)	5670	5400	5355	5025	5150		
Mean $T_{\text{eff}}$ (K) <sup>d</sup>	6150	5870	5769	5490	5430	5300	5090
Max $T_{\text{eff}}$ (K)	6820	6540	6324	6090	5750		
Min $\log g$	1.86	1.25	1.72	1.60			
Mean $\log g^e$	2.14	1.49	1.82	1.83	1.50	1.50	1.50
Max $\log g$	2.43	1.73	2.02	2.06			
[M/H] <sup>e</sup>	0.04	0.05	-0.01	-0.01	0.04	0.05	0.30
$T_0$ (JD-2.452 $\times 10^6$ ) <sup>f</sup>	723.9488	519.2477	726.8098	214.2153	210.7407	715.4809	290.4158
$P$ (days) <sup>g</sup>	7.013059	7.176769	7.594904	9.842425	10.150967	17.126908	35.551341
Intensity profiles <sup>h</sup>							
$a_1$	+0.7594	+0.8816	+0.8002	+0.7969	+0.8713	+0.8549	+0.8500
$a_2$	-0.4530	-0.7418	-0.5135	-0.4596	-0.6536	-0.5602	-0.4991
$a_3$	+0.0347	+0.3984	+0.1583	+0.1341	+0.3283	+0.2565	+0.2113
$a_4$	+0.0751	-0.0778	+0.0109	+0.0082	-0.0610	-0.0437	-0.0340

<sup>a</sup>  $m_V$  from Barnes et al. (1987) for X Sgr, from Barnes et al. (1997) for  $\eta$  Aql, from Moffett & Barnes (1984) for W Sgr and  $\zeta$  Gem, from Berdnikov & Turner (2001) for  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car, and from Coulson & Caldwell (1985) for Y Oph.

<sup>b</sup>  $m_K$  from Welch et al. (1984) for X Sgr, and W Sgr, from Laney & Stobie (1992) for  $\beta$  Dor, Y Oph, and  $\ell$  Car, from Ducati et al. (2001) for  $\zeta$  Gem, from Barnes et al. (1997) for  $\eta$  Aql.

<sup>c</sup> Parallaxes from the HIPPARCOS catalogue (Perryman et al. 1997).

<sup>d</sup> From Kiss & Szatmáry (1998) for  $\zeta$  Gem and  $\eta$  Aql, Bersier et al. (1997) for W Sgr, and Pel (1978) for X Sgr and  $\beta$  Dor.

<sup>e</sup> From Andrievsky et al. (2002), Cayrel de Strobel et al. (1997, 2001), and Pel (1978), except for  $\log g$  of Y Oph.

<sup>f</sup> Reference epoch  $T_0$  values have been computed near the dates of the VINCI observations, from the values published by Szabados (1989a).

<sup>g</sup>  $P$  values from Szabados (1989a). The periods of  $\eta$  Aql,  $\zeta$  Gem and W Sgr are known to evolve. The values above correspond to the  $T_0$  chosen for these stars.

<sup>h</sup> Four-parameters intensity profiles from Claret (2000) in the  $K$  band, assuming a microturbulence velocity of  $4 \text{ km s}^{-1}$  and the average values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ .

through the ESO Archive, and result from two proposals of our group, that were accepted for ESO Periods 70 and 71.

The goal of the raw data processing is to extract the value of the modulated power contained in the interferometric fringes. This value is proportional to the squared visibility  $V^2$  of the source on the observation baseline, which is in turn directly linked to the Fourier transform of the light distribution of the source through the Zernike-Van Cittert theorem.

One of the key advantages of VINCI is to use single-mode fibers to filter out the perturbations induced by the turbulent atmosphere. The wavefront that is injected in the fibers is only the mode guided by the fiber (Gaussian in shape, see Ruilier 1999 or Coudé du Foresto 1998b for details). The atmospherically corrupted part of the wavefront is not injected into the fibers and is lost into the cladding. Due to the temporal fluctuations of the turbulence, the injected flux changes considerably during an observation. However, VINCI derives two photometric signals that can be used to subtract the intensity fluctuations from the interferometric fringes and normalize them continuously. The resulting calibrated interferograms are practically free of atmospheric corruption, except the piston mode

(differential longitudinal delay of the wavefront between the two apertures) that tends to smear the fringes and affect their visibility. Its effect is largely diminished by using a sufficiently high scanning frequency, as was the case for the VINCI observations.

After the photometric calibration has been achieved, the two interferograms from the two interferometric outputs of the VINCI beam combiner are subtracted to remove the residual photometric fluctuations. As the two fringe patterns are in perfect phase opposition, this subtraction removes a large part of the correlated fluctuations and enhances the interferometric fringes. Instead of the classical Fourier analysis, we implemented a time-frequency analysis (Ségransan et al. 1999) based on the continuous wavelet transform (Farge 1992). In this approach, the projection of the signal is not onto a sine wave (Fourier transform), but onto a function, i.e. the wavelet, that is localised in both time and frequency. We used as a basis the Morlet wavelet, a gaussian envelope multiplied by a sine wave. With the proper choice of the number of oscillations inside the gaussian envelope, this wavelet closely matches a VINCI

interferogram. It is therefore very efficient at localizing the signal in both time and frequency.

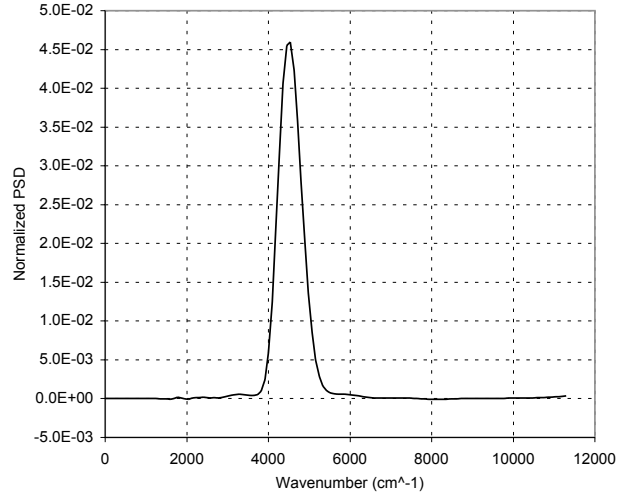
The differential piston corrupts the amplitude and the shape of the fringe peak in the wavelet power spectrum. A selection based on the shape of fringe peak in the time-frequency domain is used to remove “pistonned” and false detection interferograms. Squared coherence factors  $\mu^2$  are then derived by integrating the wavelet power spectral density (PSD) of the interferograms at the position and frequency of the fringes. The residual photon and detector noise backgrounds are removed by making a least squares fit of the PSD at high and low frequency.

#### 4.2. Calibrators

The calibration of the Cepheids' visibilities was achieved using well-known calibrator stars that have been selected in the Cohen et al. (1999) catalogue, with the exception of  $\epsilon$  Ind. This dwarf star was measured separately (Ségransan et al. 2004) and used to calibrate one of the  $\eta$  Aql measurements. The angular diameters of 39 Eri A, HR 4050 and HR 4546 (which belong to the Cohen et al. 1999 catalogue) were also measured separately, as these stars appeared to give a slightly inconsistent value of the interferometric efficiency.

For 39 Eri A and HR 4546, the measured angular diameters we find are  $\theta_{UD} = 1.74 \pm 0.03$  and  $2.41 \pm 0.04$  mas, respectively. These measured values are only  $2\sigma$  lower than the Cohen et al. (1999) catalogue values of  $\theta_{UD} = 1.81 \pm 0.02$  and  $2.53 \pm 0.04$  mas. A possible reason for this difference could be the presence of faint, main sequence companions in orbit around these two giant stars. The additional contribution of these objects would bias the diameter found by spectrophotometry towards larger values, an effect consistent with what we observe. For HR 4050, we obtained  $\theta_{UD} = 5.18 \pm 0.05$  mas, only  $+1\sigma$  away from the catalogue value of  $\theta_{UD} = 5.09 \pm 0.06$  mas. The characteristics of the selected calibrators are listed in Table 2. The limb-darkened disk (LD) angular diameters of these stars were converted into uniform disk values using linear coefficients taken from Claret et al. (1995). As demonstrated by Bordé et al. (2002), the star diameters in the Cohen et al. (1999) list have been measured very homogeneously to a relative precision of approximately 1% and agree well with other angular diameter estimation methods.

The calibrators were observed soon before and after the Cepheids, in order to verify that the interferometric efficiency (IE) has not changed significantly during the Cepheid observation itself. In some cases, and due to the technical nature of commissioning observations, part of the Cepheid observations could not be bracketed, but only immediately preceded or followed by a calibrator. However, the stability of the IE has proved to be generally very good, and we do not expect any significant bias from these single-calibrator observations. Some observations included several calibrators to allow a cross-check of their angular sizes. The calibrators were chosen as close as possible in the sky to our target Cepheids, in order to be able to observe them with similar airmass. This selection has taken into account the constraints in terms of limiting



**Fig. 2.** Average wavelets power spectral density of 302 interferograms obtained on X Sgr on JD = 2 452 768.8462. No background or bias is present. The integration of the fringes modulated power is done between 2000 and 8000  $\text{cm}^{-1}$ .

magnitude and sky coverage imposed by the VLTI siderostats and delay lines. The IE was computed from the coherence factor measurements obtained on the calibrators, taking into account the bandwidth smearing effect (see Sect. 6.4) and a uniform disk angular diameter model. This calibration process yielded the final squared visibilities listed in Tables 3 to 9.

### 5. Data quality

#### 5.1. General remarks

Due to the fact that we used two types of light collectors (siderostats and UTs) and several baselines (from 66 to 140 m in ground length), the intrinsic quality of our data is relatively heterogeneous. In this section, we discuss briefly the characteristics of our observations of each target. One particularity of our measurements is that they have all been obtained during the commissioning period of the VLTI, during which technical tasks were given higher priority. In particular, the long baseline B3-M0 was only available during a few months over the two years of operations of the VLTI with VINCI. The UT1-UT3 observations were executed during two short commissioning runs and it was not possible to obtain more than one or two phases for the observed stars ( $\beta$  Dor and  $\zeta$  Gem). However, the very large SNR values provided by the large aperture of the UTs, even without high-order adaptive optics, gave high-precision visibility measurements.

The VINCI processing pipeline produces a number of outputs to the user for the data quality control, including in particular the average wavelet power spectral density (WPSD) of the processed interferograms. This is an essential tool to verify that no bias is present in the calibrated and normalized fringe power peak. Figure 2 shows the average WPSD of a series of 302 interferograms obtained on X Sgr. No bias is present, and the residual background is very low. The power integration being

**Table 2.** Relevant parameters of the calibrators.

Name		$m_V$	$m_K$	Sp. Type	$T_{\text{eff}}(\text{K})$	$\log g$	$\pi (\text{mas})^a$	$\theta_{\text{LD}}(\text{mas})^b$	$\theta_{\text{UD}}(\text{mas})^c$
$\chi$ Phe	HD 12524	5.16	1.52	K5III	3780	1.9	$8.76 \pm 0.64$	$2.77 \pm 0.032$	$2.69 \pm 0.031$
39 Eri A	HD 26846	4.90	2.25	K3III	4210	2.2	$15.80 \pm 0.95$	$1.79 \pm 0.031^*$	$1.74 \pm 0.030^*$
$\epsilon$ Ret	HD 27442	4.44	1.97	K2IVa	4460	2.3	$54.84 \pm 0.50$	$1.95 \pm 0.049$	$1.90 \pm 0.048$
HR 2533	HD 49968	5.69	2.10	K5III	3780	1.9	$6.36 \pm 0.92$	$1.93 \pm 0.020$	$1.87 \pm 0.019$
HR 2549	HD 50235	5.00	1.39	K5III	3780	1.9	$3.60 \pm 0.56$	$2.25 \pm 0.036$	$2.18 \pm 0.035$
$\gamma^2$ Vol	HD 55865	3.77	1.52	K0III	4720	2.6	$23.02 \pm 0.69$	$2.50 \pm 0.060$	$2.44 \pm 0.059$
6 Pup	HD 63697	5.18	2.62	K3III	4210	2.2	$12.87 \pm 0.71$	$1.88 \pm 0.039$	$1.83 \pm 0.038$
HR 3046	HD 63744	4.70	2.31	K0III	4720	2.6	$14.36 \pm 0.48$	$1.67 \pm 0.025$	$1.63 \pm 0.024$
HR 4050	HD 89388	3.38	0.60	K3IIa	4335	2.3	$4.43 \pm 0.49$	$5.32 \pm 0.050^*$	$5.18 \pm 0.048^*$
HR 4080	HD 89998	4.83	2.40	K1III	4580	2.5	$16.26 \pm 0.56$	$1.72 \pm 0.020$	$1.68 \pm 0.019$
HR 4526	HD 102461	5.44	1.77	K5III	3780	1.9	$3.97 \pm 0.61$	$3.03 \pm 0.034$	$2.94 \pm 0.033$
HR 4546	HD 102964	4.47	1.56	K3III	4210	2.2	$7.03 \pm 0.72$	$2.48 \pm 0.036^*$	$2.41 \pm 0.035^*$
HR 4831	HD 110458	4.67	2.28	K0III	4720	2.6	$17.31 \pm 0.65$	$1.70 \pm 0.018$	$1.66 \pm 0.018$
$\chi$ Sco	HD 145897	5.25	1.60	K3III	4210	2.2	$7.43 \pm 0.91$	$2.10 \pm 0.023$	$2.04 \pm 0.022$
70 Aql	HD 196321	4.90	1.21	K5II	3780	1.9	$1.48 \pm 0.91$	$3.27 \pm 0.037$	$3.17 \pm 0.036$
7 Aqr	HD 199345	5.50	2.00	K5III	3780	1.9	$5.42 \pm 0.99$	$2.14 \pm 0.024$	$2.08 \pm 0.023$
$\epsilon$ Ind	HD 209100	4.69	2.18	K4.5V	4580	4.5	$275.79 \pm 0.69$	$1.89 \pm 0.051^*$	$1.84 \pm 0.050^*$
$\lambda$ Gru	HD 209688	4.48	1.68	K3III	4210	2.2	$13.20 \pm 0.78$	$2.71 \pm 0.030$	$2.64 \pm 0.029$
HR 8685	HD 216149	5.41	1.60	M0III	3660	1.4	$2.95 \pm 0.69$	$2.07 \pm 0.021$	$2.01 \pm 0.020$

<sup>a</sup> Parallaxes from the HIPPARCOS catalogue (Perryman et al. 1997).

<sup>b</sup> Catalogue values from Cohen et al. (1999), except for  $\epsilon$  Ind, HR 4050, HR 4546 and 39 Eri A.

<sup>c</sup> Linear limb darkening coefficients factors from Claret et al. (1995).

\* The angular diameters of  $\epsilon$  Ind, HR 4050, HR 4546 and 39 Eri A have been measured separately with VINCI.

done between 2000 and  $8000 \text{ cm}^{-1}$ , the complete modulated power of the fringes is taken into account without bias.

### 5.2. X Sgr, W Sgr and Y Oph

X Sgr was observed 8 times on the B3-M0 baseline (140 m ground length), using exclusively the two 0.35 m Test Siderostats (TS). The projected baseline length varied between 118.4 and 139.7 m, and the observed squared visibilities were confined between  $V^2 = 56.9$  and 71.1%. Thanks to its declination of  $\delta = -28$  deg, X Sgr culminates almost at zenith over Paranal ( $-24$  deg), and all the observations were obtained at very low airmasses. It is located on the sky near two other Cepheids of our sample, Y Oph and W Sgr, and these three stars share the same calibrator,  $\chi$  Sco. The average signal to noise ratio (SNR) was typically 2 to 5 on the photometric outputs of VINCI, and 4 to 6 on the interferometric channels, for a constant fringe frequency of 242 Hz. A total of 4977 interferograms were processed by the pipeline. The same remarks apply to W Sgr and Y Oph, as they have almost the same magnitude and similar angular diameters. The number of processed interferograms for these two stars was 4231 and 2182, respectively, during 9 and 4 observing sessions.

### 5.3. $\eta$ Aql

$\eta$  Aql was observed once on the E0-G1 baseline (66 m) and 10 times on the B3-M0 baseline (140 m ground length). The total number of processed interferograms is 5584. The SNRs

were typically 4 and 7 on the photometric and interferometric outputs at a fringe frequency of 242 to 272 Hz. Due to its northern declination ( $\delta = +1$  deg) and to the limits of the TS, it was not possible to observe  $\eta$  Aql for more than two hours per night, therefore limiting the number of interferograms and the precision of the measurements.

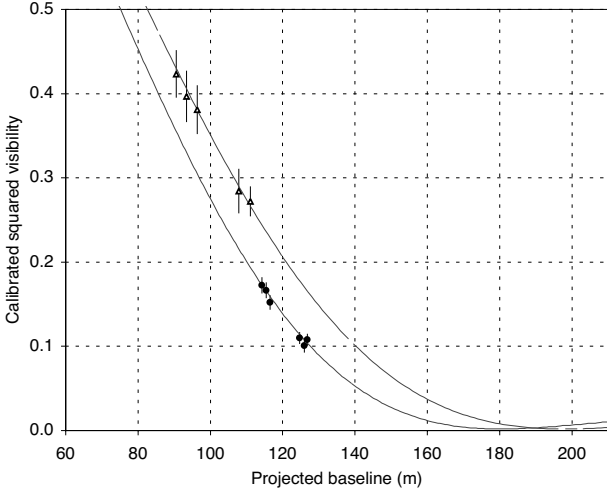
### 5.4. $\beta$ Dor

$\beta$  Dor is a difficult target for observation with the TS, as it is partially hidden behind the TS periscopes that are used to direct the light into the VLTI tunnels. This causes a partial vignetting of the beams and therefore a loss in SNR. The data from the TS are thus of intermediate quality, considering the brightness of this star. It is located at a declination of  $-62$  deg, relatively close to  $\ell$  Car, and therefore these two stars share some calibrators. In addition to the 5 observations with the TS, four measurements were obtained during three commissioning runs on the UT1-UT3 baseline. A total of 8129 interferograms were processed, of which 5187 were acquired with the 8 m Unit Telescopes (96 min spread over four nights were spent on  $\beta$  Dor using UT1 and UT3).

### 5.5. $\zeta$ Gem

At a declination of  $+20$  deg,  $\zeta$  Gem is not accessible to the TS due to a mechanical limitation. This is the reason why this star was observed only on two occasions with UT1 and UT3, for a total of 3857 interferograms, obtained during 41 min on the





**Fig. 3.** Squared visibilities obtained on  $\ell$  Car on JD = 2452 742.712 (dashed line) and 2452 763.555 (solid line), respectively at pulsation phases 0.722 and 0.308. The two UD visibility models correspond to  $\theta_{UD} = 2.801$  and 3.075 mas, and take the bandwidth smearing effect into account. The first minimum of the visibility function (that never goes down to zero) occurs for baselines of approximately 199 and 181 m, for an effective wavelength of  $2.18 \mu\text{m}$ .

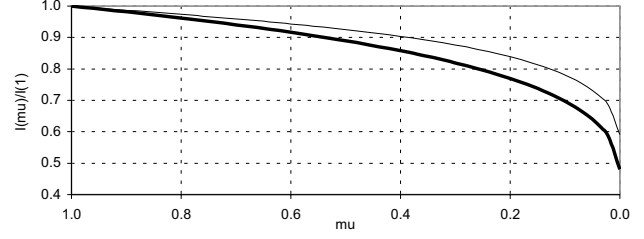
target. The average on-source SNRs were typically 50 for the interferometric channels and 30 for the photometric signals, at a fringe frequency of 694 Hz.

The data obtained using the FLUOR/IOTA instrument are described in Kervella et al. (2001b). They were reprocessed using the latest release of the FLUOR software that includes a better treatment of the photon shot noise than the 2001 version. As the baseline of IOTA is limited to 38 m, the visibility of the fringes is very high, and the precision on the angular diameter is reduced compared to the 102.5 m baseline UT1-UT3.

### 5.6. $\ell$ Car

As for  $\beta$  Dor, the observation of  $\ell$  Car ( $\delta = -62$  deg) is made particularly difficult by the vignetting of the TS beams. Thanks to its brightness ( $K \approx 1$ ) the SNRs are 15–20 on the interferometric channels, and 10–15 on the photometric signals, using the TS and a fringe frequency of 242 Hz. One observation was obtained on the E0-G1 baseline (66 m ground length), and 19 measurements on the B3-M0 baseline.  $\ell$  Car is the most observed star in our sample, with a total of 22 226 processed interferograms. Its average diameter of approximately 3 mas makes it an ideal target for observations with baselines of 100 to 200 m. On the B3-M0 baseline, we achieved projected baselines of 89.7 to 135.0 m, corresponding to  $V^2$  values of 8 to 42%. This range is ideal to constrain the visibility model and derive precise values of the angular diameter.

Figure 3 shows the squared visibility points obtained at two phases on  $\ell$  Car. The change in angular diameter is clearly visible. Thanks to the variation of the projected baseline on sky, we have sampled a segment of the visibility curve.



**Fig. 4.** Average intensity profiles computed from the four-parameter approximations of Claret (2000) for X Sgr (thin line) and  $\ell$  Car (thick line), using the parameters listed in Table 1.

## 6. Angular diameters

The object of this section is to derive the angular diameters of the Cepheids as a function of their pulsational phase. We discuss the different types of models that can be used to compute the angular diameter from the squared visibility measurements.

### 6.1. Uniform disk angular diameters

This very simple, rather unphysical model is commonly used for interferometric studies as it is independent of any stellar atmosphere model. The relationship between the visibility  $V$  and the uniform disk angular diameter (UD) is:

$$V(B, \theta_{UD}) = \left| \frac{2J_1(x)}{x} \right| \quad (1)$$

where  $x = \pi B \theta_{UD} / \lambda$  is the spatial frequency. This function can be inverted numerically to retrieve the uniform disk angular diameter  $\theta_{UD}$ .

While the true stellar light distributions depart significantly from the UD model, the UD angular diameters  $\theta_{UD}$  given in Tables 3 to 9 have the advantage that they can easily be converted to LD values using any stellar atmosphere model. This is achieved by computing a conversion factor  $\theta_{LD}/\theta_{UD}$  from the chosen intensity profile (see e.g. Davis et al. 2000 for details).

### 6.2. Static atmosphere intensity profile

The visibility curve shape before the first minimum is almost impossible to distinguish between a uniform disk (UD) and limb darkened (LD) model. Therefore, it is necessary to use a model of the stellar disk limb darkening to deduce the photospheric angular size of the star, from the observed visibility values. The intensity profiles that we chose were computed by Claret (2000), based on model atmospheres by Kurucz (1992). They consist of four-parameter approximations to the function  $I(\mu)/I(1)$ , where  $\mu = \cos \theta$  is the cosine of the azimuth of a surface element of the star. They are accurate approximations of the numerical results from the ATLAS modeling code. The analytical expression of these approximations is given by:

$$I(\mu)/I(1) = 1 - \sum_{k=1}^4 a_k \left(1 - \mu^{\frac{k}{2}}\right). \quad (2)$$

The  $a_k$  coefficients are tabulated by Claret (2000) for a wide range of stellar parameters ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ , ...) and photometric

bands ( $U$  to  $K$ ). The  $a_k$  values for each Cepheid are given in Table 1 for the  $K$  band, and the intensity profiles  $I(\mu)/I(1)$  of X Sgr and  $\ell$  Car are shown in Fig. 4.

The limb darkening is directly measurable by interferometry around the first minimum of the visibility function, as demonstrated by several authors on giant stars (Quirrenbach et al. 1996; Wittkowski et al. 2001). Unfortunately, even for  $\ell$  Car observed in the  $K$  band, this requires a baseline of more than 180 m that was not available for the measurements reported here. It is intended in the near future to measure directly the LD of a few nearby Cepheids, using the shorter wavelength bands of AMBER (Petrov et al. 2000) and the longest baselines of the VLTI (up to 202 m).

### 6.3. Changes of limb darkening with phase

As shown by Marengo et al. (2002), the atmosphere of the Cepheids departs from that of a non-variable giant with identical  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ , due in particular to the presence of energetic shock waves at certain phases of the pulsation.

However, this effect is enhanced at visible wavelengths compared to the infrared, and appears to be negligible in the case of the VINCI observations. Marengo et al. (2003) have derived in the  $H$  band a relative variation of the limb darkening coefficient  $k = \theta_{\text{UD}}/\theta_{\text{LD}}$  of only 0.2%. This is below the precision of our measurements and is neglected in the rest of this paper. Furthermore, the VINCI/VLTI measurement wavelength being longer ( $2.18 \mu\text{m}$ ) than the  $H$  band, the LD correction is even smaller, as is its expected variation.

From the results of Marengo et al. (2003) it appears clearly that the interferometers operating at infrared wavelengths are ideally suited for Cepheid measurements that aim at calibrating the P–R and P–L relations. On the other hand, as pointed out by these authors, the visible wavelength interferometers should be favored to study the dynamical evolution of the atmosphere (including the limb darkening) during the pulsation. The geometrical determination of the pulsation parallax is almost independent of the adopted atmosphere model in the  $K$  band, while this is not the case at shorter wavelengths.

### 6.4. Visibility model and limb darkened angular diameters

The VINCI instrument bandpass corresponds to the  $K$  band filter, transparent between  $\lambda = 2.0$  and  $2.4 \mu\text{m}$ . An important effect of this relatively large spectral bandwidth is that several spatial frequencies are simultaneously observed by the interferometer. This effect is known as *bandwidth smearing* (Kervella et al. 2003b).

To account for the bandwidth smearing, the model visibility is computed for regularly spaced wavenumber spectral bins over the  $K$  band, and then integrated to obtain the model visibility. In this paper, we assume that the limb darkening law does not change over the  $K$  band. This is reasonable for a hot and compact stellar atmosphere, but is also coherent with the range of visibilities measured on the Cepheids of our sample. If necessary, this computation can easily be extended to a wavenumber dependant  $I(\mu, \sigma)$  intensity profile. Following

Davis et al. (2000), using a Hankel integral, we can derive the visibility law  $V(B, \theta_{\text{LD}}, \sigma)$  from the intensity profile:

$$V = \frac{1}{A} \int_0^1 I(\mu) J_0 \left( \pi B \sigma \theta_{\text{LD}} \sqrt{1 - \mu^2} \right) \mu d\mu \quad (3)$$

where  $\sigma$  is the wavenumber:

$$\sigma = 1/\lambda \quad (4)$$

and  $A$  is a normalization factor:

$$A = \int_0^1 I(\mu) \mu d\mu. \quad (5)$$

The integral of the binned squared visibilities is computed numerically over the  $K$  band and gives the model  $V^2$  for the projected baseline  $B$  and the angular diameter  $\theta_{\text{LD}}$  through the relation:

$$V^2(\theta_{\text{LD}}, B) = \int_K [V(B, \theta_{\text{LD}}, \sigma) T(\sigma)]^2 d\sigma \quad (6)$$

where  $T(\sigma)$  is the normalized instrumental transmission defined so that

$$\int_K T(\sigma) d\sigma = 1. \quad (7)$$

We computed a model of  $T(\sigma)$  by taking into account the instrumental transmission of VINCI and the VLTI. It was first estimated by considering all known factors (filter, fibers, atmospheric transmission,...) and then calibrated on sky based on several observations of bright stars with the 8 meter UTs (see Kervella et al. 2003b for more details). This gives, for our sample of Cepheids, a measurement wavelength of  $2.179 \pm 0.003 \mu\text{m}$ . The variation of effective temperature between the stars of our sample and over the pulsation does not change this value by more than  $\pm 0.001 \mu\text{m}$ . The uncertainty on the effective wavelength of the measurement translates to a 0.15% uncertainty on the measured angular diameters. Considering the level of the other sources of error (statistical and systematic), the effect on our angular diameter results is negligible.

The  $V^2(\theta_{\text{LD}}, B)$  model is adjusted numerically to the observed  $(B, V^2)$  data using a classical  $\chi^2$  minimization process to derive  $\theta_{\text{LD}}$ . A single angular diameter is derived per observation session, the fit being done directly on the set of  $V^2$  values obtained during the session. The systematic and statistical errors are considered separately in the fitting procedure, to estimate the contribution of the uncertainty of the calibrator diameter on the final error bar.

Each observation session was generally executed in less than 3 h, a short time compared to the pulsation periods of the Cepheids of our sample. Therefore, we do not expect any phase induced smearing from this averaging.

### 6.5. Measured angular diameters

The derived angular diameters are given in Tables 3 to 9 for the seven Cepheids of our sample. Two error bars are given for each angular diameter value:

- one statistical uncertainty, computed from the dispersion of the  $V^2$  values obtained during the observation;

- one systematic uncertainty defined by the error bars on the calibrator stars a priori angular sizes.

While the statistical error can be diminished by repeatedly observing the target, the systematic error is not reduced by averaging measurements obtained using the same calibrator.

The reference epochs  $T_0$  and periods  $P$  for each Cepheid are given in Table 1.  $N$  is the number of batches (500 interferograms) recorded during the corresponding observing session. For each angular diameter, the statistical and systematic calibration errors are given separately, except for the FLUOR/IOTA measurements of  $\zeta$  Gem, for which the systematic calibration error is negligible compared to the statistical uncertainty.

## 7. Linear diameter curves

For each star we used radial velocity data found in the literature. Specifically, we collected data from Bersier (2002) for  $\eta$  Aql,  $\ell$  Car, and  $\beta$  Dor; from Bersier et al. (1994) for  $\zeta$  Gem; from Babel et al. (1989) for W Sgr. All these data have been obtained with the CORAVEL radial velocity spectrograph (Baranne et al. 1979). We also obtained data from Evans & Lyons (1986) for Y Oph and from Wilson et al. (1989) for X Sgr.

In theory, the linear diameter variation could be determined by direct integration of pulsational velocities (within the assumption that the  $\tau = 1$  photosphere is comoving with the atmosphere of the Cepheid during its pulsation). However these velocities are deduced from the measured radial velocities by the use of a projection factor  $p$ . The Cepheid's radii determined from the BW method depend directly from a good knowledge of  $p$ . Sabbey et al. (1995) and Krockenberger et al. (1997) have studied in detail the way to determine the  $p$ -factor. We used a constant projection factor  $p = 1.36$  in order to transform the radial velocities into pulsation velocities. Burki et al. (1982) have shown that this value is appropriate for the radial velocity measurements that we used.

## 8. Cepheids parameters

### 8.1. Angular diameter model fitting and distance measurement

From our angular diameter measurements, we can derive both the average linear diameter and the distance to the Cepheids. This is done by applying a classical  $\chi^2$  minimization algorithm between our angular diameter measurements and a model of the star pulsation. The minimized quantity with respect to the chosen model is

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\theta_{\text{LD observ}}(\phi_i) - \theta_{\text{LD model}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{observ}}(\phi_i)^2} \quad (8)$$

where  $\phi_i$  is the phase of measurement  $i$ . The expression of  $\theta_{\text{LD model}}(\phi_i)$  is defined using the following parameters:

- the average LD angular diameter  $\overline{\theta_{\text{LD}}}$  (in mas);
- the linear diameter variation  $\Delta D(\phi_i)$  (in  $D_\odot$ );

- the distance  $d$  to the star (in pc).

The resulting expression is therefore:

$$\theta_{\text{LD model}}(\phi_i) = \overline{\theta_{\text{LD}}} + 9.305 \left( \frac{\Delta D(\phi_i)}{d} \right) [\text{mas}]. \quad (9)$$

As  $\Delta D(\phi_i)$  is known from the integration of the radial velocity curve (Sect. 7), the only variable parameters are the average LD angular diameter  $\overline{\theta_{\text{LD}}}$  and the distance  $d$ . From there, three methods can be used to derive the distance  $d$ , depending on the level of completeness and precision of the angular diameter measurements:

- **Constant diameter fit (order 0):** the average linear diameter  $\overline{D}$  of the star is supposed known a priori from previously published BW measurements or P–R relations (see Sect. 8.2). We assume here that  $\Delta D(\phi) = 0$ . The only remaining variable to fit is the distance  $d$ . This is the most basic method, and is useful as a reference to assess the level of detection of the pulsational diameter variation with the other methods.
- **Variable diameter (order 1):** we still consider that the average linear diameter  $\overline{D}$  of the star is known a priori, but we include in our model the radius variation derived from the integration of the radial velocity curve. This method is well suited when the intrinsic accuracy of the angular diameter measurements is too low to measure precisely the pulsation amplitude ( $\zeta$  Gem, X Sgr and Y Oph). The distance  $d$  is the only free parameter for the fit.
- **Complete fit (order 2):** the average LD angular diameter  $\overline{\theta_{\text{LD}}}$  and the distance  $d$  are both considered as variables and adjusted simultaneously to the angular diameter measurements. In the fitting process, the radius curve is matched to the observed pulsation amplitude. Apart from direct trigonometric parallax, this implementation of the BW method is the most direct way of measuring the distance and diameter of a Cepheid. It requires a high precision angular diameter curve and a good phase coverage. It can be applied directly to our  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car measurements.

### 8.2. Published linear diameter values

In this section, we survey the existing linear diameter determinations for the Cepheids of our sample, in order to apply the order 0 and 1 methods to our observations.

A large number of BW studies have been published, using both visible and infrared wavelength observations. For  $\zeta$  Gem and  $\eta$  Aql, the pulsation has been resolved using the Palomar Testbed Interferometer (Lane et al. 2000, 2002), therefore giving a direct estimate of the diameter and distance of these stars. Table 10 gives a list of the existing diameter estimates for the Cepheids of our sample from the application of the classical BW method (“BAADE-WESSELINK” section of the table).

From the many different P–R relations available, we chose the Gieren et al. (1998) version, as it is based on infrared colors for the determination of the temperature of the stars. Compared to visible colors, the infrared colors give a much less dispersed

**Table 11. Order 0.** Cepheid average angular diameters and distances derived from the VINCI interferometric measurements, assuming a constant diameter model ( $\Delta D = 0$ ). The average diameter  $\bar{D}$  is taken from Gieren et al. (1998). Two error bars are given in brackets for the angular diameter: the statistical dispersion and the calibration systematics. The uncertainty mentioned for the distance  $d$  is the quadratic sum of the statistical, calibration and P–R a priori diameter errors, the last two being systematic in nature. The three types of errors are also reported separately in brackets. The results for  $\ell$  Car are mentioned only for completeness, but are not meant to be used for further analysis, as our observations are inconsistent with a constant diameter model.

Star	$\bar{\theta}_{LD0}$ (mas)	$d_0$ (pc)	$\chi_0^2$
X Sgr	$1.471 \pm 0.033_{[0.013 \ 0.031]}$	$324 \pm 18_{[3 \ 7 \ 17]}$	0.38
$\eta$ Aql	$1.856 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$261 \pm 14_{[1 \ 4 \ 14]}$	3.98
W Sgr	$1.348 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$376 \pm 22_{[3 \ 8 \ 21]}$	0.90
$\beta$ Dor	$1.926 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$319 \pm 20_{[3 \ 2 \ 19]}$	1.31
$\zeta$ Gem	$1.747 \pm 0.061_{[0.025 \ 0.056]}$	$360 \pm 25_{[5 \ 12 \ 22]}$	0.51
Y Oph	$1.459 \pm 0.040_{[0.023 \ 0.033]}$	$638 \pm 50_{[10 \ 14 \ 47]}$	0.16
( $\ell$ Car)	$3.071 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$524 \pm 49_{[1 \ 2 \ 49]}$	23.2

**Table 12. Order 1.** Cepheid angular diameters and distances, assuming the average diameter  $\bar{D}$  of Gieren et al. (1998). The diameter variation curve  $\Delta D(\phi)$  is integrated from the radial velocity curve. Only the distance is adjusted by the fitting procedure. The error bars on  $d$  are given as in Table 11.

Star	$\bar{\theta}_{LD1}$ (mas)	$d_1$ (pc)	$\chi_1^2$
X Sgr	$1.461 \pm 0.033_{[0.013 \ 0.031]}$	$326 \pm 18_{[3 \ 7 \ 17]}$	1.36
$\eta$ Aql	$1.839 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$264 \pm 14_{[1 \ 4 \ 14]}$	0.40
W Sgr	$1.312 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$386 \pm 22_{[3 \ 8 \ 21]}$	0.42
$\beta$ Dor	$1.884 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$326 \pm 20_{[3 \ 2 \ 19]}$	0.23
$\zeta$ Gem	$1.718 \pm 0.061_{[0.025 \ 0.056]}$	$366 \pm 25_{[5 \ 12 \ 22]}$	0.88
Y Oph	$1.437 \pm 0.040_{[0.023 \ 0.033]}$	$648 \pm 51_{[10 \ 15 \ 47]}$	0.03
$\ell$ Car	$2.977 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$542 \pm 49_{[1 \ 2 \ 49]}$	0.71

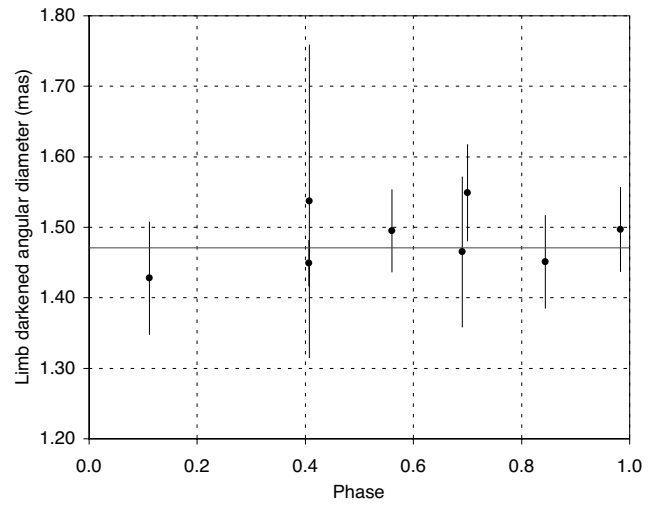
P–R relation. Indeed, this relation has a very good intrinsic precision of the order of 5 to 10% for the period range of our sample. Moreover, it is identical to the law determined by Laney & Stobie (1995). The compatibility with the individual BW diameter estimates is also satisfactory. The linear diameters deduced from this P–R law are mentioned in the “EMPIRICAL P–R” section of Table 10. We assume these linear diameter values in the following.

### 8.3. Angular diameter fitting results

The results of both constant and variable diameter fits for the seven Cepheids of our sample are listed in Tables 11 to 13.  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car gave results for all fitting methods, while X Sgr,  $\zeta$  Gem and Y Oph were limited to order 1 models. For X Sgr, the order 1 fit is less adequate than the

**Table 13. Order 2.** Cepheid average angular diameters and distances determined through the application of the modified BW method. The only input is the diameter variation curve  $\Delta D(\phi)$  derived from the integration of the radial velocity. The distance and average angular diameter are adjusted simultaneously. The statistical and systematic errors on  $d$  are listed separately in brackets.

Star	$\bar{\theta}_{LD2}$ (mas)	$d_2$ (pc)	$\chi_2^2$
$\eta$ Aql	$1.839 \pm 0.028_{[0.009 \ 0.026]}$	$276^{+55}_{-38} [^{55 \ 6}_{38 \ 4}]$	0.43
W Sgr	$1.312 \pm 0.029_{[0.011 \ 0.027]}$	$379^{+216}_{-130} [^{216 \ 11}_{130 \ 7}]$	0.48
$\beta$ Dor	$1.891 \pm 0.024_{[0.014 \ 0.020]}$	$345^{+175}_{-80} [^{175 \ 5}_{80 \ 2}]$	0.25
$\ell$ Car	$2.988 \pm 0.012_{[0.004 \ 0.011]}$	$603^{+24}_{-19} [^{24 \ 3}_{19 \ 2}]$	0.49



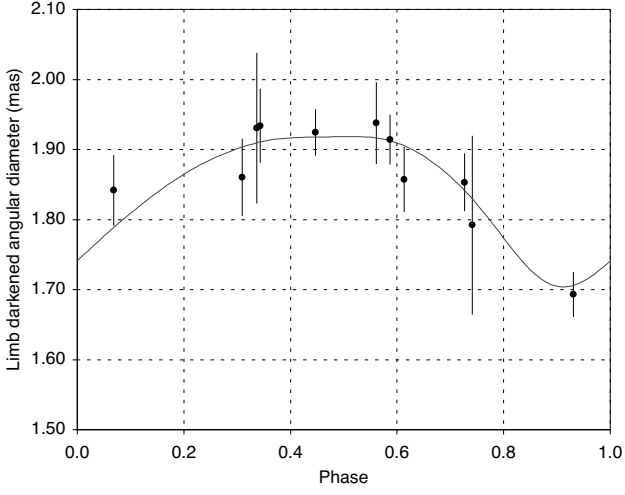
**Fig. 5.** Order 0 model fit for X Sgr.

order 0, considering the quality of our measurements of this star. This is shown by the fact that the  $\chi^2$  is significantly higher for the order 1 fit (1.36) than for the order 0 (0.38).

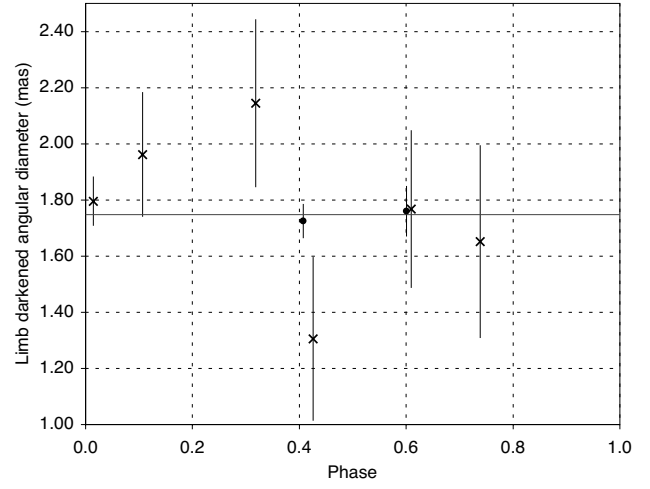
In the case of  $\ell$  Car, the fit of a constant diameter results in a very high  $\chi^2$  value. This means that the average diameters  $\bar{\theta}_{UD0}$  and  $\bar{\theta}_{LD0}$  should not be used for further analysis. The pulsation curve of this star is not sampled uniformly by our interferometric observations, with more values around the maximum diameter. This causes the larger diameter values to have more weight in the average diameter computation, and this produces a significant positive bias. This remark does not apply to the orders 1 and 2 fitting methods.

As a remark, no significant phase shift is detected at a level of  $2.5 \times 10^{-4}$  (14 min of time) between the predicted radius curve of  $\ell$  Car and the observed angular diameter curve. The values of  $P$  and  $T_0$  used for the fit are given in Table 3.

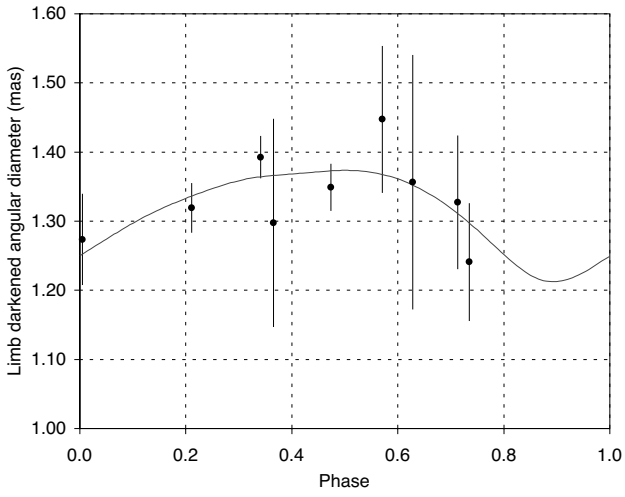
Figures 5 to 11 show the best models for each star, together with the VINCI/VLTI angular diameter measurements for the seven Cepheids of our sample. Figure 12 gives an enlarged view of the maximum diameter of  $\ell$  Car.



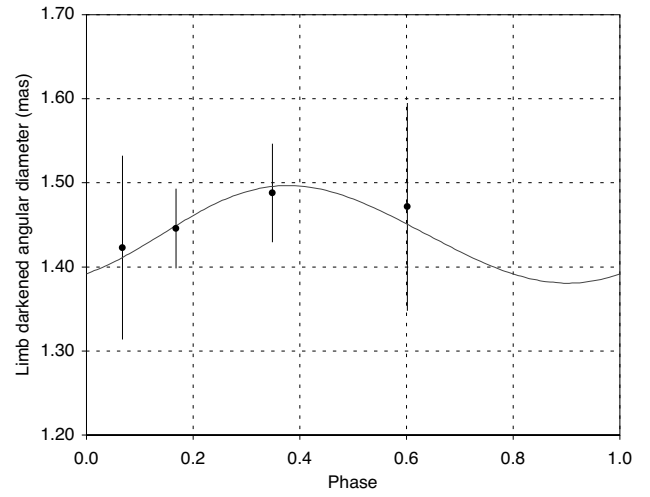
**Fig. 6.** Order 2 model fit for  $\eta$  Aql. The superimposed angular diameter variation curve (thin line) is derived from the integration of the radial velocity curve.



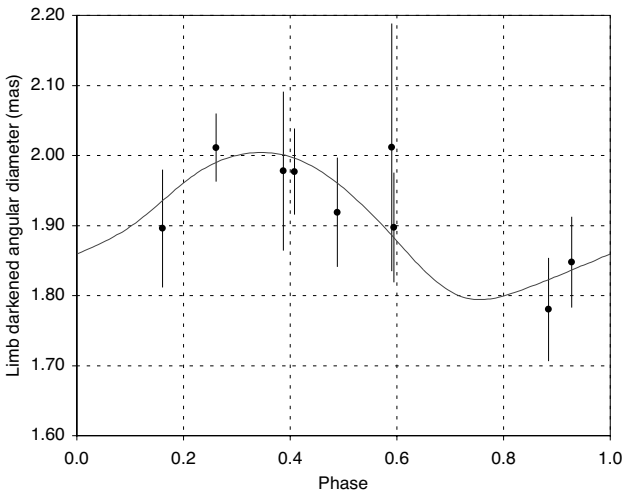
**Fig. 9.** Order 0 model fit for  $\zeta$  Gem. The crosses represent the FLUOR/IOTA data, and the two points are UT1-UT3 observations with VINCI.



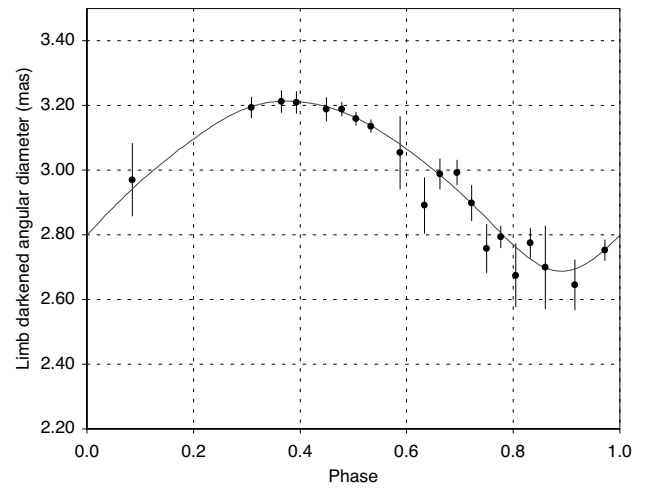
**Fig. 7.** Order 2 model fit for W Sgr.



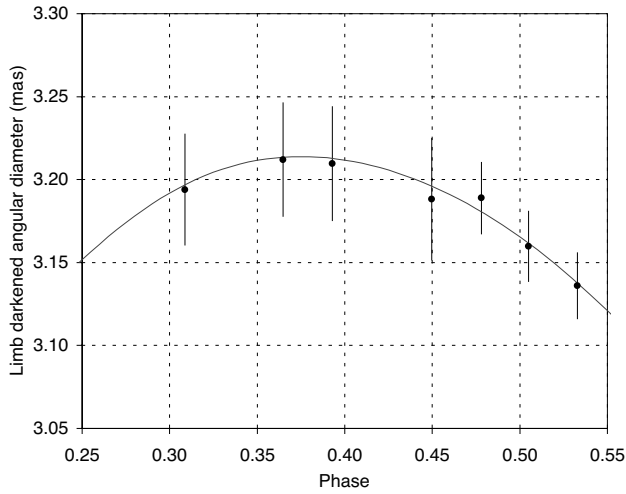
**Fig. 10.** Order 1 model fit for Y Oph.



**Fig. 8.** Order 2 model fit for  $\beta$  Dor.



**Fig. 11.** Order 2 model fit for  $\ell$  Car.



**Fig. 12.** Detail of Fig. 11 showing the angular diameter curve of  $\ell$  Car around the maximum diameter.

## 9. Discussion

### 9.1. Limb darkening of $\eta$ Aql and $\zeta$ Gem

From the NPOI (Armstrong et al. 2001; Nordgren et al. 2000), PTI (Lane et al. 2002) and VINCI/VLTI measurements, we know the average UD angular diameters of  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem at several effective wavelengths with high precision. Table 14 gives the angular diameter values and the corresponding wavelengths. Claret's (2000) linear limb darkening parameters  $u$  were used to compute the expected conversion factors  $\rho = \theta_{LD}/\theta_{UD}$ . To read the  $u$  table, we have considered the closest parameters to the average values for  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem in Table 1, and we computed  $\rho$  using the formula from Hanbury Brown et al. (1974):

$$\rho = \sqrt{\frac{1 - u/3}{1 - 7u/15}}. \quad (10)$$

For the NPOI observation ( $\lambda_{\text{eff}} \approx 0.73 \mu\text{m}$ ), we have chosen an intermediate value of  $u$  between the  $R$  and  $I$  bands.

We note that the value of  $\theta_{LD}$  for  $\eta$  Aql that we derive for the NPOI observation,  $\theta_{LD} = 1.73 \pm 0.04 \text{ mas}$ , is not identical to the LD angular diameter originally given by Armstrong et al. (2001),  $\theta_{LD} = 1.69 \pm 0.04 \text{ mas}$ . There is a  $1\sigma$  difference, that may be due to the different source of limb darkening coefficient that these authors used for their modeling (Van Hamme 1993).

The resulting  $\theta_{LD}$  values for the three observations are compatible at the  $2\sigma$  level, but there is a slight trend that points towards an underestimation of the limb darkening effect at shorter wavelengths, or alternatively its overestimation at longer wavelengths. Considering that the limb darkening is already small in the infrared, the first hypothesis seems more plausible. Marengo et al. (2002, 2003) have shown that the Cepheids limb darkening can be significantly different from stable giant stars, particularly at visible wavelengths. This could explain the observed difference between the  $0.73 \mu\text{m}$  and  $K$  band diameters of  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem, the latter being

**Table 14.** Average UD angular diameter of  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem from the literature, and the associated conversion factor  $\rho = \theta_{LD}/\theta_{UD}$  from the linear limb darkening coefficients of Claret (2000). References: (1) Armstrong et al. (2001) and Nordgren et al. (2000), (2) Lane et al. (2002), (3) this work.

Ref.	$\lambda (\mu\text{m})$	$\theta_{UD} (\text{mas})$	$\rho$	$\theta_{LD} (\text{mas})$
$\eta$ Aql				
(1)	0.73	$1.65 \pm 0.04$	1.048	$1.73 \pm 0.04$
(2)	1.65	$1.73 \pm 0.07$	1.024	$1.77 \pm 0.07$
(3)	2.18	$1.80 \pm 0.03$	1.021	$1.84 \pm 0.03$
$\zeta$ Gem				
(1)	0.73	$1.48 \pm 0.08$	1.051	$1.56 \pm 0.08$
(2)	1.65	$1.61 \pm 0.03$	1.027	$1.65 \pm 0.03$
(3)	2.18	$1.70 \pm 0.06$	1.023	$1.75 \pm 0.06$

probably closer to the true LD diameters, thanks to the lower limb darkening in the infrared.

In the case of  $\eta$  Aql, another explanation could be that the measurement at visible wavelengths is biased by the blue companion of  $\eta$  Aql. However, it is 4.6 mag fainter than the Cepheid in the  $V$  band (Böhm-Vitense & Proffitt 1985, see also Sect. 9.2), and therefore should not contribute significantly to the visibility of the fringes.

### 9.2. Binarity and other effects

As demonstrated by several authors (see Szabados 2003 for a complete database), binarity and multiplicity are common in the Cepheid class. Evans (1992) has observed that 29% of the Cepheids of her sample have detectable companions.

Our sample of Cepheids contains four confirmed binary Cepheids, out of a total of seven stars. As it is biased towards bright and nearby Cepheids, this large fraction is an indication that many Cepheids currently believed to be single could have undetected companions. X Sgr (Szabados 1989b),  $\eta$  Aql (Böhm-Vitense & Proffitt 1985), and W Sgr (Böhm-Vitense & Proffitt 1985; Babel et al. 1989) are confirmed members of binary or multiple systems.  $\zeta$  Gem is a visual binary star (Proust et al. 1981), but the separated companion does not contribute to our observations. Y Oph was once suspected to be a binary (Pel 1978), but Evans (1992) has not confirmed the companion, and has set an upper limit of A0 on its spectral type.

The physical parameters of the companions of  $\eta$  Aql and W Sgr have been derived by Böhm-Vitense & Proffitt (1985) and Evans (1991), based on ultraviolet spectra. The latter has derived spectral types of B9.8V and A0V, respectively. The orbital parameters of the binary W Sgr were computed by Babel et al. (1989) and Albrow & Cottrell (1996). Based on IUE spectra, Evans (1992) has set an upper limit of A0 on the spectral type of the companion of X Sgr.

The difference in  $V$  magnitude between these three Cepheids and their companions is  $\Delta M_V \geq 4.5$ . The  $\Delta M_K$  is even larger due to the blue color of these stars,  $\Delta M_K \geq 5.7$ . Therefore, the effect on our visibility measurements is negligible, with a potential bias of  $\Delta V^2 \leq 0.5\%$ . For example, this translates into a maximum error of  $\pm 11 \mu\text{as}$  on the average

angular diameter of  $\eta$  Aql, (a relative error of  $\pm 0.6\%$ ), that is significantly smaller than our error bars ( $\pm 1.5\%$ ). In the  $K$  band, the effect of the companions of the other Cepheids is also negligible at the precision level of our measurements. However, the presence of companions will have to be considered for future measurements with angular diameter precisions of a few  $\mu\text{as}$ . In this respect, long-period Cepheids, such as  $\ell$  Car, are more reliable, as their intrinsic brightness is larger than the short-period pulsators, and therefore they dominate their potential companions even more strongly.

Fernie et al. (1995b) have found that the amplitude of the light curve of Y Oph has been decreasing for a few decades. A similar behavior has been observed only on Polaris (e.g. Evans et al. 2002). The uncertainty on our  $\theta_{\text{LD}}$  measurements has not allowed us to detect unambiguously the pulsation of this star, but it is clearly an important target for future observations using the Auxiliary Telescopes (1.8 m) of the VLTI in order to estimate its parameters with high precision.

Interestingly, Gieren et al. (1993) have studied the impact of binary Cepheids on their determination of the period-luminosity relation using 100 Cepheids, and they conclude that it is negligible. This is due to the very large intrinsic luminosity of the Cepheids that overshine by several orders of magnitude most of the other types of stars.

## 10. Conclusion and perspectives

We have reported in this paper our long-baseline interferometric observations of seven classical Cepheids using the VINCI/VLTI instrument. For four stars ( $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car), we were able to apply a modified version of the BW method, resulting in an independent estimate of their distance. For all stars, we also derived their distances from lower order fitting methods, that use an a priori estimate of their linear diameter from the P–R relation of Gieren et al. (1998). We would like to emphasize that the order 0/1 and order 2 error bars are different in nature, and they should be treated differently in any further use of these results. While the order 2 error bars can be treated as statistical (i.e. reduced by averaging), the order 0/1 methods errors are dominated by the systematic uncertainty introduced by the a priori estimation of the linear radius. The respective contributions of the statistical and systematic uncertainties are given separately in Tables 11 and 12. These values assume a constant value of the  $p$ -factor of 1.36, and can be scaled linearly for other values.

We will use these distances in Paper II, together with previously published measurements, to calibrate the zero points of the Period-Radius and Period-Luminosity relations. In Paper III, we will calibrate the surface brightness–color relation, with a particular emphasis on the evolution of  $\ell$  Car in this diagram over its pulsation. These three empirical relations are of critical importance for the extragalactic distance scale.

The direct measurement of the limb darkening of nearby Cepheids by interferometry is the next step of the interferometric study of these stars. It will allow a refined modeling of the atmosphere of these stars. This observation will be achieved soon using in particular the long baselines of the VLTI equipped with the AMBER instrument, and the CHARA array

for the northern Cepheids. Another improvement of the interferometric BW method will come from radial velocity measurements in the near infrared (see e.g. Butler & Bell 1997). They will avoid any differential limb darkening between the interferometric and radial velocity measurements, and therefore make the resulting distances more immune to limb darkening uncertainties.

**Acknowledgements.** DB acknowledges support from NSF grant AST-9979812. PK acknowledges support from the European Southern Observatory through a postdoctoral fellowship. Based on observations collected at the European Southern Observatory, Cerro Paranal, Chile, in the framework of ESO shared-risk programme 071.D-0425 and unreferenceed commissioning programme in P70. The VINCI/VLTI public commissioning data reported in this paper have been retrieved from the ESO/ST-ECF Archive (Garching, Germany). This work has made use of the wavelet data processing technique, developed by D. Ségransan (Observatoire de Genève), and embedded in the VINCI pipeline. This research has made use of the SIMBAD database at CDS, Strasbourg (France). We are grateful to the ESO VLTI team, without whose efforts no observation would have been possible.

## References

- Albrow, M. D., & Cottrell, P. L. 1996, MNRAS, 280, 917
- Andrievsky, S. M., Kovtyukh, V. V., Luck, R. E., et al. 2002, A&A, 381, 32
- Armstrong, J. T., Nordgren, T. E., Germain, M. E., et al. 2001, AJ, 121, 476
- Baade, W. 1926, Astron. Nachr., 228, 359
- Babel, J., Burki, G., Mayor, M., et al. 1989, A&A, 216, 125
- Baranne, A., Mayor, M., & Poncet, J. L. 1979, Vist. Astron., 23, 279
- Barnes, T. G., III, Moffett, T. J., & Slovak, M. H. 1987, ApJS, 65, 307
- Barnes, T. G., III, Fernley, J. A., Frueh, M. L., et al. 1997, PASP, 109, 645
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., et al. 2002, AJ, 123, 473
- Berdnikov, L. N., & Turner, D. G. 2001, ApJS, 137, 209
- Bersier, D., Burki, G., Mayor, M., et al. 1994, A&AS, 108, 25
- Bersier, D., & Burki, G. 1996, A&A, 306, 417
- Bersier, D., Burki, G., & Kurucz, R. L. 1997, A&A, 320, 228
- Bersier, D. 2002, ApJS, 140, 465
- Böhm-Vitense, E., & Proffitt, C. 1985, ApJ, 296, 175
- Bordé, P., Coudé du Foresto, V., Chagnon, G. & Perrin, G. 2002, A&A, 393, 183
- Burki, G., Mayor, M., & Benz, W. 1982, A&A, 109, 258
- Butler, R. P., & Bell, R. A. 1997, ApJ, 480, 767
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., Friel, E. D., Ralite, N., & Francois, P. 1997, A&AS, 124, 299
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., & Ralite, N. 2001, A&A, 373, 159
- Claret, A., Diaz-Cordovez, J., & Gimenez, A. 1995, A&AS, 114, 247
- Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081
- Cohen, M., Walker, R. G., Carter, B., et al. 1999, AJ, 117, 1864
- Coudé du Foresto, V., Ridgway, S., & Mariotti, J.-M. 1997, A&AS, 121, 379
- Coudé du Foresto, V., Perrin, G., Ruilier, C., et al. 1998a, SPIE, 3350, 856
- Coudé du Foresto, V. 1998b, ASP Conf. Ser., 152, 309
- Coulson, I. M., & Caldwell, J. A. R. 1985, South African Astron. Observ. Circ., 9, 5

- Davis, J. 1979, *Proc. IAU Coll. 50* (Sydney: Davis & Tango), 1
- Davis, J., Tango, W. J., & Booth, A. J. 2000, *MNRAS*, 318, 387
- Ducati, J. R., Bevilacqua, C. M., Rembold, S. B., & Ribeiro, D. 2001, *ApJ*, 558, 309
- Evans, N. R., & Lyons, R. 1986, *AJ*, 92, 436
- Evans, N. R. 1991, *ApJ*, 372, 597
- Evans, N. R. 1992, *ApJ*, 384, 220
- Evans, N. R., Sasselov, D. D., & Short, C. I. 2002, *ApJ*, 567, 1121
- Farge, M. 1992, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 24, 395
- Fernie, J. D. 1995a, *AJ*, 110, 3010
- Fernie, J. D., Khoshnevisan, M. H., & Seager, S. 1995b, *AJ*, 110, 1326
- Fouqué, P., Storm, J., & Gieren, W. 2003, [*astro-ph/0301291*], *Proc. Standard Candles for the Extragalactic Distance Scale, Concepción, Chile*, 9-11 Dec. 2002
- Freedman, W., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al. 2001, *ApJ*, 553, 47
- Gieren, W. P., Barnes, T. G., III, & Moffett, T. J. 1993, *ApJ*, 418, 135
- Gieren, W. P., Fouqué, P., & Gómez, M. 1998, *ApJ*, 496, 17
- Glindemann, A., Abuter, R., Carbognani, F., et al. 2000, *SPIE*, 4006, 2
- Groenewegen, M. A. T. 1999, *A&AS*, 139, 245
- Hanbury Brown, R., Davis, J., Lake, R. J. W., & Thompson, R. J. 1974, *MNRAS*, 167, 475
- Kervella, P., Coudé du Foresto, V., Glindemann, A., & Hofmann, R. 2000, *SPIE*, 4006, 31
- Kervella, P. 2001a, Ph.D. Thesis, Université Paris 7
- Kervella, P., Coudé du Foresto, V., Perrin, G., et al. 2001b, *A&A*, 367, 876
- Kervella, P., Gitton, Ph., Ségransan, D., et al. 2003a, *SPIE*, 4838, 858
- Kervella, P., Thévenin, F., Ségransan, D., et al. 2003b, *A&A*, 404, 1087
- Kervella, P., Ségransan, D., & Coudé du Foresto, V. 2003c, *A&A*, submitted
- Kiss, L. L., & Szatmáry, K. 1998, *MNRAS*, 300, 616
- Krockenberger, M., Sasselov, D. D., & Noyes, R. W. 1997, *ApJ*, 479, 875
- Kurucz, R. L. 1992, *The Stellar Populations of Galaxies*, *IAU Symp.*, 149, 225
- Lane, B. F., Kuchner, M. J., Boden, A. F., Creech-Eakman, M., & Kulkarni, S. R. 2000, *Nature*, 407, 485
- Lane, B. F., Creech-Eakman, M., & Nordgren, T. E. 2002, *ApJ*, 573, 330
- Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1992, *ASP Conf. Ser.*, 30, 119
- Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1995, *MNRAS*, 274, 337
- Lanoix, P., Paturel, G., & Garnier, R. 1999, *ApJ*, 517, 188
- Marengo, M., Sasselov, D. D., Karovska, M., & Papaliolios, C. 2002, *ApJ*, 567, 1131
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, *ApJ*, 589, 968
- Moffett, T. J., & Barnes, T. J., III 1984, *ApJS*, 55, 389
- Moffett, T. J., & Barnes, T. J., III 1987, *ApJ*, 323, 280
- Mourard, D. 1996, *ESO Workshop Science with the VLTI*, ed. F. Paresce (Garching)
- Mourard, D., Bonneau, D., Koechlin, L., et al. 1997, *A&A*, 317, 789
- Nordgren, T. E., Armstrong, J. T., Germain, M. E., et al. 2000, *ApJ*, 543, 972
- Pel, J. W. 1978, *A&A*, 62, 75
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *The HIPPARCOS Catalogue*, *A&A*, 323, 49
- Petrov, R., Malbet, F., Richichi, A., et al. 2000, *SPIE*, 4006, 68
- Proust, D., Ochsenbein, F., & Pettersen, B. R. 1981, *A&AS*, 44, 179
- Quirrenbach, A., Mozurkewich, D., Busher, D. F., Hummel, C. A., & Armstrong, J. T. 1996, *A&A*, 312, 160
- Ruilier, C. 1999, Ph.D. Thesis, Université Paris 7
- Sabbey, C. N., Sasselov, D. D., Fieldus, M. S., et al. 1995, *ApJ*, 446, 250
- Sachkov, M. E., Rastorguev, A. S., Samus, N. N., & Gorynya, N. A. 1998, *AstL*, 24, 377
- Sasselov, D. D., & Lester, J. B. 1990, *ApJ*, 362, 333
- Sasselov, D. D., & Karovska, M. 1994, *ApJ*, 432, 367
- Ségransan, D., Forveille, T., Millan-Gabet, C. P. R., & Traub, W. A. 1999, *ASP Conf. Ser.*, 194, 290
- Ségransan, D. 2001, Ph.D. Thesis, Grenoble
- Ségransan, D., et al. 2004, in preparation
- Szabados, L. 1989a, *Communications of the Konkoly Observatory Hungary*, 94, 1
- Szabados, L. 1989b, *MNRAS*, 242, 285
- Szabados, L. 2003, *IBVS*, 5394, 1
- see also <http://www.konkoly.hu/CEP/intro.html>
- Taylor, M. M., Albrow, M. D., Booth, A. J., & Cottrell, P. L. 1997, *MNRAS*, 292, 662
- Taylor, M. M., & Booth, A. J. 1998, *MNRAS*, 298, 594
- Turner, D. G., & Burke, J. F. 2002, *AJ*, 124, 2931
- Udalski, A., Szymański, M., Kubiak, M., Pietrzyński, et al. 1999, *Acta Astron.*, 49, 201
- Van Hamme, W. 1993, *AJ*, 106, 2096
- Welch, D. L., Wieland, F., McAlary, C. W., et al. 1984, *ApJS*, 54, 547
- Welch, D. L. 1994, *AJ*, 108, 1421
- Wesselink, A. 1946, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 10, 91
- Wilson, T. D., Carter, M. W., Barnes, T. G., III, van Citters, G. W., Jr., & Moffett, T. J. 1989, *ApJS*, 69, 951
- Wittkowski, M., Hummel, C. A., Johnston, K. J., et al. 2001, *A&A*, 377, 981



P. Kervella et al.: VINCI/VLTI interferometric observations of Cepheids. I., *Online Material p 1*

## Online Material

**Table 3.** VINCI/VLTI angular diameter measurements of X Sgr.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 741.903	B3-M0	138.366	0.560	$1.458 \pm 0.048 \pm 0.032$	$1.495 \pm 0.049 \pm 0.033$	2	0.66	$\chi$ Sco
2 452 742.885	B3-M0	137.432	0.700	$1.511 \pm 0.058 \pm 0.034$	$1.549 \pm 0.059 \pm 0.035$	3	0.52	$\chi$ Sco
2 452 743.897	B3-M0	137.903	0.844	$1.415 \pm 0.055 \pm 0.034$	$1.451 \pm 0.057 \pm 0.035$	3	0.08	$\chi$ Sco
2 452 744.868	B3-M0	139.657	0.983	$1.460 \pm 0.051 \pm 0.029$	$1.497 \pm 0.052 \pm 0.030$	2	0.09	$\chi$ Sco
2 452 747.848	B3-M0	139.530	0.408	$1.499 \pm 0.213 \pm 0.038$	$1.537 \pm 0.219 \pm 0.039$	1	-	$\chi$ Sco
2 452 749.832	B3-M0	139.084	0.691	$1.429 \pm 0.099 \pm 0.034$	$1.465 \pm 0.101 \pm 0.034$	2	0.35	$\chi$ Sco
2 452 766.811	B3-M0	138.853	0.112	$1.393 \pm 0.070 \pm 0.036$	$1.428 \pm 0.071 \pm 0.037$	4	0.09	$\chi$ Sco
2 452 768.877	B3-M0	128.228	0.406	$1.413 \pm 0.016 \pm 0.028$	$1.449 \pm 0.016 \pm 0.029$	6	0.62	$\chi$ Sco

**Table 4.** Angular diameter measurements of  $\eta$  Aql.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 524.564	E0-G1	60.664	0.741	$1.746 \pm 0.100 \pm 0.074$	$1.792 \pm 0.103 \pm 0.076$	3	0.08	70 Aql
2 452 557.546	B3-M0	137.625	0.336	$1.877 \pm 0.098 \pm 0.037$	$1.931 \pm 0.101 \pm 0.038$	1	-	$\epsilon$ Ind
2 452 559.535	B3-M0	138.353	0.614	$1.806 \pm 0.037 \pm 0.027$	$1.857 \pm 0.038 \pm 0.027$	1	-	7 Aqr, $\epsilon$ Ind
2 452 564.532	B3-M0	136.839	0.310	$1.809 \pm 0.043 \pm 0.031$	$1.860 \pm 0.045 \pm 0.032$	3	0.42	7 Aqr, $\epsilon$ Ind
2 452 565.516	B3-M0	138.495	0.447	$1.871 \pm 0.017 \pm 0.027$	$1.924 \pm 0.017 \pm 0.028$	3	0.13	7 Aqr
2 452 566.519	B3-M0	137.845	0.587	$1.861 \pm 0.023 \pm 0.026$	$1.914 \pm 0.024 \pm 0.026$	5	0.23	7 Aqr
2 452 567.523	B3-M0	137.011	0.727	$1.802 \pm 0.027 \pm 0.030$	$1.853 \pm 0.028 \pm 0.030$	2	0.62	7 Aqr
2 452 573.511	B3-M0	136.303	0.561	$1.884 \pm 0.053 \pm 0.022$	$1.938 \pm 0.054 \pm 0.022$	1	-	$\lambda$ Gru, HR 8685
2 452 769.937	B3-M0	139.632	0.931	$1.647 \pm 0.026 \pm 0.018$	$1.693 \pm 0.026 \pm 0.018$	3	0.06	$\chi$ Sco
2 452 770.922	B3-M0	139.400	0.068	$1.791 \pm 0.041 \pm 0.027$	$1.842 \pm 0.042 \pm 0.028$	3	0.15	$\chi$ Sco
2 452 772.899	B3-M0	138.188	0.343	$1.880 \pm 0.044 \pm 0.026$	$1.934 \pm 0.046 \pm 0.027$	3	0.16	7 Aqr

**Table 5.** Angular diameter measurements of W Sgr.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 743.837	B3-M0	137.574	0.571	$1.408 \pm 0.096 \pm 0.038$	$1.447 \pm 0.099 \pm 0.039$	1	-	$\chi$ Sco
2 452 744.915	B3-M0	137.166	0.713	$1.292 \pm 0.088 \pm 0.034$	$1.327 \pm 0.090 \pm 0.035$	2	0.04	$\chi$ Sco
2 452 749.868	B3-M0	139.632	0.365	$1.262 \pm 0.141 \pm 0.040$	$1.297 \pm 0.145 \pm 0.041$	1	-	$\chi$ Sco
2 452 751.866	B3-M0	139.538	0.628	$1.320 \pm 0.174 \pm 0.041$	$1.357 \pm 0.179 \pm 0.042$	1	-	$\chi$ Sco
2 452 763.888	B3-M0	131.830	0.211	$1.284 \pm 0.019 \pm 0.029$	$1.319 \pm 0.020 \pm 0.030$	4	0.73	$\chi$ Sco
2 452 764.856	B3-M0	135.926	0.339	$1.355 \pm 0.021 \pm 0.021$	$1.393 \pm 0.021 \pm 0.022$	4	0.76	$\chi$ Sco
2 452 765.880	B3-M0	132.679	0.473	$1.313 \pm 0.022 \pm 0.025$	$1.349 \pm 0.023 \pm 0.026$	4	1.43	$\chi$ Sco
2 452 767.867	B3-M0	132.637	0.735	$1.208 \pm 0.073 \pm 0.039$	$1.241 \pm 0.075 \pm 0.040$	3	0.01	$\chi$ Sco
2 452 769.914	B3-M0	120.648	0.005	$1.240 \pm 0.055 \pm 0.034$	$1.274 \pm 0.056 \pm 0.035$	2	0.33	$\chi$ Sco

**Table 6.** Angular diameter measurements of  $\beta$  Dor.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 215.795	U1-U3	89.058	0.161	$1.842 \pm 0.036 \pm 0.074$	$1.896 \pm 0.036 \pm 0.074$	3	0.03	$\chi$ Phe, $\gamma^2$ Vol
2 452 216.785	U1-U3	89.651	0.261	$1.954 \pm 0.026 \pm 0.040$	$2.011 \pm 0.026 \pm 0.040$	7	0.10	$\gamma^2$ Vol
2 452 247.761	U1-U3	83.409	0.408	$1.921 \pm 0.045 \pm 0.039$	$1.977 \pm 0.045 \pm 0.039$	5	0.40	$\epsilon$ Ret
2 452 308.645	U1-U3	75.902	0.594	$1.844 \pm 0.027 \pm 0.071$	$1.897 \pm 0.027 \pm 0.071$	5	1.01	HD 63697
2 452 567.827	B3-M0	134.203	0.927	$1.793 \pm 0.039 \pm 0.049$	$1.848 \pm 0.039 \pm 0.049$	1	-	HR 2549
2 452 744.564	B3-M0	89.028	0.884	$1.730 \pm 0.064 \pm 0.032$	$1.780 \pm 0.064 \pm 0.032$	2	0.09	HR 3046, 4831
2 452 749.514	B3-M0	98.176	0.387	$1.921 \pm 0.106 \pm 0.029$	$1.978 \pm 0.106 \pm 0.029$	3	0.11	HR 3046
2 452 750.511	B3-M0	98.189	0.488	$1.864 \pm 0.065 \pm 0.039$	$1.919 \pm 0.065 \pm 0.039$	2	0.24	HR 3046
2 452 751.519	B3-M0	95.579	0.591	$1.954 \pm 0.169 \pm 0.030$	$2.012 \pm 0.169 \pm 0.030$	3	0.03	HR 3046

P. Kervella et al.: VINCI/VLTI interferometric observations of Cepheids. I., *Online Material p 3***ble 7.** VINCI/VLTI and FLUOR/IOTA angular diameter measurements of  $\zeta$  Gem. No systematic calibration error is given for FLUOR/IOTA values (negligible compared to the statistical uncertainty). The baseline is given for the VINCI/VLTI observations (in m), while the spatial frequency (in *italic*) is listed for the measurements obtained with FLUOR, expressed in cycles/arcsec.

JD	Stations	B, <i>SF</i>	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 214.879	U1-U3	82.423	0.408	$1.677 \pm 0.030 \pm 0.051$	$1.725 \pm 0.031 \pm 0.052$	8	0.25	39 Eri
2 452 216.836	U1-U3	72.837	0.600	$1.712 \pm 0.057 \pm 0.067$	$1.760 \pm 0.058 \pm 0.069$	6	0.28	39 Eri, $\gamma^2$ Vol
2 451 527.972	IOTA-38m	<i>84.870</i>	0.739	$1.606 \pm 0.334$	$1.651 \pm 0.343$	1	-	HD 49968
2 451 601.828	IOTA-38m	<i>83.917</i>	0.014	$1.709 \pm 0.086$	$1.795 \pm 0.088$	3	0.02	HD 49968
2 451 259.779	IOTA-38m	<i>83.760</i>	0.318	$2.040 \pm 0.291$	$2.144 \pm 0.299$	1	-	HD 49968
2 451 262.740	IOTA-38m	<i>84.015</i>	0.610	$1.692 \pm 0.273$	$1.767 \pm 0.281$	2	0.13	HD 49968
2 451 595.863	IOTA-38m	<i>83.790</i>	0.427	$1.391 \pm 0.284$	$1.306 \pm 0.292$	2	1.72	HD 49968
2 451 602.764	IOTA-38m	<i>85.010</i>	0.107	$1.867 \pm 0.216$	$1.962 \pm 0.222$	2	0.02	HD 49968

**ble 8.** Angular diameter measurements of Y Oph.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators
2 452 742.906	B3-M0	139.569	0.601	$1.427 \pm 0.115 \pm 0.034$	$1.472 \pm 0.119 \pm 0.035$	2	0.10	$\chi$ Sco
2 452 750.884	B3-M0	139.057	0.067	$1.380 \pm 0.100 \pm 0.034$	$1.423 \pm 0.103 \pm 0.035$	2	0.41	$\chi$ Sco
2 452 772.831	B3-M0	139.657	0.349	$1.443 \pm 0.051 \pm 0.025$	$1.488 \pm 0.053 \pm 0.026$	3	0.22	$\chi$ Sco
2 452 782.186	B3-M0	129.518	0.168	$1.402 \pm 0.027 \pm 0.037$	$1.445 \pm 0.028 \pm 0.038$	4	0.30	$\chi$ Sco

**ble 9.** Angular diameter measurements of  $\ell$  Car.

JD	Stations	Baseline (m)	Phase	$\theta_{UD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$\theta_{LD}$ (mas) $\pm$ stat. $\pm$ syst.	$N$	$\chi^2_{red}$	Calibrators HR
2 452 453.498	E0-G1	61.069	0.587	$2.958 \pm 0.039 \pm 0.102$	$3.054 \pm 0.041 \pm 0.105$	4	0.01	4050
2 452 739.564	B3-M0	130.468	0.634	$2.786 \pm 0.073 \pm 0.042$	$2.891 \pm 0.076 \pm 0.043$	2	0.03	4526
2 452 740.569	B3-M0	128.821	0.662	$2.879 \pm 0.017 \pm 0.042$	$2.989 \pm 0.018 \pm 0.044$	7	0.77	4526
2 452 741.717	B3-M0	96.477	0.694	$2.893 \pm 0.025 \pm 0.028$	$2.993 \pm 0.026 \pm 0.029$	5	0.28	4526
2 452 742.712	B3-M0	99.848	0.722	$2.801 \pm 0.034 \pm 0.042$	$2.899 \pm 0.035 \pm 0.043$	5	0.09	4526
2 452 743.698	B3-M0	99.755	0.750	$2.667 \pm 0.071 \pm 0.015$	$2.758 \pm 0.074 \pm 0.016$	2	0.08	4831
2 452 744.634	B3-M0	114.981	0.776	$2.698 \pm 0.031 \pm 0.012$	$2.794 \pm 0.032 \pm 0.013$	6	0.73	4831
2 452 745.629	B3-M0	115.791	0.804	$2.584 \pm 0.094 \pm 0.017$	$2.675 \pm 0.097 \pm 0.017$	2	0.01	3046, 4546, 4831
2 452 746.620	B3-M0	116.828	0.832	$2.679 \pm 0.023 \pm 0.039$	$2.775 \pm 0.023 \pm 0.040$	5	0.65	3046, 4546
2 452 747.599	B3-M0	120.812	0.860	$2.606 \pm 0.122 \pm 0.025$	$2.699 \pm 0.127 \pm 0.026$	3	0.70	4546, 4831
2 452 749.576	B3-M0	124.046	0.915	$2.553 \pm 0.075 \pm 0.011$	$2.645 \pm 0.077 \pm 0.012$	4	1.18	4546
2 452 751.579	B3-M0	122.555	0.971	$2.657 \pm 0.027 \pm 0.017$	$2.753 \pm 0.028 \pm 0.017$	4	1.16	3046, 4831
2 452 755.617	B3-M0	112.185	0.085	$2.867 \pm 0.109 \pm 0.013$	$2.970 \pm 0.113 \pm 0.013$	1	-	4831
2 452 763.555	B3-M0	120.632	0.308	$3.077 \pm 0.008 \pm 0.031$	$3.194 \pm 0.009 \pm 0.033$	6	1.02	4546
2 452 765.555	B3-M0	119.629	0.365	$3.094 \pm 0.011 \pm 0.031$	$3.212 \pm 0.011 \pm 0.033$	6	1.19	4546
2 452 766.550	B3-M0	120.005	0.393	$3.092 \pm 0.011 \pm 0.032$	$3.210 \pm 0.011 \pm 0.033$	7	0.99	4546
2 452 768.566	B3-M0	115.135	0.450	$3.075 \pm 0.010 \pm 0.034$	$3.188 \pm 0.011 \pm 0.035$	7	0.46	4546
2 452 769.575	B3-M0	113.082	0.478	$3.075 \pm 0.018 \pm 0.011$	$3.189 \pm 0.018 \pm 0.012$	3	0.03	3046, 4831
2 452 770.535	B3-M0	121.152	0.505	$3.044 \pm 0.019 \pm 0.009$	$3.160 \pm 0.020 \pm 0.009$	2	0.20	3046, 4831
2 452 771.528	B3-M0	122.014	0.533	$3.021 \pm 0.017 \pm 0.010$	$3.136 \pm 0.017 \pm 0.010$	3	0.88	4831

**Table 10.** Published linear diameter estimates, expressed in  $D_{\odot}$ .

	X Sgr	$\eta$ Aql	W Sgr	$\beta$ Dor	$\zeta$ Gem	Y Oph	$\ell$ Car
<b>INTERFEROMETRY</b>							
Kervella et al. (2001b)*					$63^{+35}_{-19}$		
Lane et al. (2002)		$61.8 \pm 7.6$			$66.7 \pm 7.2$		
Nordgren et al. (2000)*		$69^{+28}_{-15}$			$60^{+25}_{-14}$		
<b>BAADE-WESSELINK</b>							
Bersier et al. (1997)			$56.0 \pm 2.9$		$89.5 \pm 13.3$		
Fouqué et al. (2003)		$48.1 \pm 1.1$					$201.7 \pm 3.0$
Krockenberger et al. (1997)			$56.8 \pm 2.3$		$69.1^{+5.5}_{-4.8}$		
Laney & Stobie (1995)				$63.5 \pm 1.8$		$92.2 \pm 3.2$	$180.1 \pm 4.5$
Moffett & Barnes (1987) <sup>a</sup>	$47.8 \pm 4.5$	$52.8 \pm 3.8$	$60.8 \pm 7.6$		$62.6 \pm 11.5$		
Moffett & Barnes (1987) <sup>b</sup>	$49.6 \pm 4.6$	$54.8 \pm 3.9$	$63.1 \pm 7.8$		$64.9 \pm 11.9$		
Sabbey et al. (1995) <sup>c</sup>	$42.2 \pm 4.1$	$62.7 \pm 3.1$			$61.8 \pm 3.5$		
Sabbey et al. (1995) <sup>d</sup>	$66.6 \pm 4.9$	$65.8 \pm 3.2$			$64.4 \pm 3.6$		
Sachkov et al. (1998)					$74 \pm 10$		
Taylor et al. (1997)							$179.2 \pm 10.4$
Taylor & Booth (1998)				$67.8 \pm 0.7$			
Turner & Burke (2002)		$52.6 \pm 8.9$		$53.8 \pm 1.9$			
Sasselov & Lester (1990)	$67 \pm 6$	$62 \pm 6$					
<b>MEAN B–W (overall <math>\sigma</math>)</b>	<b>52.5 (11.4)</b>	<b>59.9 (5.7)</b>	<b>57.0 (3.4)</b>	<b>65.8 (7.2)</b>	<b>65.3 (9.8)</b>	<b>92.2 (-)</b>	<b>180 (-)</b>
<b>EMPIRICAL P–R</b>							
Gieren et al. (1998)	$51.2 \pm 2.6$	$52.1 \pm 2.7$	$54.4 \pm 2.9$	$66.0 \pm 3.9$	$67.6 \pm 4.0$	$100.1 \pm 7.3$	$173.1 \pm 15.8$

\*  $\zeta$  Gem values were derived from Kervella et al. (2001b) and Nordgren et al. (2000) using the HIPPARCOS parallaxes.  $\eta$  Aql was taken from Nordgren et al. (2000)<sup>a</sup> Assuming a constant  $p$ -factor.<sup>b</sup> Assuming a variable  $p$ -factor.<sup>c</sup> Bisector method.<sup>d</sup> Parabolic fit method.

## 2.3 Calibration des relations Période-Rayon, Période-Luminosité et “Brillance de Surface”

Les observations VINCI nous ont permis de déterminer la distance de sept Céphéides galactiques avec une bonne précision. Plusieurs types de distances ont été calculés selon la qualité des observations (ordre 0, 1 et 2). Une calibration des relations Période-Rayon (P-R), Période-Luminosité (P-L), et brillance de surface (B-S) est donc envisageable. La relation P-R est en effet très importante pour contraindre les modèles d'étoiles pulsantes (Alibert et al. (1999)). Et, comme indiqué en introduction, les relations P-L et B-S sont fondamentales pour les déterminations de distances extragalactiques. Trois articles A&A sont ainsi présentés de manière synthétique dans cette section. Le premier concerne la calibration des relations P-L et P-R. Le deuxième correspond à une calibration de la relation B-S, et le troisième, s'attache à comparer les diamètres angulaires VINCI de  $\ell$  Car avec une estimation photométrique de ces mêmes diamètres d'après la relation B-S de Fouqué & Gieren (1997). Pour chaque article, je donne la méthode utilisée et les principaux résultats. Pour plus de détails, les articles peuvent être consultés en annexe.

### Calibration de la relation Période-Rayon

Pour calibrer la relation P-R, il nous faut les périodes de pulsation et une estimation du rayon moyen. En ce qui concerne les périodes, elles sont généralement bien connues. Les rayons, quant à eux, peuvent être déduits des diamètres angulaires moyens des étoiles et de leur distance.

Pour les estimations de diamètres angulaires moyens, on dispose des résultats des ordres 0, 1, et 2. C'est le meilleur ajustement parmi les trois ordres qui est considéré, avec une préférence pour les ordres élevés. A cela, on peut rajouter les estimations de diamètres angulaires réalisées par d'autres auteurs sur d'autres interféromètres (Mourard et al. (1997), Nordgren et al. (2000), Lane et al. (2002), Mozurkewich et al. (1991)). Une valeur moyenne du diamètre angulaire est ainsi calculée pour toutes les étoiles.

Concernant les distances, les résultats associés aux ordres 0 et 1 sont à exclure car ils reposent sur une connaissance *a priori* du rayon de l'étoile déduit des relations P-R préexistantes. En d'autres termes, s'il existe un biais sur le rayon de l'étoile, celui-ci se retranscrit directement sur la distance. Il n'est donc pas possible d'utiliser à nouveau cette distance pour calibrer une relation P-R interférométrique. Il faut comprendre par ailleurs qu'un biais sur le rayon n'implique une erreur que sur la distance, le diamètre angulaire obtenu dans le cas des ordres 0 et 1, n'est quant à lui pas modifié. C'est pourquoi, on peut utiliser ces estimations de diamètres pour la calibration de la relation P-R. Les distances utilisées dans cet article ont ainsi trois provenances. On peut considérer les résultats de l'ordre 2, les mesures de parallaxes Hipparcos (Perryman et al. 1997), et on dispose par ailleurs, grâce aux mesures de parallaxes du HST, d'une estimation de la distance de  $\delta$  Cep très précise (Benedict et al. 2002). Cette étoile a donc été rajoutée à notre échantillon.

Les valeurs des diamètres angulaires et des distances utilisées pour la calibration de la relation P-R sont indiquées dans la table 2.2.

On dispose ainsi pour chaque étoile de la période et d'une estimation géométrique de son rayon. On ajuste alors sur ces points la relation P-R exprimée de la manière suivante :

$$\log R = a \log P + b \quad (2.39)$$

TAB. 2.2 – La période et le rayon moyen de 8 Céphéides.

Les moyennes pondérées des diamètres angulaires interférométriques moyens  $\overline{\theta_{LD}}$  et les distances  $d$  des Céphéides observées avec l’instrument VINCI (caractères en gras) sont indiquées. Ces valeurs ont été utilisées pour calculer les rayons linéaires indiqués dans l’avant dernière colonne. Les mesures individuelles pour le calcul de ces moyennes sont également indiquées pour chaque étoile. Les références sont : (1) Mourard et al. (1997), (2) Nordgren et al. (2000), (3) Lane et al. (2002), (4) Mozurkewich et al. (1991), (5) ordre 2 de l’étude VINCI, (6) Benedict et al. (2002), (7) Perryman et al. (1997).

Star	$P$ (d)	$\log P$	Ref. $\theta_{LD}$	$\overline{\theta_{LD}}$ (mas)	Ref. $d$	$d$ (pc)	$R$ ( $R_{\odot}$ )	$\log R$
$\delta$ Cep	5.3663	0.7297		<b><math>1.521 \pm 0.010</math></b>		<b><math>274^{+12}_{-11}</math></b>	<b><math>44.8^{+1.9}_{-1.8}</math></b>	<b><math>1.651^{+0.018}_{-0.018}</math></b>
			(1)	$1.60 \pm 0.12$				
			(2)	$1.52 \pm 0.01$				
					(6)	$273^{+12}_{-11}$		
X Sgr	7.0131	0.8459			(7)	$301^{+64}_{-45}$		
			(5)	<b><math>1.471 \pm 0.033</math></b>		<b><math>330^{+148}_{-78}</math></b>	<b><math>52.2^{+23}_{-12}</math></b>	<b><math>1.717^{+0.161}_{-0.118}</math></b>
$\eta$ Aql	7.1768	0.8559		<b><math>1.471 \pm 0.033</math></b>	(7)	$330^{+148}_{-78}$		
			(2)	$1.69 \pm 0.04$		<b><math>308^{+27}_{-24}</math></b>	<b><math>59.3^{+5.3}_{-4.6}</math></b>	<b><math>1.773^{+0.037}_{-0.035}</math></b>
			(3)	$1.793 \pm 0.070$	(3)	$320^{+32}_{-32}$		
			(5)	$1.839 \pm 0.028$	(5)	$276^{+55}_{-38}$		
					(7)	$360^{+175}_{-89}$		
W Sgr	7.5949	0.8805		<b><math>1.312 \pm 0.029</math></b>		<b><math>400^{+210}_{-114}</math></b>	<b><math>56.4^{+30}_{-16}</math></b>	<b><math>1.751^{+0.184}_{-0.146}</math></b>
			(5)	$1.312 \pm 0.029$	(5)	$379^{+216}_{-130}$		
$\beta$ Dor	9.8424	0.9931			(7)	$637^{+926}_{-237}$		
			(5)	<b><math>1.884 \pm 0.024</math></b>		<b><math>323^{+68}_{-42}</math></b>	<b><math>65.4^{+14}_{-8.6}</math></b>	<b><math>1.816^{+0.083}_{-0.061}</math></b>
				$1.884 \pm 0.024$	(5)	$345^{+175}_{-80}$		
$\zeta$ Gem	10.1501	1.0065			(7)	$318^{+74}_{-50}$		
				<b><math>1.688 \pm 0.022</math></b>		<b><math>362^{+37}_{-34}</math></b>	<b><math>65.6^{+6.7}_{-6.3}</math></b>	<b><math>1.817^{+0.042}_{-0.044}</math></b>
			(2)	$1.55 \pm 0.09$				
			(3)	$1.675 \pm 0.029$	(3)	$362^{+38}_{-38}$		
			(4)	$1.73 \pm 0.05$				
Y Oph	17.1269	1.2337	(5)	$1.747 \pm 0.061$				
					(7)	$358^{+147}_{-81}$		
				<b><math>1.438 \pm 0.051</math></b>		<b><math>877^{+2100}_{-360}</math></b>	<b><math>136^{+325}_{-56}</math></b>	<b><math>2.132^{+0.531}_{-0.231}</math></b>
$\ell$ Car	35.5513	1.5509		$1.438 \pm 0.051$	(7)	$877^{+2100}_{-360}$		
			(5)	<b><math>2.988 \pm 0.012</math></b>		<b><math>597^{+24}_{-19}</math></b>	<b><math>191.2^{+7.6}_{-6.0}</math></b>	<b><math>2.281^{+0.017}_{-0.014}</math></b>
				$2.988 \pm 0.012$	(5)	$603^{+24}_{-19}$		
					(7)	$463^{+129}_{-83}$		

où  $a$  est la pente et  $b$  le point-zéro. En fixant la pente  $a$ , à partir des résultats de Gieren et al. (1998) sur les Céphéides du LMC on obtient :

$$\log R = 0.750 [\pm 0.024] \log P + 1.105 [\pm 0.017 \pm 0.023] \quad (2.40)$$

Si les paramètres ( $a$  et  $b$ ) sont laissés libres, on obtient la relation :

$$\log R = 0.767 \pm [0.009] \log P + 1.091 \pm [0.011] \quad (2.41)$$

Les courbes obtenues sont représentées sur la Fig. 2.5. Cette relation est seulement à  $1\sigma$  des résultats de Gieren et al. (1998). On confirme ainsi leur résultat, au moyen d'une méthode géométrique, à un niveau de  $\Delta \log R = 0.02$ .

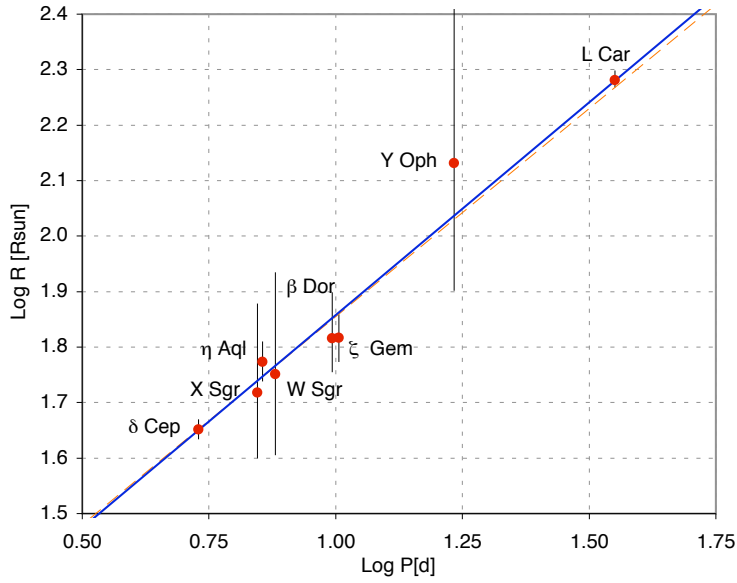


FIG. 2.5 – Calibration de la relation Période-Rayon des Céphéides avec VINCI

Le trait fin en pointillés représente le meilleur ajustement en considérant la valeur de la pente de Gieren et al. (1998). Le trait plein correspond au meilleur ajustement, lorsque la pente et le point-zéro sont laissés libres :  $\log R = 0.767 [\pm 0.009] \log P + 1.091 [\pm 0.011]$ .

### Calibration de la relation Période-Luminosité

Nous avons calibré la relation Période-luminosité en bande V et en bande K. Ces relations s'expriment de la manière suivante :

$$M_V = \alpha_V (\log P - 1) + \beta_V \quad (2.42)$$

$$M_K = \alpha_K (\log P - 1) + \beta_K \quad (2.43)$$

TAB. 2.3 – Les magnitudes absolues des Céphéides

Magnitude absolue des Céphéides déterminée uniquement à partir de la méthode de la parallaxe de pulsation, à l’exception de  $\delta$  Cep, dont la parallaxe a été mesurée par Benedict et al. (2002). Les barres d’erreur indiquées correspondent aux bandes  $K$  et  $V$  simultanément. La période des Céphéides est indiquée dans la table 2.2. References : (1) Lane et al. (2002), (2) Benedict et al. (2002), (3) Paper I.

Star	Ref.	$d$	$\pm\sigma$	$M_K$	$M_V$	$\pm\sigma$
$\delta$ Cep	(2)	273	$^{+12}_{-11}$	-4.90	-3.49	$^{+0.09}_{-0.09}$
$\eta$ Aql	(1)	320	$^{+32}_{-32}$	-5.60	-4.08	$^{+0.23}_{-0.21}$
$\eta$ Aql	(3)	276	$^{+55}_{-38}$	-5.28	-3.76	$^{+0.32}_{-0.39}$
W Sgr	(3)	379	$^{+216}_{-130}$	-5.10	-3.56	$^{+0.91}_{-0.98}$
$\beta$ Dor	(3)	345	$^{+175}_{-80}$	-5.74	-4.10	$^{+0.57}_{-0.89}$
$\zeta$ Gem	(1)	362	$^{+38}_{-38}$	-5.69	-3.92	$^{+0.24}_{-0.22}$
$\ell$ Car	(3)	603	$^{+24}_{-19}$	-7.86	-5.72	$^{+0.07}_{-0.08}$

La calibration nécessite donc les magnitudes absolues  $M_V$  et  $M_K$ . Celles-ci sont déduites des estimations de distances, en prenant bien sûr en compte l’extinction interstellaire  $A_\lambda$  grâce aux formules de Fouqué et al. (2003) :

$$A_\lambda = R_\lambda E_{B-V} \quad (2.44)$$

$$R_V = 3.07 + 0.28(B - V)_0 + 0.04E_{B-V} \quad (2.45)$$

$$R_K = \frac{R_V}{11} \simeq 0.279 \quad (2.46)$$

Nous avons considéré toutes les distances obtenues avec la méthode de la parallaxe de pulsation (ordre 2) disponibles dans la littérature :  $\ell$  Car (VINCI),  $\beta$  Dor (VINCI),  $\eta$  Aql (VINCI; Lane et al. 2002), W Sgr (VINCI) et  $\zeta$  Gem (Lane et al. 2002). A cela, nous avons rajouté les mesures HST obtenues sur  $\delta$  Cep (Benedict et al. (2002)). Les distances ainsi que les magnitudes absolues considérées sont indiquées dans le tableau 2.3

Nous avons considéré pour la pente de la relation P-L, l’estimation réalisée par Gieren et al. 1998 à partir des Céphéides du LMC :  $\alpha_K = -3.267 \pm 0.042$  et  $\alpha_V = -2.769 \pm 0.073$ . L’effet de métallicité sur la valeur de la pente est négligeable à ce niveau de précision. On obtient ainsi par exemple, pour la bande K et pour la bande V, les résultats suivants sur le point-zéro de la relation P-L (voir figure 2.3) :

$$\beta_K = -5.904 \pm 0.063 \quad (2.47)$$

$$\beta_V = -4.209 \pm 0.075 \quad (2.48)$$



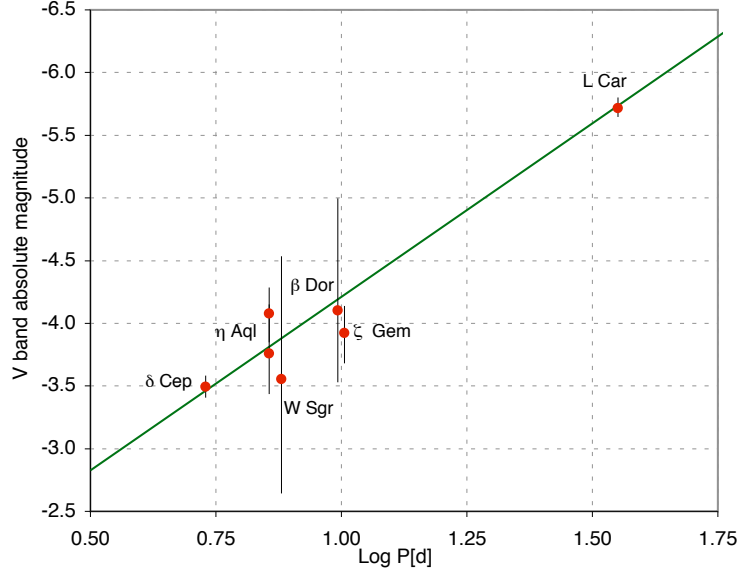


FIG. 2.6 – Calibration de la relation Période-Luminosité des Céphéides avec VINCI

La droite représentée correspond au meilleur ajustement. Le seul paramètre libre est le point-zéro de la relation. La pente, correspondant à l'étude de Gieren et al. (1998) sur les Céphéides du LMC, est fixée.

La précision obtenue est donc d'environ 0.08 magnitude, soit de l'ordre de grandeur des études précédentes menées dans ce domaine. Cependant notre estimation est géométrique. De plus, il faut tout de même garder à l'esprit que nous ne disposons pour le moment que de 8 étoiles. Ces résultats intermédiaires sont donc encourageants pour le survey AMBER à venir.

### Calibration de la relation “Brillance de Surface”

La relation brillance de surface des Céphéides est une relation très intéressante pour la détermination des distances extragalactiques. Elle s'appuie simplement sur le fait que les étoiles sont de bons corps noirs et qu'il existe une relation de conservation entre le flux surfacique dans une bande spectrale donnée et la couleur de l'étoile. D'après la formule de Stephen, le flux bolométrique  $L$  est relié à la température effective de l'étoile  $T_{eff}$  par :

$$L \propto R^2 T_{eff}^4 \quad (2.49)$$

où  $R$  est le rayon bolométrique de l'étoile. Ainsi le logarithme du flux surfacique  $F$  défini par  $F = \log \frac{L}{R^2}$  est directement lié à la température effective de l'étoile et donc à sa couleur. En considérant, par exemple, deux bandes X et Y quelconques, il existe une relation de la forme :

$$F_X = a(X - Y)_0 + b \quad (2.50)$$

Or, d'après Fouqué & Gieren (1997), le flux surfacique, dans une bande spectrale donnée  $F_X$  peut être facilement relié à la magnitude apparente de l'étoile  $m_X$  et à son diamètre angulaire :

$$F_X = 4.2207 - 0.1m_X - 0.5\log(\theta_{LD}) \quad (2.51)$$

Ainsi, les mesures interférométriques VINCI permettent de calculer très facilement pour chaque phase de pulsation de chaque étoile la brillance de surface. Les magnitudes (X et Y) aux phases de pulsation considérées, sont quant à elles déduites de courbes photométriques au moyen d’une interpolation. Nous sommes donc en mesure de calibrer la relation brillance de surface. A l’inverse, une fois calibrée, cette relation permet d’avoir une estimation photométrique du diamètre angulaire de la Céphéide en fonction de la phase. Combinée à une estimation spectrométrique du rayon de l’étoile *via* le facteur de projection, il est alors possible de déterminer la distance de l’étoile. Ainsi, cette relation, au même titre que la relation P-L, est cruciale pour la détermination des distances extragalactiques.

Nous avons ainsi considéré toutes les combinaisons possibles parmi les couleurs V, R, I, J, H et K. Pour chaque bande, une estimation de l’extinction aussi précise que possible est tirée des travaux de Fouqué et al. (2003), Hindsley & Bell (1989), ainsi que Fernie (1990,1995). Le rougissement constitue effectivement une des principales source d’erreur de cette méthode. Cependant, la méthode s’est largement améliorée depuis l’introduction de l’infrarouge proche dans les relations (Welch 1994; Fouqué et al. (1997)). Cette dernière étude est essentiellement basée sur des estimations de diamètres angulaires obtenues sur des géantes ou supergéantes dont les couleurs encadrent celles des Céphéides. Lorsque l’on applique cette relation aux Céphéides, on suppose donc qu’elle reste valide pour des étoiles pulsantes. L’étude présentée ici, basée uniquement sur des Céphéides, permet de contrôler cette hypothèse.

Nous obtenons ainsi à titre d’exemple une relation (V,V-K) calibrée du type :

$$F_V(V - K) = -0.1336 \pm 0.0008 (V - K) + 3.9530 \pm 0.0006.$$

Ce résultat est cohérent à  $2\sigma$  près avec l’étude de Fouqué & Gieren (1997) basée sur des géantes et supergéantes. Pour une discussion détaillée des résultats dans toutes les bandes, j’invite le lecteur à consulter l’article présenté en annexe. La figure 2.7 présente la qualité des ajustements pour différentes bandes spectrales.

### Diamètres interférométriques vs. diamètres photométriques

Une relation brillance de surface largement utilisée dans la littérature est la formule de Fouqué et al. (1997) :

$$F_{V_0} = (3.947 \pm 0.003) - (0.131 \pm 0.003)(V - K)_0 \quad (2.52)$$

A partir de cette relation, il est alors possible de déduire ce qu’on peut appeler le diamètre angulaire *photométrique* de l’étoile. Ainsi, nous avons entrepris une comparaison entre ces diamètres angulaires *photométriques* et les diamètres angulaires interférométriques de *l* Car.

La figure 2.8 montre clairement que la différence entre les deux types de diamètre angulaire est minime, seulement de 1%. Il n’existe donc pas de biais significatif dans la méthode de la brillance de surface. Néanmoins, pour déterminer la distance, il reste alors à combiner ces estimations de diamètres angulaires photométriques ou interférométriques avec la variation du rayon de l’étoile. Ainsi, le facteur de projection, dans les deux cas, reste un point crucial.

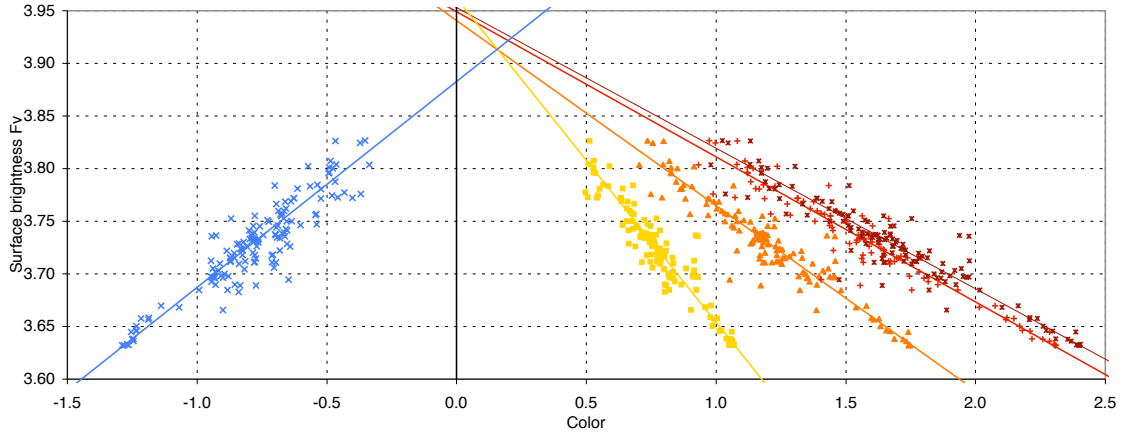


FIG. 2.7 – Calibration des relations brillance de surface avec VINCI  
Relations B-S dans la bande V, basées respectivement (de gauche à droite) sur les couleurs V-B, V-I, V-J, V-H et V-K.

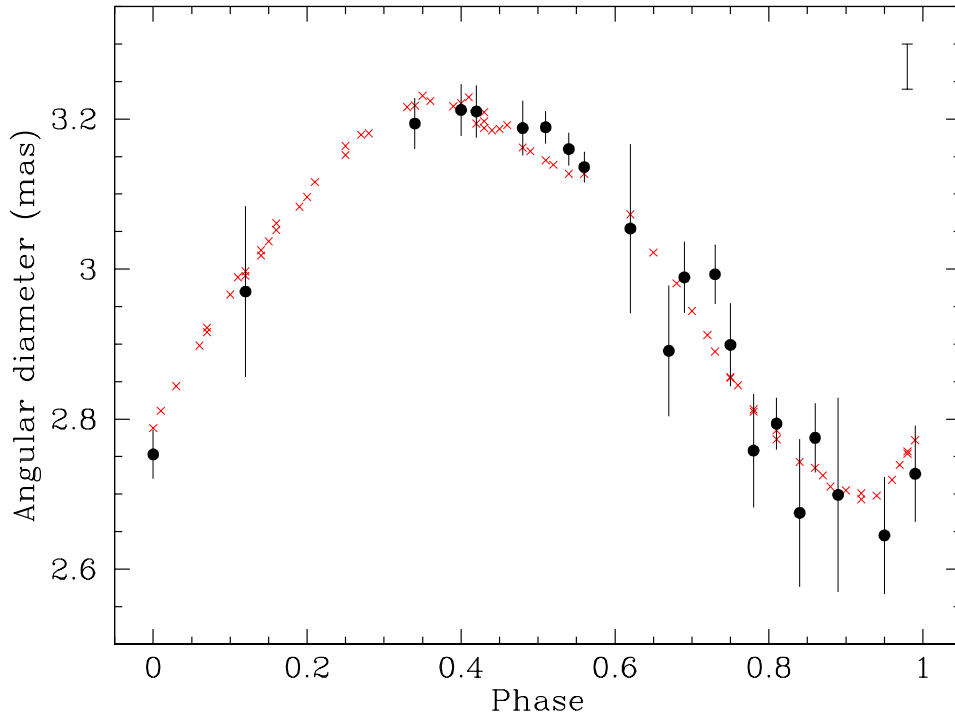


FIG. 2.8 – Comparaison des diamètres angulaires photométriques et interférométriques

## 2.4 Les incertitudes liées à la méthode de la parallaxe de pulsation et à la relation P-L

La méthode de la parallaxe de pulsation nous a permis d'apporter une nouvelle calibration *géométrique* de la relation Période-Luminosité. Cependant, cette méthode spectro-interférométrique n'est pas totalement indépendante de la modélisation, et n'est donc pas exempte d'un certain nombre de limitations. De même, la relation P-L contient ses sources d'incertitudes. Essayons de dresser une liste des principales sources d'erreur liées à ces méthodes. Une étude des incertitudes liées à la méthode de la parallaxe de pulsation a été menée par Marengo et al. (2004).

### 1. *Les mesures de diamètres angulaires*

La première source d'erreur provient des incertitudes statistiques et systématiques liées à l'estimation interférométrique des diamètres angulaires. L'erreur statistique provient de la qualité des observations, tandis que l'erreur systématique correspond directement à la méconnaissance du diamètre angulaire de l'étoile de calibration. Dans le cas des observations VINCI, l'erreur relative typique sur les diamètres angulaires (statistique et systématique) était de l'ordre de 1 à 3%. Avec la nouvelle génération d'instruments (AMBER, CHARA, OHANA), il devrait être possible d'obtenir des précisions inférieures au pour-cent. Cependant au même titre que la précision, la couverture en phase des points d'observations est absolument cruciale. Ainsi, l'impact sur la distance est très variable et difficile à quantifier. Néanmoins, nous avons vu que pour  $\ell$  Car, le cas le plus favorable des étoiles observées par VINCI, cette erreur est de l'ordre de 5%. Ceci est très encourageant pour les études à venir.

### 2. *Les mesures de vitesses*

La méthode IBW nécessite un excellent échantillonnage de la vitesse radiale pour accéder à la variation de rayon de l'étoile. Un sous-échantillonnage ou de grandes incertitudes sur les points de vitesse peuvent très rapidement biaiser la courbe de diamètre linéaire. Cette incertitude se propage de manière statistique pour la distance et peut contribuer pour 0.2% (Marengo et al. 2004).

### 3. *Déphasage*

Il peut exister un déphasage entre les mesures interférométriques et spectrométriques, et créer une erreur systématique sur la distance d'au maximum 0.1% (Marengo et al. 2004).

### 4. *Valeur moyenne de l'assombrissement centre-bord*

Les modèles d'assombrissement centre-bord de Claret (2000), que nous avons utilisés dans l'étude VINCI, sont basés sur les modèles statiques de Kurucz (1992). D'après Marengo et al. (2002, 2003, 2004), l'incertitude sur la valeur moyenne de l'assombrissement centre-bord peut entraîner une erreur d'environ 2% sur la distance.

### 5. *Variation de l'assombrissement centre-bord*

D'après Marengo et al. (2004), des erreurs sur la distance de 0.3% dans la bande H et de 2% dans la bande B sont envisageables. Il faut savoir que l'assombrissement centre-bord d'une étoile diminue vers l'infrarouge, et il en est de même de sa variation temporelle. Les cartes de brillance dans le continu et dans la raie peuvent apporter leur contribution à ce niveau. Je propose ainsi une étude hydrodynamique de l'assombrissement centre-bord dans la partie 4.

### 6. *Binarité*

Environ 80% (probablement) des Céphéides sont membres de binaires ou d'étoiles multiples. Ceci peut avoir un impact de quelques pour-cents sur les mesures interférométriques. Dans le cas des observations VINCI, les compagnons recensés pour quelques Céphéides étaient suffisamment faibles pour être négligés.

7. *Dispersion intrinsèque de la relation Période-Luminosité*

Cette dispersion, difficile à quantifier, est probablement de l'ordre de 0.1 en terme de magnitude.

8. *Métallicité*

La relation P-L dépend de la métallicité des Céphéides. Cette dépendance est très difficile à établir et de nombreuses études sont parues sur ce problème. Le fait de calibrer la relation P-L de manière interférométrique en utilisant uniquement des Céphéides Galactiques constitue véritablement une alternative intéressante. En effet, comme cela a déjà été signalé en introduction, les Céphéides Galactiques ont une métallicité proche des Céphéides extragalactiques (hors LMC, SMC).

9. *Perte de masse*

Si les Céphéides perdent un peu de masse et sont entourées d'une enveloppe de gaz, alors les mesures interférométriques peuvent être affectées. Je propose une petite discussion sur la perte de masse et les profils  $H\alpha$  dans la partie consacrée aux perspectives. La perte de masse pourrait expliquer une partie de la dispersion intrinsèque de la relation P-L.

Toutes ces incertitudes ont, bien sûr, leur importance, mais les problématiques semblent relativement bien identifiées et ne posent pas de problème conceptuel. On peut raisonnablement penser que ces incertitudes seront pour la plupart relativement bien maîtrisées dans un avenir proche. En ce qui concerne le facteur de projection, la problématique est beaucoup moins claire et demande un certain investissement. C'est certainement le paramètre qui, sans conteste, contient le plus de sources d'incertitudes dans la méthode de la parallaxe de pulsation. Celui-ci devra en effet être absolument maîtrisé pour le bon déroulement du survey AMBER que nous envisageons sur les Céphéides galactiques proches.

## 2.5 Le survey AMBER

D'après Fernie et al. (1995), nous savons qu'il y a environ 15 Céphéides à moins de 0.5kpc, 65 à moins de 1kpc et 165 à moins de 2kpc. La plupart des Céphéides sont brillantes ( $V < 13$ ). Parmi ces Céphéides, 23 ont été sélectionnées pour être observées avec l'instrument AMBER du VLTI. Grâce à ce spectro-interféromètre de haute précision, il devrait être possible de reproduire pour ces 23 Céphéides le résultat remarquable de 5% d'erreur relative sur la distance de  $\ell$  Car. En espérant que les biais sur le facteur de projection et l'assombrissement centre-bord soient totalement résolus et compris il est envisageable d'accéder à une précision sur le point-zéro de la relation Période-Luminosité de l'ordre de 1%, ou de 0.01 en terme de magnitude, c'est à dire 10 fois mieux que VINCI et que les résultats actuels.

J'essaie dans cette section de quantifier ce que l'on peut espérer obtenir en terme de précision sur la pente et le point-zéro de la relation P-L, selon la précision atteinte sur les estimations de distances. Pour cela j'ai simplement considéré la relation P-L que nous avons obtenue avec VINCI dans le visible, à savoir,  $M_V = -2.769(\log P - 1) - 4.209$ . Pour un nombre d'étoiles compris entre 10

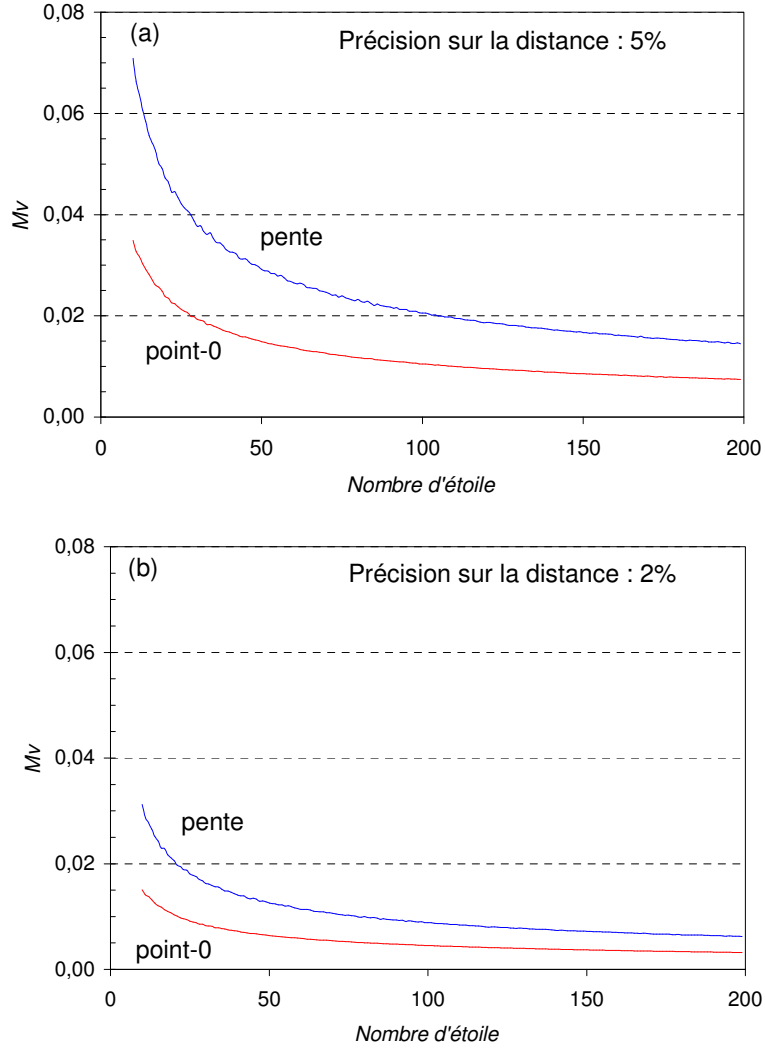


FIG. 2.9 – Perspectives : calibration de la relation P-L avec AMBER

Des points  $(\log P, M_V)$  sont obtenus de manière aléatoire autour de la relation P-L :  $M_V = -2.769(\log P - 1) - 4.209$ , dont la dispersion intrinsèque est imposée à 0.1 magnitude. On ajuste alors sur ces points la pente et le point-zéro de la relation P-L. Ce qui nous intéresse est la précision obtenue sur ces paramètres en fonction du nombre d'étoiles considérées, et la précision estimée sur la détermination de distance, soit 5% (diagramme a) soit 2% (diagramme b).

et 200 Céphéides, j'ai fait un tirage aléatoire de la période entre  $P = 2j.$  et  $P = 50j.$  (distribution uniforme). La valeur correspondante  $M_V$  est calculée à partir de l'équation ci-dessus et sert de moyenne à une distribution normale de largeur, la dispersion intrinsèque de la relation P-L, soit environ 0.1 magnitude. Ces points de magnitude absolue sont affectés d'une erreur statistique correspondant respectivement soit à une erreur de 5% sur la distance ( $e_{M_V} = 0.1$ ), soit 2% ( $e_{M_V} = 0.43$ ). J'ajuste alors la pente et le point-0 de la relation P-L sur ces points aléatoires. Je récupère ensuite les précisions obtenues sur la pente et le point-0 en terme de magnitude. Les résultats sont indiqués par la figure 2.9.

Notre objectif est d'atteindre une précision sur le point-0 dix fois meilleure que ce qui est obtenu actuellement, soit 0.01 magnitude. Pour cela, nous voyons, d'après les figures, que nous devons soit déterminer la distance de 100 avec une précision de 5%, soit déterminer la distance de 20 Céphéides avec une précision de 2%.

## 2.6 Importance du facteur de projection

Le facteur de projection  $p = \frac{V_{puls}}{V_{rad}}$ , qui permet de convertir la vitesse radiale ( $V_{rad}$ ) en vitesse pulsante ( $V_{puls}$ ), est crucial dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation : un biais potentiel sur le facteur de projection se répercute de manière linéaire sur la distance de l'étoile ! C'est à dire qu'un biais de 5% sur le facteur de projection impliquerait une erreur d'également 5% sur la distance. De plus, le facteur de projection est utilisé non seulement dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation, mais également pour les déterminations de distance basées sur la relation B-S. Ses implications seront également d'une grande importance dans le cadre du survey AMBER des Céphéides.

Ainsi, étudier le facteur de projection semble crucial. Mais c'est également un problème difficile. Je me suis aperçu en effet au fil de mon travail que c'est un nombre qui résume à lui seul toute la physique atmosphérique de l'étoile. Il est en effet sensible à l'assombrissement centre-bord, à la rotation, à la largeur de la raie spectrale, et, ce qui est le plus problématique, à la dynamique de l'atmosphère de l'étoile : gradients de vitesse, ondes de compression et/ou chocs. Tous ces phénomènes physiques ont une influence sur la forme du profil spectral observé. L'objectif est alors de déterminer la vitesse pulsante de l'étoile à partir de ce profil dont l'asymétrie et la position vont naturellement évoluer au cours du cycle de pulsation. Ceci est extrêmement délicat pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, se pose le problème de la définition de la vitesse radiale. Etant donné que le profil spectral est asymétrique, la vitesse radiale peut-être définie de nombreuses manières : méthode du minimum de la raie, de la bissectrice ou encore de l'ajustement gaussien ou bi-gaussien. Nous reviendrons en détail sur la définition de ces vitesses. Ainsi, les différences obtenues en terme de vitesse radiale entre les méthodes ont un impact direct sur le facteur de projection. A cela on peut ajouter le fait que les observations interférométriques et spectrométriques doivent, dans l'idéal, s'effectuer dans le même domaine de longueur d'onde, ceci pour éviter certains biais indésirables.

Ensuite, le facteur de projection dépend des caractéristiques physiques de la Céphéide, justement par l'intermédiaire de la méthode choisie pour déterminer la vitesse radiale. Des différences minimales en terme d'assombrissement centre-bord, de rotation, de largeur intrinsèque de la raie, ou de gradient de vitesse, ont une influence notable sur le facteur de projection.

Enfin, l'atmosphère de l'étoile est soumise à un gradient de vitesse qui pose le problème de la

définition de la vitesse pulsante. Choisir une vitesse pulsante revient en effet à choisir une couche dans l'atmosphère de l'étoile. Ce choix est alors guidé par l'objectif final, qui est de combiner la variation de rayon de l'étoile, déduite de l'intégration temporelle de la vitesse pulsante aux mesures de diamètres angulaires interférométriques. Pour obtenir une détermination juste de la distance, le diamètre de l'étoile déduit spectrométriquement et interférométriquement doit correspondre à la même couche de l'atmosphère. En l'occurrence, si les observations interférométriques s'effectuent en bande spectrale large alors, la couche à considérer est la couche photosphérique. De plus, du fait de la dynamique atmosphérique de l'étoile, ces quantités physiques (exceptée la rotation) varient notablement lors du cycle de l'étoile, il en est donc de même pour le  $p$ -facteur. Une question importante est donc de savoir si la dépendance temporelle du facteur de projection doit être prise en compte dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation.

On comprend ainsi que le problème est complexe et comporte de nombreuses facettes. Un certain nombre de travaux ont été réalisés sur le facteur de projection, en voici un petit historique. Le problème a d'abord été étudié par Eddington (1926), Carroll (1928), et Getting (1935). Ces auteurs ont considéré les effets de l'assombrissement centre-bord et de la vitesse d'expansion photosphérique de l'étoile pour synthétiser des profils spectraux. Ces études, en considérant un assombrissement de  $u = 0.8$ , ont permis d'accéder à une valeur du facteur de projection de  $\frac{24}{17} = 1.41$ , qui a été largement utilisée durant des décennies dans le contexte de la méthode de Baade-Wesselink.

Plus tard, Van Hoof & Deurinck (1952) ont montré que l'on pouvait synthétiser une raie spectrale en convoluant un profil de pondération (vitesse + assombrissement centre-bord) avec le profil *statique* de la raie. Ils étudièrent ainsi l'effet qualitatif que pouvait avoir le choix de la largeur de ce profil *statique* sur le profil synthétique final. Parsons (1972), en utilisant un modèle d'atmosphère en expansion uniforme, a obtenu numériquement des valeurs pour le facteur de projection comprises entre 1.31 et 1.34 selon la largeur de la raie.

Karp (1973,1975) introduit un gradient de vitesse dans la zone de formation de la raie et calcule le flux émergent pour des raies faibles ou fortes. Les raies faibles apparaissent asymétriques, comme c'était le cas pour Van Hoof & Deurinck (1952), alors que les raies fortes semblent principalement affectées par les gradients de vitesse présents dans la zone de formation. Albrow & Cottrell (1994) déterminent des valeurs pour le facteur de projection 10% plus importantes que celles obtenues par Parsons (1972), une différence interprétée comme étant liée à l'utilisation de lois d'assombrissement centre-bord très différentes. En effet, le facteur de projection dépend de nombreux paramètres, comme la longueur d'onde ( $p$  est plus grand dans l'Infrarouge, Sasselov & Lester (1990)), ou la température effective de l'étoile (Hindsley & Bell (1986), Montañés Rodríguez & Jeffery (2001)).

D'un point de vue observationnel, Burki et al. (1982) détermine une valeur de  $p = 1.36$  pour le facteur de projection correspondant à la méthode du centroïde appliquée à un profil de corrélation, une valeur qui a été largement utilisée en spectroscopie.

Finalement, comme le facteur de projection est lié à des effets géométriques mais aussi à la dynamique atmosphérique, qui varie avec la phase de pulsation, il devrait lui-même varier avec la phase. En particulier, Sabbey et al. (1995) a montré au moyen du modèle hydrodynamique de Sasselov que cet effet sur  $p$  peut augmenter le rayon obtenu par la méthode de BW de 6%.

Ainsi, dans la partie suivante je reprends simplement les traces de Eddington, Carroll, Getting, Van Hoof & Deurinck, et Burki en utilisant un modèle géométrique simple afin de faire le lien entre la valeur du facteur de projection, la méthode de détermination de la vitesse radiale, et les caractéristiques physiques de l'étoile. Ce modèle est très utile pour introduire de façon simple le facteur de projection. Néanmoins, il me sera également d'une grande utilité pour interpréter des observations



spectrales HARPS, et en particulier l'asymétrie des raies spectrales. Rappelons en effet, que dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation, l'objectif est avant tout de déterminer à partir des profils spectraux en fonction de la phase, la vitesse pulsante photosphérique de l'étoile. C'est en effet cette dernière, qui, après intégration temporelle donne accès à la variation de rayon photosphérique de l'étoile et donc, une fois combinée aux mesures du diamètre angulaire photosphérique de l'étoile, à la distance. Dans ce but, 10 Céphéides ont été observées avec HARPS. En comparant les observations au modèle, nous aurons ainsi accès à l'impact de la dynamique atmosphérique de l'étoile sur le profil spectral et donc, d'une certaine manière, au facteur de projection. Ce travail sera présenté dans la prochaine partie.

Cependant, pour avancer dans l'analyse, un modèle hydrodynamique est indispensable. Le chapitre 4 de la thèse est consacré à une modélisation hydrodynamique du facteur de projection. Cette étude reprend ce qui a déjà été réalisé par Sabbey et al. (1996), mais avec un modèle hydrodynamique, nous le verrons, totalement différent. L'aspect original de mon étude résidera surtout dans la définition d'un facteur de projection spécifique à la méthode de la parallaxe de pulsation, et qui prend en compte les gradients de vitesse dans l'étoile. Une étude complémentaire démontrera également comment les résultats théoriques obtenus grâce au modèle hydrodynamique pourraient être confirmés au moyen d'observations spectro-interférométriques. Je reviendrai finalement sur l'impact du facteur de projection sur les observations VINCI et en particulier sur la relation P-L.

## Chapitre 3

# Observations à haute résolution spectrale HARPS : pour une meilleure compréhension du facteur de projection

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Un modèle géométrique simple pour introduire le facteur de projection . .</b>	<b>98</b>
3.1.1	Effet de projection géométrique . . . . .	98
3.1.2	Effet de l'Assombrissement Centre-Bord (ACB) . . . . .	100
3.1.3	Effet de la rotation . . . . .	102
3.1.4	Effet lié à la largeur intrinsèque du profil de la raie . . . . .	104
<b>3.2</b>	<b>Observations spectrométriques HARPS de 10 Céphéides . . . . .</b>	<b>107</b>
3.2.1	L'asymétrie des raies spectrales et la dynamique atmosphérique . . . . .	108
3.2.2	<i>High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination :</i> <i>I. Line asymmetry . . . . .</i>	<i>117</i>
<b>3.3</b>	<b>Conclusion et perspectives . . . . .</b>	<b>134</b>
3.3.1	Effet des gradients de vitesse sur le facteur de projection . . . . .	134
3.3.2	Etude multi-raies HARPS pour la détermination des gradients de vitesse .	134

---

Je propose dans cette partie d'étudier le facteur de projection au moyen d'un modèle géométrique simple de profil spectral. Grâce à ce profil, nous pourrions comprendre comment le facteur de projection se comporte selon le type de définition adoptée pour la détermination de la vitesse radiale. Par ailleurs, en calculant le profil synthétique dans différents cas, nous pourrions séparer les effets de projection géométrique, d'assombrissement centre-bord, de rotation et de la largeur de la raie.

Nous appliquerons ensuite ce modèle à des observations spectrométriques HARPS à haute résolution spectrale ( $R=120000$ ) de 10 Céphéides. J'indiquerai la procédure que j'ai utilisée pour réduire les données, ainsi que les résultats en terme de vitesse radiale, largeur à mi-hauteur et asymétrie. Toutes ces informations seront regroupées sous forme de figures de corrélation entre

la vitesse radiale et l'asymétrie de la raie. Ces courbes, très instructives, seront comparées au modèle géométrique afin d'en déduire des informations physiques d'importance sur la dynamique atmosphérique des Céphéides.

### 3.1 Un modèle géométrique simple pour introduire le facteur de projection

#### 3.1.1 Effet de projection géométrique

Le facteur de projection est défini comme le rapport de la vitesse *pulsante* ( $V_{puls}$ ) sur la vitesse radiale ( $V_{rad}$ ) de l'étoile :

$$p = \frac{V_{puls}}{V_{rad}} \quad (3.1)$$

Plaçons nous dans le cas d'une étoile pulsante non assombrie (disque uniforme), sans rotation, et sans atmosphère : le profil naturel est défini mathématiquement par un dirac (cf. Fig. 3.1a). Il n'y a également pas de gradient de vitesse, l'étoile pulse en un seul bloc à la vitesse pulsante  $V_{puls}$ . Cette dernière est simplement définie de la manière suivante :

$$V_{puls}(\phi) = V_{max} \cos(2\pi * R_t) \quad (3.2)$$

où  $R_t$  est la résolution temporelle.

Dans ces conditions, le facteur de projection s'explique très simplement par un effet de projection géométrique illustré par la Fig. 3.1b. Chaque point du disque stellaire possède une vitesse apparente spécifique du fait de la sphéricité de l'étoile. Cette dernière étant non résolue par le spectromètre, toute l'information, c'est à dire l'ensemble des vitesses projetées selon l'axe de visée, est intégrée spatialement sur le disque stellaire pour donner ce qu'on appelle communément la vitesse radiale. Dans ce cas très simpliste, on peut même parler de vitesse radiale géométrique, notée  $VR_{geom}$ .

D'un point de vue analytique, en considérant les variables spatiales (x,y), qui définissent un point sur le disque apparent de l'étoile, on obtient :

$$V_{rad} = \frac{1}{\pi R^2} \int_{x,y \in D_R} V_{puls} \cos(\theta) dx dy = \frac{1}{\pi R^2} \int_{x,y \in D_R} \left[ V_{puls} \sqrt{1 - \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} \right] dx dy \quad (3.3)$$

où  $D_R$  correspond à un disque stellaire de rayon linéaire  $R$ ,  $\theta$  est l'angle entre la ligne de visée et la normale à l'étoile (voir Fig. 3.1b). Du fait de la sphéricité de l'étoile, on a  $\cos(\theta) = \sqrt{1 - \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}}$ . Notons que si l'on pose arbitrairement  $V_{puls} = 1$  alors  $V_{rad} = \frac{1}{p}$ . Les variables (x,y) sont peu propices au calcul analytique du facteur de projection, par contre elles sont fort utiles, comme nous le verrons, pour introduire la rotation. Ecrivons maintenant cette équation successivement dans différents systèmes de variables :  $\rho = x^2 + y^2$ ,  $\sin\theta = \frac{\rho}{R}$ ,  $\mu = \cos\theta$  et  $\Delta\lambda = \Delta\lambda_{max} * \mu$  où  $\Delta\lambda_{max} = V_{puls} * \lambda_0 / c$  ( $\lambda_0$  est la longueur au repos de la raie, et  $c$  la constante de la lumière.) :

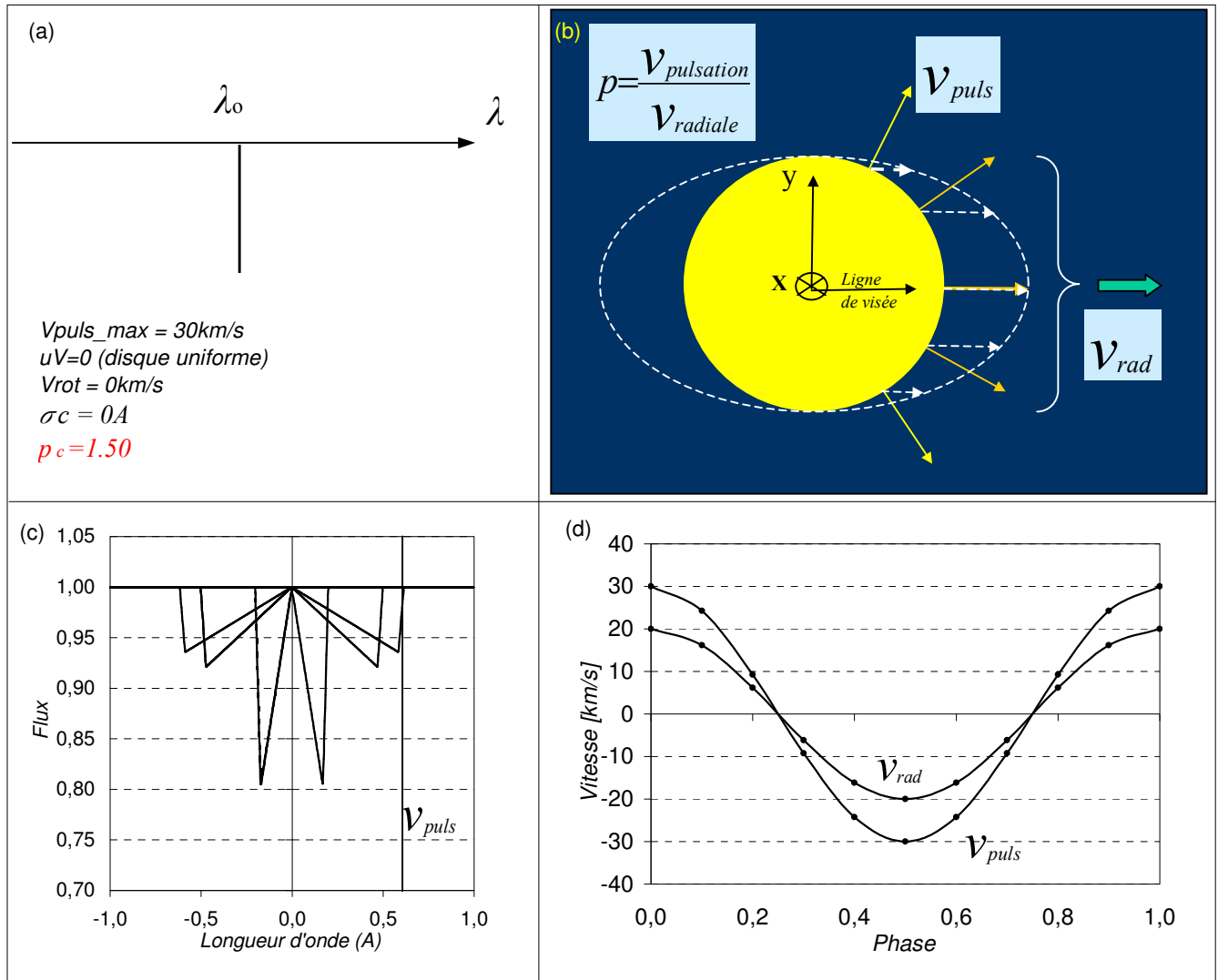


FIG. 3.1 – Le facteur de projection et l'effet de projection géométrique

$$V_{rad} = \frac{1}{\pi R^2} \int_{\rho=0}^{\rho=R} \left[ V_{puls} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R^2}} \right] * 2\pi \rho d\rho \quad (3.4)$$

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} [V_{puls} \cos(\theta)] * 2\cos(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (3.5)$$

$$= \int_{\mu=0}^{\mu=1} [V_{puls} \mu] * 2\mu d\mu \quad (3.6)$$

$$= \int_{\Delta\lambda=0}^{\Delta\lambda=1} \left[ V_{puls} \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}} \right] * 2 \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}} d\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}} \quad (3.7)$$

Les parties entre crochets correspondent au champ de vitesse apparent, alors que les parties hors-crochets correspondent à la pondération géométrique. Dans le cas des variables (x,y), aucune pondération n'est nécessaire. A ce niveau, la formule en  $\mu$  est la plus simple et permet de calculer directement une valeur pour le facteur de projection de  $p = 1.5$ . Cette valeur ne dépend pas de la vitesse pulsante.

Intéressons-nous maintenant au profil synthétique. Ce dernier est calculé numériquement de la manière suivante. Pour une phase de pulsation donnée, à chaque pixel (x,y) du disque apparent de l'étoile est associé une vitesse qui correspond à une projection selon la ligne de visée de la vitesse pulsante. On dispose donc d'une carte de vitesse apparente, que l'on note  $V(x, y)$ . Cette carte est transposée en longueur d'onde par effet Doppler :  $\Delta\lambda(x, y) = V(x, y) * \lambda_0/c$ . On choisit alors un intervalle d'étude  $[-\lambda_1, \lambda_1]$ , où  $\lambda_1 > |\Delta\lambda_{max}|$ . On découpe ensuite cet intervalle en  $N$  canaux spectraux de longueurs  $\delta\lambda$  :  $\delta\lambda_0 \dots \delta\lambda_i \dots \delta\lambda_{N-1}$ . La résolution correspondante est de  $R = \frac{2*\lambda_1}{\delta\lambda}$ . On réalise alors un histogramme : pour chaque couple (x,y), la valeur de  $\Delta\lambda(x, y)$  correspondante est comptabilisée dans le canal spectral  $\delta\lambda$  adéquat. La comptabilisation est réalisée de la manière suivante : le spectre entre  $-\lambda_1$  et  $+\lambda_1$  est initialement à 1, ce qui correspond au continu. A chaque fois qu'une valeur  $\Delta\lambda(x, y)$  est comptabilisée dans un canal spectral  $\delta\lambda_i$ , on retranche dans cet intervalle une quantité égale à  $\frac{1}{\pi R^2}$ , ce qui permet d'avoir au final un spectre dont l'aire est normalisée.

Toute cette procédure est répétée pour chaque phase de pulsation.

La figure 3.1c représente les profils synthétiques obtenus. A ce niveau, ces profils s'apparentent plus à des profils de pondération, que l'on notera  $P_o$ .

Il y a alors deux façons numériques de calculer le facteur de projection, outre la méthode analytique présentée plus haut. On peut d'abord sommer sur le disque stellaire les vitesses apparentes  $V(x, y)$  en veillant à bien normaliser. Une autre possibilité est de calculer la moyenne du profil de pondération  $P_o$  normalisé à  $\Delta\lambda_{max}$  selon la formule :

$$\frac{1}{p} = \int_{\Delta\lambda=-\lambda_1}^{\Delta\lambda=+\lambda_1} \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}} P_o(\Delta\lambda) d\Delta\lambda \quad (3.8)$$

Comme nous le verrons un peu plus loin, cette autre façon de voir les choses est très utile.

La figure 3.1d représente la vitesse pulsante ( $V_{puls}$ ) et la vitesse radiale géométrique ( $V_{R_{geom}}$ ).

### 3.1.2 Effet de l'Assombrissement Centre-Bord (ACB)

Nous allons maintenant ajouter à notre modèle un assombrissement centre-bord. L'intégration des vitesses apparentes du disque stellaire est maintenant pondérée par la brillance de surface de

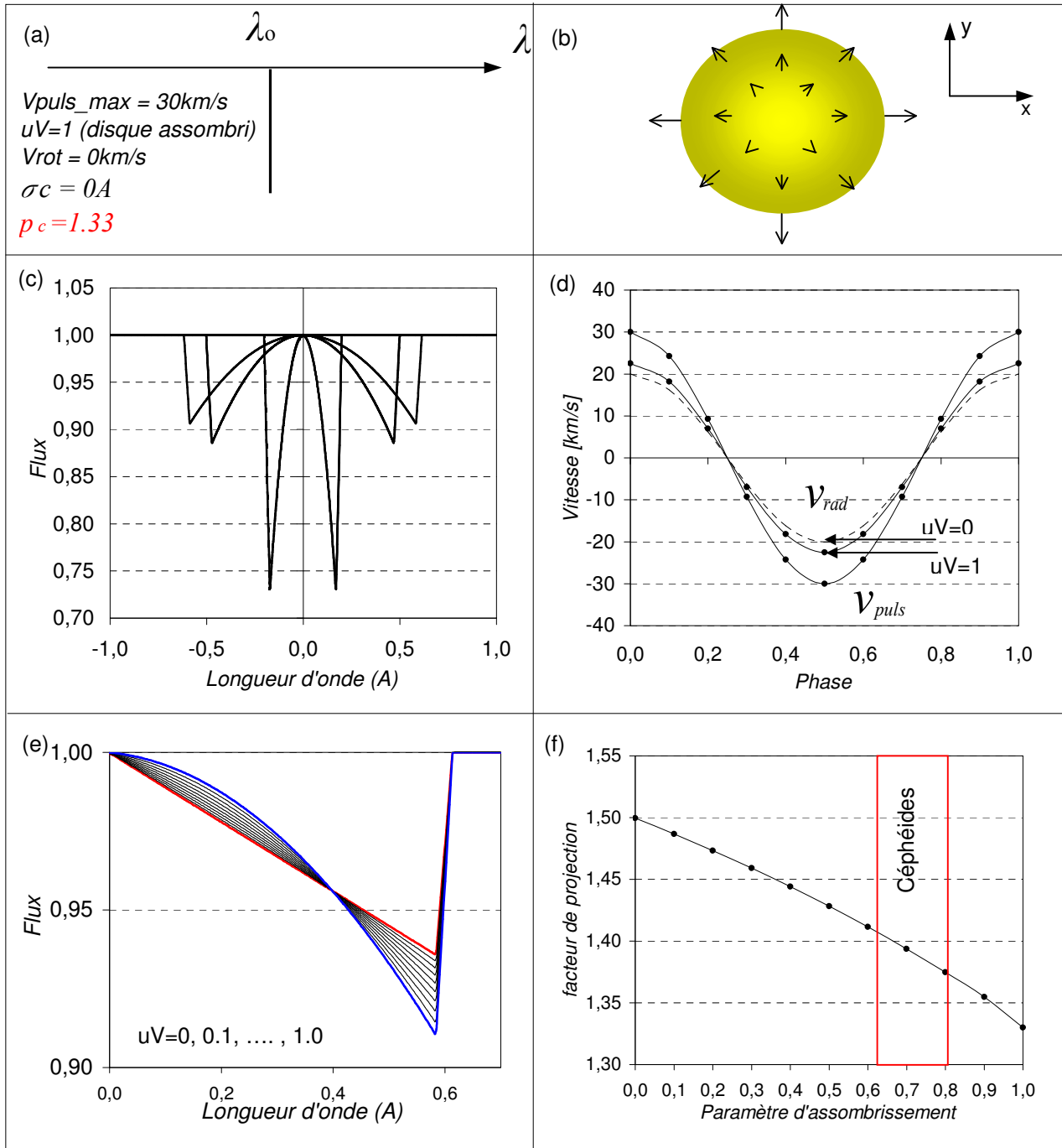


FIG. 3.2 – Effet de l'assombriement centre-bord sur le facteur de projection

l'étoile. Ainsi l'Eq. 3.3 du facteur de projection devient :

$$V_{rad} = \int_{x,y \in D} \left[ V_{puls} \sqrt{1 - \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} \right] I(x, y) dx dy \quad (3.9)$$

avec

$$\int_{x,y \in D} I(x, y) dx dy = 1 \quad (3.10)$$

Nous considérerons ici un assombrissement linéaire dont l'unique paramètre  $u$  est compris entre 0 (disque uniforme) et 1 (disque très assombri) :

$$I(x, y) = I_0(1 - u + u * \mu) = I_0(1 - u + u\sqrt{1 - (x^2 + y^2)}) \quad (3.11)$$

D'un point de vue numérique, le principe est le même que précédemment, à une exception près : à chaque fois qu'une valeur  $\Delta\lambda(x, y)$  est comptabilisée dans un intervalle  $\delta\lambda_i$ , on retranche dans cet intervalle une quantité égale à l'intensité normalisée au point considéré  $I(x, y)$ .

Les résultats sont indiqués sur la Fig. 3.2.

Les diagrammes (a) et (b) indiquent respectivement que nous considérons toujours un profil intrinsèque de type Dirac (pas d'atmosphère) et que l'étoile pulsante est assombrie et sans rotation. Sur le diagramme (c), les profils sont indiqués pour plusieurs phases (les mêmes que précédemment) et pour un assombrissement maximum de  $u = 1$ . On remarque l'effet de l'assombrissement centre-bord, qui crée une dépression dans la pondération au niveau des faibles longueurs d'onde (bord assombri de l'étoile), et que cette dépression se répercute par un excès au niveau de la longueur d'onde  $\Delta\lambda_{max}$ . Ainsi, l'intégration, que ce soit spatialement sur le disque stellaire ou en longueur d'onde au niveau du profil, privilégie les fortes vitesses du centre de l'étoile. Ainsi la vitesse radiale est plus importante et le facteur de projection est plus faible. Le diagramme (d) représente les vitesses *pulsante* et *radiale* pour un facteur d'assombrissement maximal de  $u = 1$ . En pointillés, est représentée la vitesse *radiale* correspondant au cas uniforme (pas d'assombrissement). Sur le diagramme (e), je représente le profil correspondant à la vitesse maximale et pour différents assombrissements :  $u = 0$ ,  $u = 0.2$ ,  $u = 0.4$ ,  $u = 0.6$ ,  $u = 0.8$ , et  $u = 1.0$ . A chaque cas correspond un facteur de projection, dont les valeurs sont représentées graphiquement sur le diagramme (f). Ainsi, sans assombrissement ( $u=0$ ), le  $p$ -facteur vaut 1.5 on retrouve bien le cas précédent, alors que pour un assombrissement maximum ( $u = 1$ ), le  $p$ -facteur vaut 1.33. Les Céphéides ont généralement (nous le verrons dans le cadre des observations HARPS), un assombrissement proche de  $u = 0.7$ , ce qui donne un facteur de projection de  $p = 1.39$ . J'illustre ainsi, d'une certaine manière, les résultats d'Eddington (1926), Carroll (1928) et Getting (1935), qui ont considéré, comme nous l'avons fait ici, les effets de l'assombrissement centre-bord et de la vitesse d'expansion photosphérique de l'étoile pour synthétiser des profils spectraux. Ces études, en considérant un assombrissement de  $u = 0.6$ , ont permis d'accéder à une valeur du facteur de projection de  $\frac{24}{17} = 1.41$ , qui a été largement utilisée durant des décennies dans le contexte de la méthode de Baade-Wesselink.

### 3.1.3 Effet de la rotation

Nous rajoutons maintenant la rotation dans notre modèle géométrique simple. La principale conséquence est que le champ de vitesse apparent est modifié. Imaginons donc une étoile pulsante

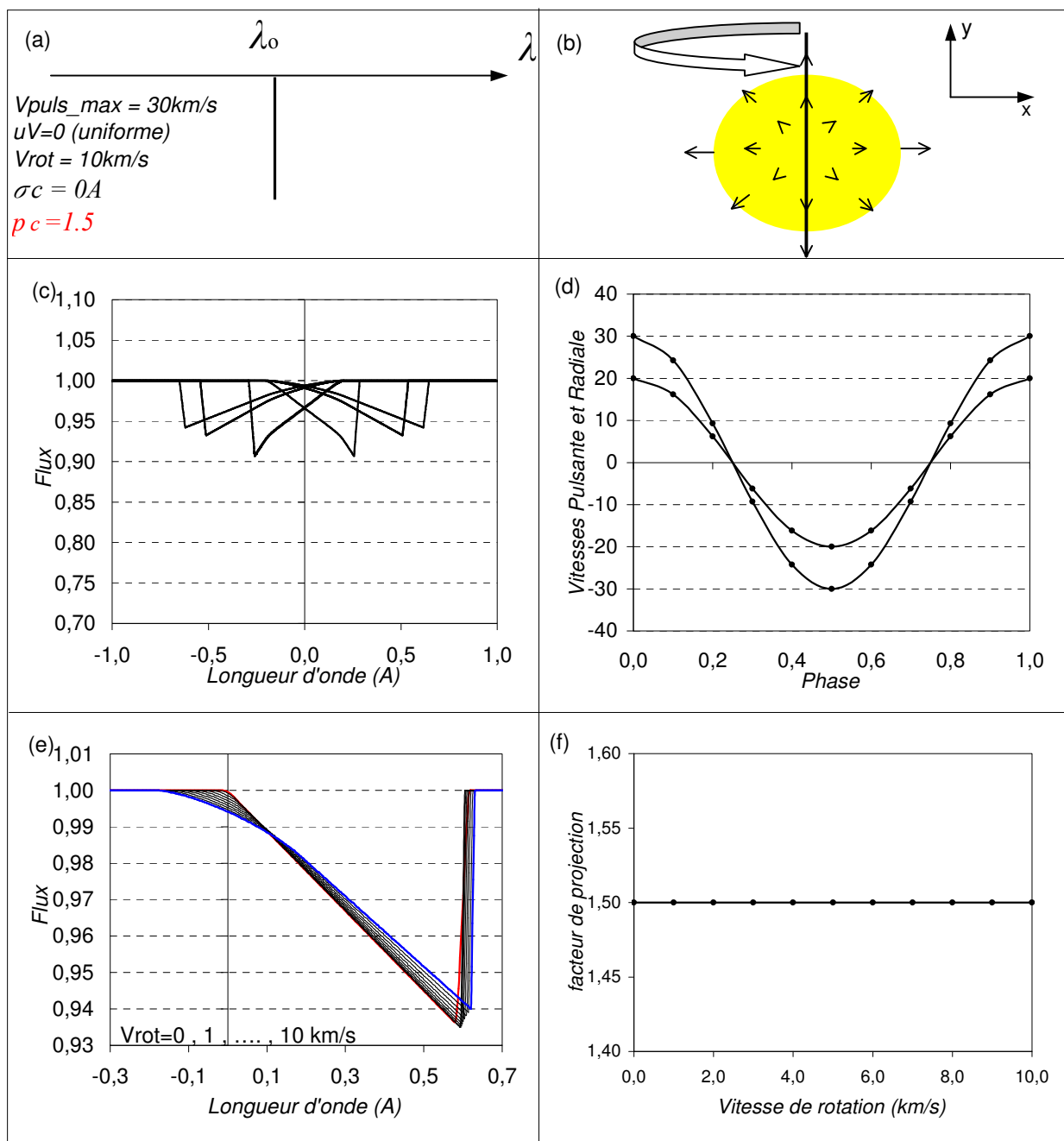


FIG. 3.3 – Effet de la rotation sur le facteur de projection



à nouveau sans assombrissement, sans atmosphère et en rotation sur elle-même à la vitesse  $V_{rot}$ . Si l'on considère une étoile dont l'axe de rotation est confondu avec l'axe  $y$  (voir Fig. 3.3b) alors les lignes d'isovitesse de rotation sont parallèles à l'axe  $y$ , et on a un champ de vitesse de rotation noté  $V_{rot}(x, y)$  égale à  $V_{rot}(x, y) = V_{rot} \frac{x}{R}$ . Si l'axe de rotation fait un angle  $i$  avec l'axe  $y$ , alors le champ est  $V_{rot}(x, y) = V_{rot} \sin(i) \frac{x}{R}$ . Ainsi le champ de vitesse apparent combinant pulsation et rotation s'écrit :

$$V(x, y) = V_{puls} \sqrt{1 - \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} + V_{rot} \sin(i) \frac{x}{R} \quad (3.12)$$

Il en résulte une équation pour la vitesse radiale géométrique de la forme :

$$VR_{geom} = \int_{x,y \in D} \left[ V_{puls} \sqrt{1 - \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} + V_{rot} \sin(i) \frac{x}{R} \right] I(x, y) dx dy \quad (3.13)$$

avec

$$\int_{x,y \in D} I(x, y) dx dy = 1 \quad (3.14)$$

Nous considérons à nouveau ici une étoile non assombrie, nous avons donc  $I(x, y) = 1$ .

D'un point de vue numérique, la situation n'a pas changé : pour chaque valeur de  $\Delta\lambda(x, y)$  comptabilisée dans un canal spectral  $\delta\lambda_i$ , on retranche dans cet intervalle une quantité égale à l'intensité normalisée  $I(x, y)$ , ou encore ici  $\frac{1}{\pi R^2}$ .

La figure 3.3 reprend selon les mêmes dispositions les résultats de la Fig. 3.2. On remarque sur le diagramme (c) la forme particulière du profil spectral ou profil de pondération. Les vitesses pulsante et de rotation s'ajoutant algébriquement. Le profil s'étale ainsi sur un domaine de longueur d'onde plus grand que  $[0, \Delta\lambda_{max}]$ . Le diagramme (e) représente la forme du profil pour différentes rotations s'étalant de 0 à 20 par pas de  $5 km.s^{-1}$ . Le dernier diagramme (f) indique que le facteur de projection, dans ce cas, ne dépend pas de la rotation. On obtient toujours  $p = 1.5$  (cas uniforme) quelque soit la vitesse de rotation. En effet, cette dernière modifie le champ de vitesse de manière symétrique, ce qui explique qu'à l'intégration, le facteur de projection ne change pas.

### 3.1.4 Effet lié à la largeur intrinsèque du profil de la raie

Nous considérons maintenant le cas d'une étoile pulsante de disque uniforme, sans rotation, mais possédant une atmosphère représentée artificiellement par une seule couche. Le profil *statique* ou *intrinsèque* de la raie, c'est à dire dans le référentiel de l'étoile, possède donc une largeur à mi-hauteur non nulle, notée  $\sigma_C$  (cf. Fig. 3.4). Je parle ici de profil *statique* dans le sens où celui-ci est supposé *constant* sur tout ce cycle de pulsation. Il ne prend donc pas en compte les effets éventuels de variation de température.

Pour obtenir le profil synthétique, noté  $S$ , il existe deux possibilités équivalentes. La première est de convoluer tout simplement le profil de pondération  $P_o$ , par le profil statique, noté  $P_c$  :

$$S(\lambda) = P_o(\lambda) * P_c(\lambda) \quad (3.15)$$

La deuxième méthode consiste à généraliser l'approche numérique décrite plus haut : pour chaque valeur  $\Delta\lambda(x, y)$  comptabilisée dans un canal spectral  $\delta\lambda_i$ , on retranche à l'ensemble du profil

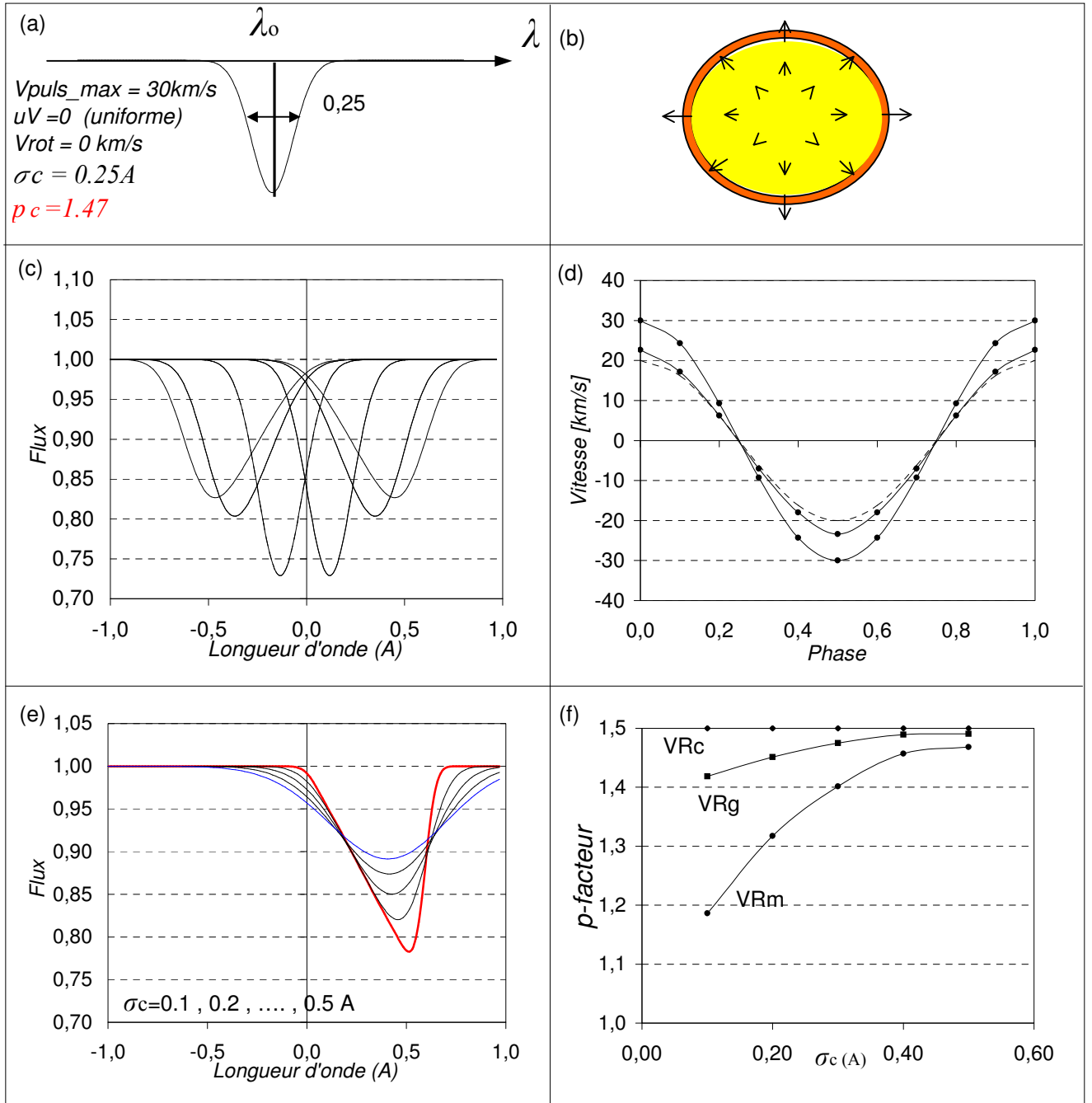


FIG. 3.4 – La largeur du profil spectral et le facteur de projection

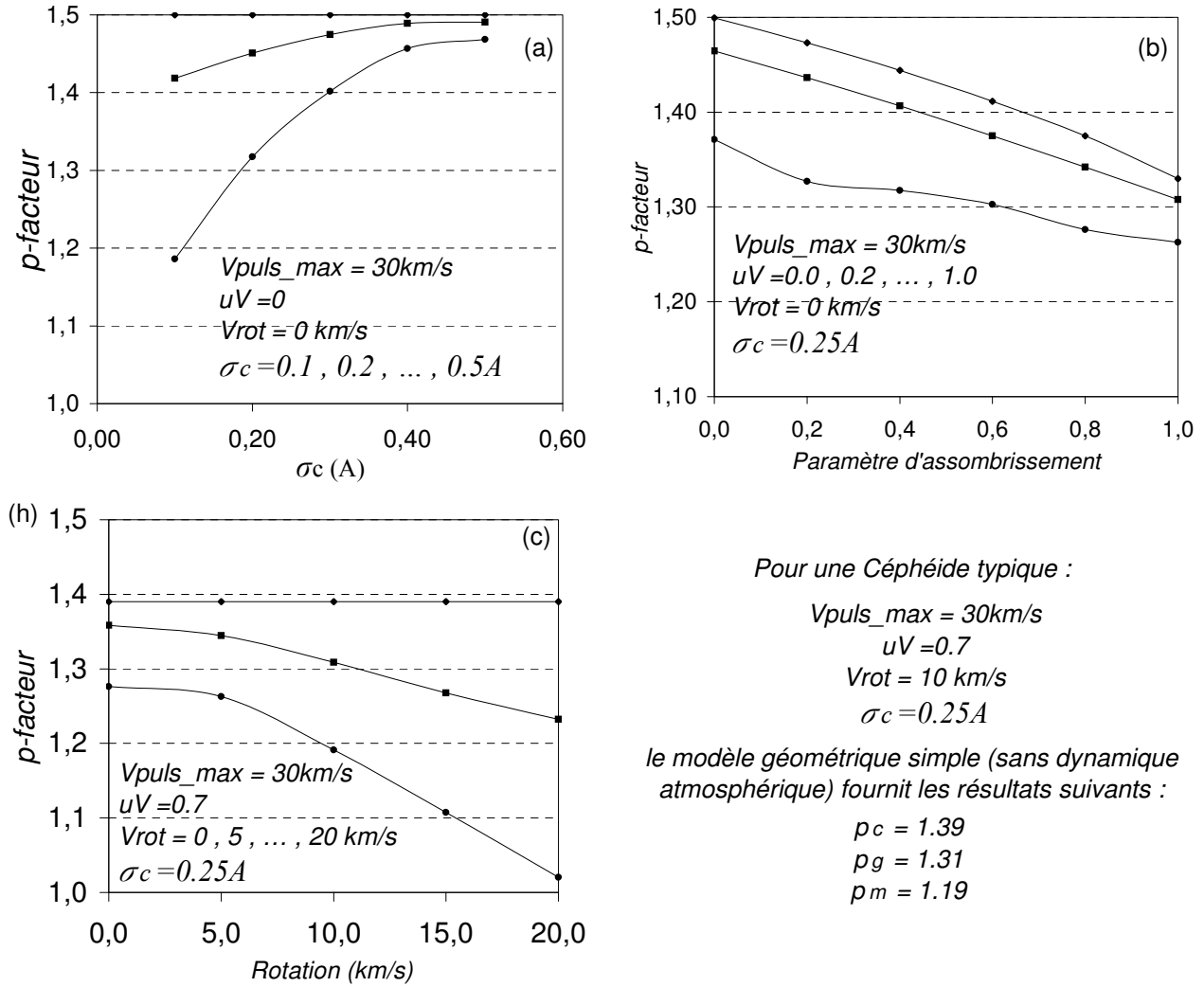


FIG. 3.5 – Le facteur de projection

*synthétique* en construction, le profil *statique* centré sur l'intervalle  $\delta\lambda_i$ . Pour que ces techniques fonctionnent, il est indispensable que les profils *statique* et de pondération soient normalisés.

Les résultats sont indiqués sur la Fig. 3.4. Le digramme (c) représente le profil de la raie synthétique pour différentes phases. La largeur considérée pour le profil *statique* est de  $\sigma_C = 0.25\text{\AA}$  (valeur typique). Les vitesses pulsante et radiale (méthode du minimum de la raie) sont représentées sur le diagramme (d). Le diagramme (e) indique la forme du profil pour différentes valeurs de  $\sigma_C$  :  $0.1\text{\AA}$ ,  $0.2\text{\AA}$ ,  $0.3\text{\AA}$ ,  $0.4\text{\AA}$ ,  $0.5\text{\AA}$ . A partir de ces profils synthétiques, on peut définir différents types de vitesse radiale. J'ai considéré trois méthodes : la vitesse correspondant au minimum de la raie ( $VR_m$ ), l'ajustement par une gaussienne ( $VR_g$ ) et la méthode du centroïde ( $VR_c$ ) définie par :

$$VR_c = \frac{\int_{\text{line}} \lambda S(\lambda) d\lambda}{\int_{\text{line}} S(\lambda) d\lambda} \quad (3.16)$$

Pour déterminer le  $p$ -facteur typique associé à chaque valeur de  $\sigma_C$ , on réalise un ajustement par moindres carrés entre les séries  $V_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}}$  et  $V_{\text{puls}}(\phi_i)$ . En effet, le  $p$ -facteur peut varier d'une phase à l'autre du fait du changement de l'asymétrie. De plus, des problèmes numériques sont inévitables lorsque les vitesses tendent vers zéro.

Sur le diagramme (f), les  $p$ -facteurs associés aux trois méthodes de détermination de la vitesse *radiale*, définis respectivement par  $p_m = \frac{V_{\text{puls}}}{VR_m}$ ,  $p_g = \frac{V_{\text{puls}}}{VR_g}$  et  $p_c = \frac{V_{\text{puls}}}{VR_c}$ , sont indiqués en fonction de  $\sigma_C$ . Le disque est toujours supposé uniforme et la rotation est nulle. On remarque que  $p_m$  et  $p_g$  augmente avec  $\sigma_C$ . En effet, lorsque  $\sigma_C$  augmente, l'asymétrie diminue, et les trois vitesses  $VR_m$ ,  $VR_g$  et  $VR_c$  ont tendance à se superposer. Par contre, on remarque que  $p_c$  est constant avec la  $\sigma_C$ . Sa valeur vaut  $p_c = 1.5$  (cas uniforme).

La figure 3.5 résume les différentes dépendances de  $p_c$ ,  $p_g$  et  $p_m$  en fonction de  $\sigma_C$ ,  $u_V$  et de la rotation.

Ainsi le  $p$ -facteur associé à la méthode du centroïde est *indépendant* de  $\sigma_C$  (la largeur intrinsèque du profil spectral) et de la rotation. Il reste cependant sensible à l'assombrissement centre-bord et à la dynamique atmosphérique de l'étoile. Cette définition du facteur de projection, est d'une extrême importance dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation. Elle permet, en effet, de s'affranchir d'une partie des propriétés physiques individuelles des étoiles,  $\sigma_C$  et la rotation, qui sont généralement très difficiles à déterminer. Le seul inconvénient de cette méthode réside dans le fait qu'elle est très sensible au rapport signal à bruit. Par exemple, dans le cas des observations VINCI, nous avons utilisé des spectres de l'instrument CORAVEL, dont le rapport signal à bruit n'était pas suffisant pour utiliser cette méthode. Mais, néanmoins, avec la sensibilité des nouveaux spectroscopes, une telle méthode devient possible. L'étude HARPS présentée dans la prochaine section offre un bel exemple de tout ce qui vient d'être dit.

## 3.2 Observations spectrométriques HARPS de 10 Céphéides

Le traitement et l'interprétation des données spectrométriques HARPS constituent l'étude qui m'a demandé le plus de temps et de motivation durant les deuxième et troisième années de la thèse. J'ai d'abord contribué à la demande de temps d'observation auprès de l'ESO en collaboration avec nos collègues Meudonais. Une telle étude se situe dans le prolongement logique du travail effectué sur VINCI : l'objectif était de renforcer le côté spectroscopique de la méthode de la parallaxe

de pulsation, en étudiant le facteur de projection. Nous avons ainsi obtenu au total près de 300 spectres, répartis sur 10 étoiles, et correspondant à l'ensemble du domaine visible. J'ai ensuite, en Août 2004, réalisé une première analyse des données, en m'intéressant, pour commencer, à une seule raie. Il s'agissait dans un premier temps d'évaluer la qualité des observations et d'obtenir un premier aperçu. Ceci a été réalisé grâce au soutien matériel de Philippe Mathias. J'ai ainsi réalisé de nombreuses tâches préliminaires : passage du format de fichiers ".fits" en ".dat", normalisations des spectres, calculs des vitesses radiales, corrections liées au mouvement de la Terre autour du Soleil, calculs de l'asymétrie de la raie, estimation du rapport signal à bruit, calculs des éphémérides, réarrangements des spectres sur une période de pulsation etc... J'ai alors réalisé la quantité de données dont on disposait (300 spectres, contenant chacun des milliers de raies). Le signal à bruit moyen était excellent (environ 300), ainsi que la résolution spectrale ( $R = 120000$ ). C'est lors de cette première étude que j'ai constaté le comportement particulier de X Sgr. J'y reviendrai dans le chapitre consacré aux perspectives. Le plus difficile fut ensuite de trouver le meilleur axe pour étudier ces données. L'idée première était d'exploiter cette quantité énorme d'informations pour sonder les gradients de vitesse dans l'étoile. Nous reviendrons sur ce point plus loin. Ceci supposait d'abord une identification de toutes les raies du spectre, puis de définir la zone de formation de chacune d'entre elles. La base de données VALD (Vienna Atomic Line Database : <http://ams.astro.univie.ac.at/vald/>) me fut très utile pour identifier les raies, mais après avoir passé 1 mois à travailler sur TLUSTY et 1 semaine sur les modèles de Kurucz afin de déterminer la zone de formation des raies, j'ai compris l'ampleur du travail. Ceci pouvait faire l'objet d'un travail à long terme, mais ne s'adaptait guère au temps qui m'était imparti! Je me suis donc tourné vers une autre stratégie. Une autre possibilité pour exploiter ces données était de mettre en avant la résolution de l'instrument en étudiant l'asymétrie des raies spectrales. Mais, là encore la façon de procéder n'était pas évidente. Ainsi, une possibilité envisagée était de réaliser une étude semi-théorique s'appuyant sur le modèle hydrodynamique présenté dans la partie suivante. Mais l'entreprise s'est avérée également très complexe. Bien que les résultats n'étaient pas sans intérêt, j'ai en effet montré qu'il existait une corrélation entre l'asymétrie des raies et l'assombrissement centre-bord, l'étude n'était pas très concluante! Après cela, j'ai finalement trouvé un axe très intéressant. Cela s'est fait en deux temps. J'ai d'abord compris l'intérêt des courbes de corrélations entre l'asymétrie et la vitesse radiale. Il semblait en effet y avoir une signature spécifique pour chaque étoile. Après cette découverte, j'ai alors entrepris de développer un petit modèle simple pour interpréter ces courbes. Ce modèle vous a été présenté dans la première section. Je vais maintenant expliquer en détail la stratégie qui a été adoptée pour interpréter les observations HARPS.

### 3.2.1 L'asymétrie des raies spectrales et la dynamique atmosphérique

HARPS<sup>1</sup> est à l'origine un instrument dédié à la recherche des planètes extrasolaires.

Les spectres ont d'abord été ré-ordonnés sur une unique période. Je n'ai effectivement constaté aucune différence de cycle à cycle, excepté pour X Sgr, qui fut dès lors mise à part pour une étude ultérieure (voir le chapitre consacré aux perspectives). J'ai utilisé les éphémérides ( $P$  et  $T_0$ ) de Szabados (1989) pour  $\ell$  Car, et de Bernidkov (2001) pour les autres étoiles. J'ai ensuite extrait des raies spectrales les informations qui me seraient utiles pour l'étude, à savoir, les différents types de vitesses radiales, l'asymétrie et la FWHM. Pour cette étude préliminaire, je n'ai considéré qu'une

<sup>1</sup>High Accuracy Radial velocity Planetary Search project

seule raie : Fe I 6056.005Å. Pour extraire ces quantités, et surtout l'erreur statistique correspondante, une méthode a été proposée par Antoine Mérand, à savoir la méthode de la *bi*-gaussienne. Il s'agit d'ajuster une gaussienne asymétrique sur le profil, définie analytiquement de la manière suivante :

$$f(\lambda) = 1 - D \exp \left( \frac{4 \ln 2 (\lambda - \lambda_m)^2}{(FWHM(1 + A))^2} \right) \text{ si } \lambda > \lambda_m \quad (3.17)$$

et

$$f(\lambda) = 1 - D \exp \left( \frac{4 \ln 2 (\lambda - \lambda_m)^2}{(FWHM(1 - A))^2} \right) \text{ si } \lambda < \lambda_m \quad (3.18)$$

avec 4 paramètres ajustés :

- $D$ , la profondeur de la raie. Cette quantité est sans dimension.
- $\lambda_m$ , est la longueur d'onde associée approximativement au minimum de la raie (en Å). La vitesse correspondante est ( $VR_m$ ).
- $FWHM$  est la largeur à mi-hauteur de la raie également en Å.
- $A$  est l'asymétrie de la raie en pourcentage de la  $FWHM$ .

La qualité de l'ajustement s'avère excellente dans la grande majorité des cas. La figure 3.6a montre la variation du profil de  $\beta$  Dor en fonction de la phase. Pour un SNR maximum de 438 le  $\chi^2$  réduit obtenu est de l'ordre de 10. Mais pour la plupart des spectres (SNR compris entre 75 et 350), l'accord entre le modèle bi-gaussien analytique et les observations fournit un  $\chi^2$  réduit de l'ordre de 1 ou 2. C'est à dire que l'erreur moyenne sur les mesures équivaut au résidu moyen entre les observations et le modèle.

Une autre quantité très importante a été considérée : la vitesse du centroïde ( $VR_c$ ), vitesse que nous avons déjà définie plus haut (Eq. 3.16).

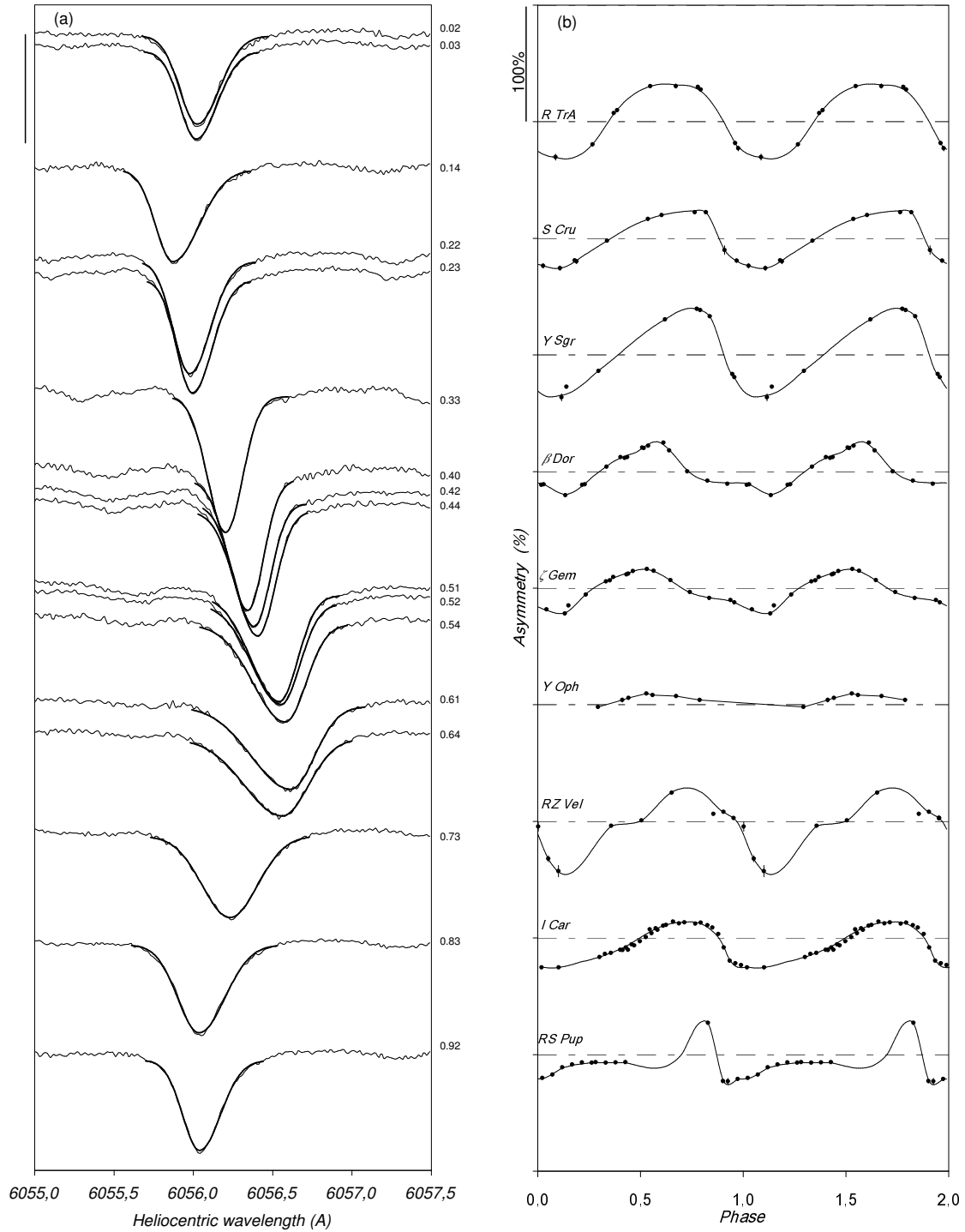
J'ai donc calculé ces quantités pour toutes les étoiles. Ces informations ont alors été synthétisées sous forme de courbes de corrélation entre l'asymétrie et la vitesse radiale (notée VR-A). Les courbes de FWHM ont aussi joué un rôle important. A titre indicatif, la figure 3.6b représente l'asymétrie de la raie spectrale en fonction de la phase, pour chaque étoile.

L'idée est alors la suivante. Il s'agit d'interpréter les observations en utilisant le modèle géométrique simple présenté plus haut. Comme nous l'avons vu, ce modèle a 4 paramètres d'entrée :

- L'assombrissement centre-bord dans le visible ( $u_V$ ), défini par l'équation Eq. 3.11.
- La vitesse pulsante (en km.s<sup>-1</sup>). Le modèle ne prend pas en compte les effets de gradients de vitesse dans l'atmosphère.
- La vitesse de rotation projetée selon l'axe de visée :  $V_{\text{rot}} \sin i$ , où  $i$  est l'angle entre la ligne de visée et l'axe de rotation de l'étoile (en km.s<sup>-1</sup>).
- Une largeur à mi-hauteur statique, que nous avons notée  $\sigma_C$ . Cette dernière, rappelons-le, est la largeur de la raie lorsqu'il n'y a pas de pulsation, ni de rotation. Elle est supposée constante avec la phase et donc ne prend pas en compte des effets de variation de température.

La figure 3.7 représente les courbes de corrélation théoriques obtenues pour plusieurs valeurs de  $\sigma_C$  et  $V_{\text{rot}} \sin i$ . La stratégie pour comparer observations et modélisation est alors la suivante.

Tout d'abord, commençons par ce qui est bien connu, à savoir l'assombrissement centre-bord. Celui-ci est déduit des tables de Claret (2000), à partir d'estimations moyennes de la température

FIG. 3.6 – Spectre HARPS de  $\beta$  Dor

(a) Evolution du profil spectral de  $\beta$  Dor en fonction de la phase. L'asymétrie de la raie est clairement observée. Les phases sont indiquées à droite de la figure. La ligne verticale en haut de la figure correspond à un flux différentiel de 0.3. (b) L'asymétrie de la raie spectrale en fonction de la phase, est déduite de l'ajustement bi-gaussien, pour toutes les étoiles.

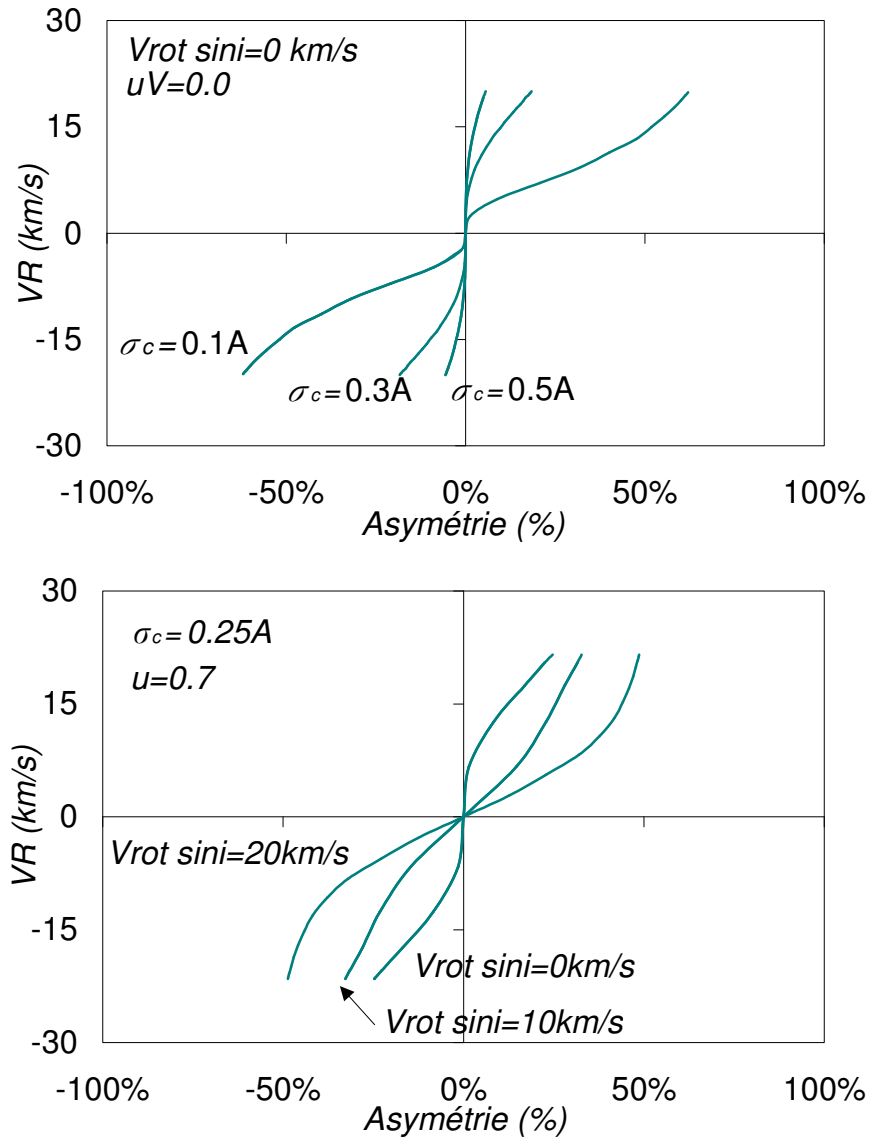


FIG. 3.7 – Courbes de corrélation théoriques

Courbes de corrélation entre ( $VR_c$ ) et l'asymétrie pour différentes valeurs de la  $\sigma_C$  et de  $V_{rot} \sin i$ . La vitesse pulsante est définie par l'Eq. 3.2.



effective, de la gravité de surface des étoiles, et de la micro-turbulence. Le paramètre  $u_V$  est donc fixé.

Ensuite, concernant la vitesse pulsante, j'ai d'abord corrigé les vitesses radiales  $VR_c$  de la vitesse héliocentrique, c'est à dire de la vitesse d'éloignement ou de rapprochement moyen de l'étoile. A partir de cette vitesse radiale, je déduis le vitesse pulsante en utilisant le facteur de projection  $p_c$  :  $V_{puls} = p_c VR_c$ . Ce dernier, rappelons-le, *ne dépend que de l'assombrissement centre-bord*, et peut donc être calculé directement à partir du modèle. On obtient en effet, à partir du modèle, en réalisant une approximation linéaire :  $p_c = -0.183u_V + 1.521$ . Il faut bien noter que cette relation n'est valide que dans le cadre de notre modèle géométrique simple : la pulsation hydrodynamique de l'étoile, les gradients de vitesse, ainsi que la variation de l'ACB dans le domaine de longueur d'onde de la raie spectrale ne sont pas pris en compte. De plus, la courbe de vitesse pulsante considérée pour calculer le facteur de projection est relativement simple (Eq. 3.2) et ne correspond pas à la réalité observationnelle. Néanmoins, cette procédure a l'avantage de faire coïncider les courbes de vitesses radiales observationnelles et théoriques. Il existe théoriquement un résidu lié à la variation des gradients de vitesse avec la phase de l'étoile, mais cet effet est visiblement très faible. Avec cette méthode, on peut donc se concentrer uniquement sur l'asymétrie des raies dans la comparaison des courbes de corrélations.

Il nous reste donc à contraindre deux paramètres :  $V_{rot} \sin i$  et  $\sigma_C$ . Ces paramètres sont très difficiles à déterminer. Notons d'abord que pour déterminer la rotation, la méthode qui consiste à prendre le premier zéro de la transformée du profil spectral (voir Gray (1999)) ne fonctionne pas, car le profil de pondération associé à la rotation est affecté par le profil de pondération de la vitesse pulsante. Il faut que la vitesse de rotation domine le champ de vitesse de l'étoile pour que cette méthode fonctionne. Par ailleurs, pour déterminer  $\sigma_C$ , prendre le minimum de la courbe de FWHM observationnelle en fonction de la phase ne fonctionne également pas, pour la simple raison que le profil spectral est élargi, de manière constante, par la rotation. Ainsi, il n'est pas aisé de déterminer ces quantités par une méthode indépendante. L'idée consiste à ajuster simultanément la courbe de corrélation VR-A, et la courbe de FWHM en fonction du temps. Voici comment on procède.

Le minimum de la courbe de largeur à mi-hauteur (FWHM) des raies spectrales observationnelles en fonction de la phase donne une indication sur  $\sigma_C$ . Ensuite, nous remarquons sur la figure 3.7 que pour des valeurs réalistes de  $\sigma_C$  et de  $V_{rot} \sin i$ , les courbes de corrélations VR-A ont des formes bien spécifiques. Nous allons mettre à profit cette situation, en ajustant  $\sigma_C$  et  $V_{rot} \sin i$  de telle manière que la courbe de corrélation théorique s'approche au plus près de la courbe observationnelle. Cependant, une fois cet ajustement réalisé, la rotation obtenue, si elle n'est pas nulle, a un impact sur le niveau moyen de la courbe de FWHM théorique. Ainsi, il faut sensiblement réajuster  $\sigma_C$ , de telle manière que les courbes de FWHM observées et théoriques, se superposent au mieux. Du fait que le modèle ne prend pas en compte les effets hydrodynamiques, il est évident que la courbe de FWHM ne correspondra pas exactement à la courbe observée, notamment aux phases d'accélération maximale. Le principe est alors de superposer au mieux les minima des deux courbes, car c'est à cet instant que les effets dynamiques dans l'atmosphère de l'étoile sont les moins prononcés. Cette procédure permet ainsi de contraindre efficacement les deux paramètres  $V_{rot} \sin i$  et  $\sigma_C$ . Néanmoins, il faut garder à l'esprit que ce modèle est simpliste, et que les paramètres obtenus, même s'ils offrent une indication intéressante, peuvent être loin de la réalité. En d'autres termes ces quantités sont certainement modèle-dépendantes. Néanmoins, l'intérêt de cette étude est que le résidu entre modélisation et observation est directement lié à la dynamique atmosphérique de l'étoile. Et effectivement, les résultats obtenus présentent la signature de tels effets dynamiques.

Pour toutes les étoiles, l'adéquation entre le modèle géométrique simple et les observations est effectivement satisfaisante à condition que l'on considère un shift en asymétrie (voir Figure 3.8 et 3.9). En effet, les courbes théoriques présentées sur la figure 3.7, passent toutes par l'origine, indiquant ainsi *qu'une raie spectrale centrée sur sa longueur d'onde de référence est symétrique*. On ne retrouve pas cette propriété dans les courbes de corrélation observationnelle. Je reviendrai sur ce point un peu plus loin. J'obtiens ainsi des estimations de  $\sigma_C$  et de  $V_{\text{rot}} \sin i$ .

Ainsi, une relation intéressante émerge entre la période de l'étoile ( $P$ ) et la rotation projetée selon la ligne de visée :

$$V_{\text{rot}} \sin i = (-11.7 \pm 0.9) \log(P) + (20.5 \pm 1.0) \text{ [in km.s}^{-1}\text{]} \quad (3.19)$$

L'interprétation de cette tendance est cependant difficile à effectuer. Un effet statistique lié à l'orientation de l'axe de rotation des étoiles est en effet à prendre en compte dans l'analyse. De plus, il est en théorie très difficile de distinguer la rotation de l'étoile et la macro-turbulence. Ainsi, cette relation doit être considérée, à bien des égards, avec prudence, et ce d'autant plus que ces résultats sont certainement modèle-dépendants, comme nous l'avons déjà mentionné.

Pour interpréter les shifts en asymétrie, dont on sait qu'ils seront liés à des effets de dynamique atmosphérique, on définit alors :

- $\gamma_O$ , la moyenne de la courbe d'asymétrie observationnelle en fonction de la phase, pour une étoile donnée. Pour réaliser cette moyenne, une interpolation périodique par splines cubiques est réalisée sur les points observationnels.
- $\gamma_C$ , la moyenne de la courbe d'asymétrie théorique en fonction de la phase. Celle-ci est non nulle du fait de la forme des courbes de vitesses radiales observationnelles. Il faut noter que ceci n'est pas incompatible avec la propriété mentionnée ci-dessus : l'asymétrie est nulle pour une vitesse nulle.
- $\gamma_{O-C}$ , la moyenne de la différence des courbes d'asymétrie observationnelle et théorique.

La figure 3.10 présente la dépendance des moyennes  $\gamma_O$ ,  $\gamma_C$ , et  $\gamma_{O-C}$  (diagramme a) et de la rotation (diagramme b) en fonction du logarithme de la période de l'étoile. On peut faire alors plusieurs remarques :

La moyennes des courbes d'asymétrie observationnelles ( $\gamma_O$ ) sont non nulles, et présentent de plus, une dépendance avec la période. Cette dépendance n'est pas obtenue au niveau des moyennes des courbes d'asymétrie théoriques ( $\gamma_C$ ). Ce qui est à souligner est que la différence entre les courbes d'asymétrie observationnelles et théoriques présente des moyennes ( $\gamma_{O-C}$ ) qui suivent la dépendance de ( $\gamma_O$ ) avec la période :

$$\overline{asy(\phi)} = (-10.7 \pm 0.1) \log(P) + (9.7 \pm 0.2) \text{ [in \%]} \quad (3.20)$$

Ainsi cette relation, contient essentiellement l'ensemble des effets dynamiques (i.e. non statiques) présents dans l'atmosphère de l'étoile : variation de l'ACB avec la phase, variation de l'ACB dans la raie spectrale, gradients de vitesse, variation de température...

En première analyse, une interprétation de ces shifts en terme de gradient de vitesse est possible. Une Céphéide de longue période possède une atmosphère plus étendue qu'une Céphéide courte période. La zone de formation de la raie est donc certainement également plus étendue dans l'atmosphère. Par ailleurs, l'atmosphère, par un effet d'accordéon, doit être soumise à d'importants gradients de vitesse. Finalement, même si notre estimateur de la vitesse indique que la raie se situe au niveau de sa longueur d'onde de référence ( $V_{\text{rad}} = 0$ ), cela ne signifie pas pour autant que

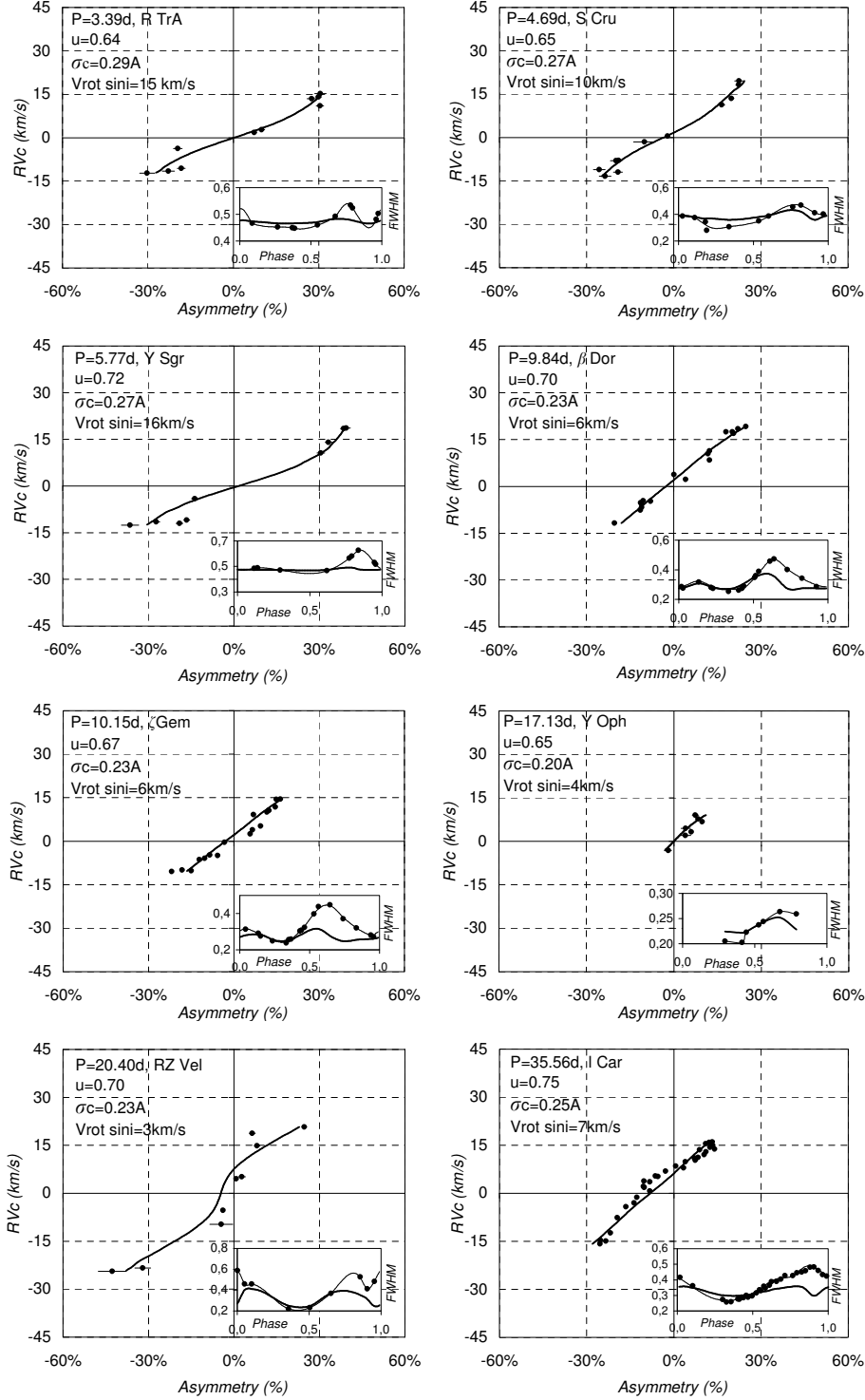


FIG. 3.8 – Courbes de corrélation observationnelles

Courbes de corrélation entre la vitesse radiale du centroïde ( $RV_c$ ) et l'asymétrie de la raie spectrale pour R TrA, S Cru, Y Sgr,  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem, Y Oph, RZ Vel et  $\ell$  Car. Les points et les courbes en gras correspondent respectivement aux observations et au modèle. Les courbes en gras correspondent à une interpolation périodique par splines cubiques. Les incertitudes sont indiquées. On remarque également que les courbes RV-A théoriques sont shiftées en asymétrie pour coller aux observations. Le petit diagramme sur chaque graphique correspond à la courbe de FWHM observationnelle (points) et théorique (courbe en gras).

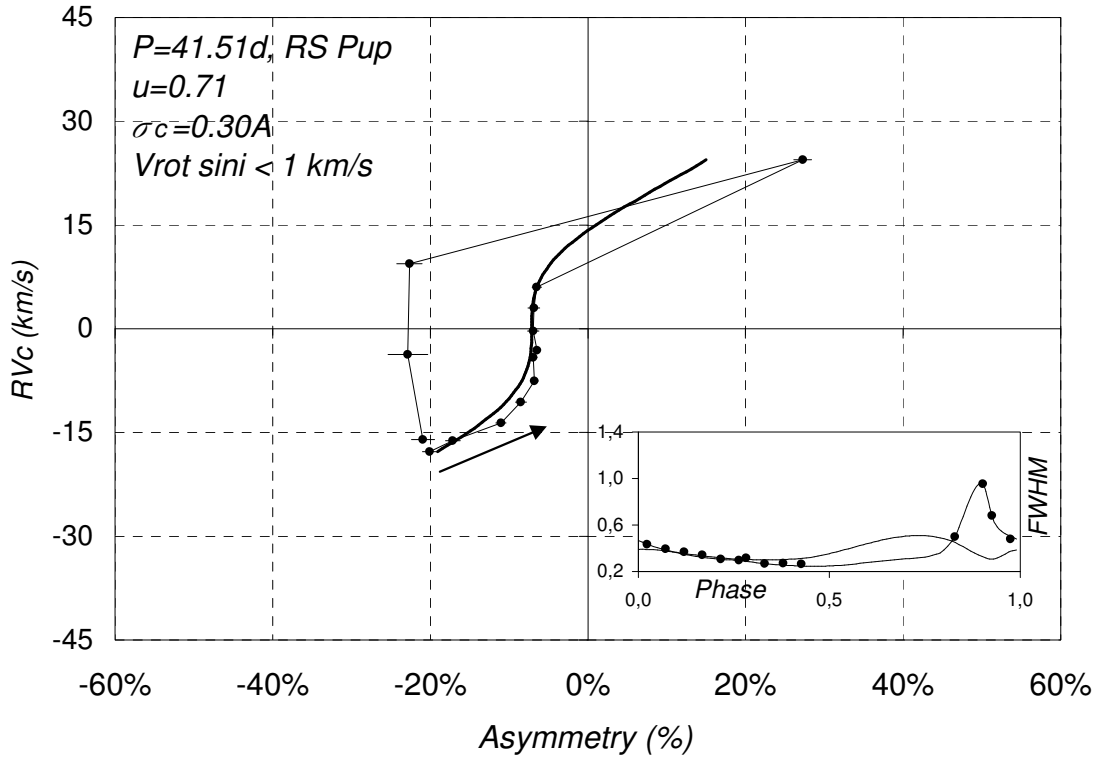


FIG. 3.9 – Courbes de corrélation de RS Pup

Même chose que pour la figure Fig. 3.8 mais pour RS Pup. La forme de la courbe de corrélation indique que l'étoile tourne très lentement, voire pas du tout. On note la présence de points atypiques dans la courbe RV-A observationnelle que l'on peut interpréter par le passage d'une onde de compression importante dans l'atmosphère de l'étoile. Pour plus de précision, voir l'article présenté ci-dessous. La flèche indique le sens et l'origine de la pulsation.

toutes les parties de la zone de formation de la raie sont au repos. Du fait des gradients de vitesse, l'asymétrie est au contraire non nulle. A cela s'ajoute le fait suivant : la vitesse photosphérique entraîne dans son sillage les couches élevées de l'atmosphère. Ainsi, le gradient, que ce soit à l'expansion ou à la contraction est toujours dirigé vers l'extérieur de l'étoile (les couches profondes vont plus lentement que les couches en altitude), ce qui expliquerait que l'asymétrie soit shiftée pour toutes les phases du même "côté" dans les courbes de corrélations. Cependant, sur la Figure 3.10b, on constate une inversion de signe pour  $\gamma_O$  en fonction de la période de l'étoile. Cet effet reste difficilement explicable. Ainsi toute interprétation définitive est délicate. La modélisation hydrodynamique sera sans conteste d'un grand secours pour comprendre en détail le comportement des courbes d'asymétrie de nos différentes Céphéides.

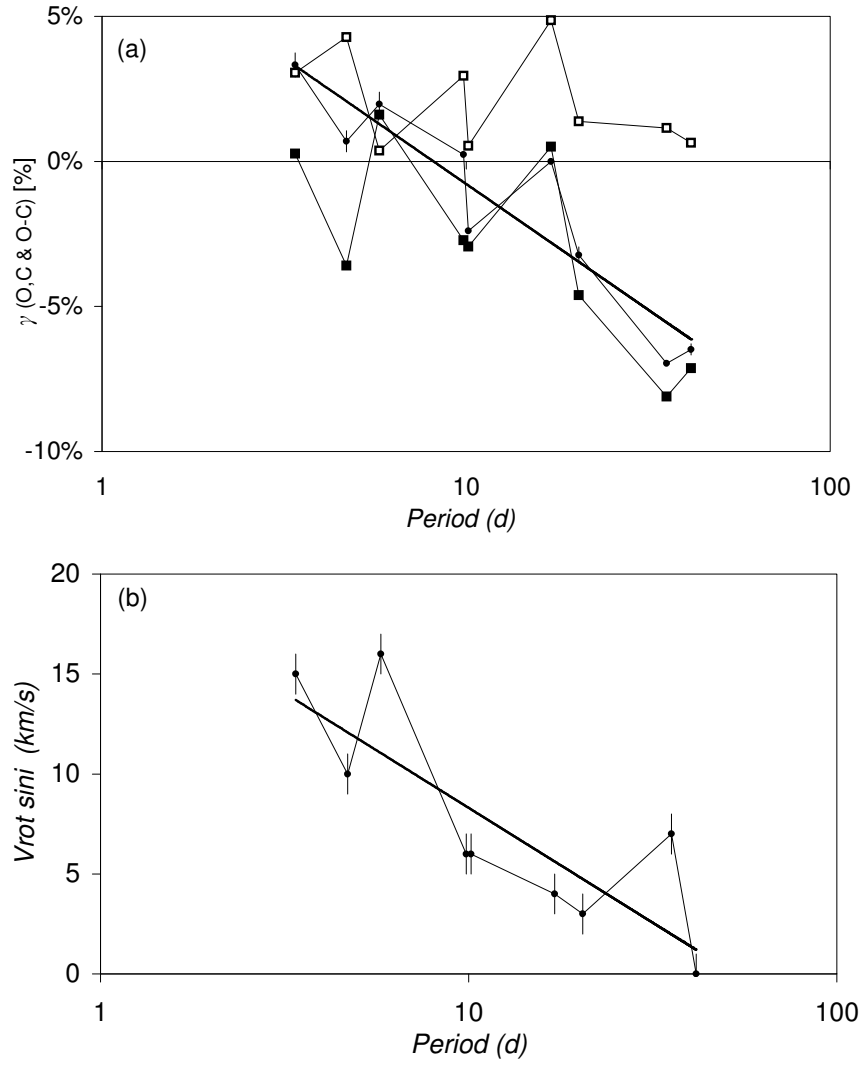


FIG. 3.10 – Dépendances avec la période de l'étoile

(a) Valeurs moyennes des courbes d'asymétries observationnelles (points noirs) et modélisé (carrés blancs), ainsi que  $\gamma_{O-C}$  (carrés noirs) en fonction de la période. (b) La dépendance de la rotation ( $V_{rot} \sin i$ ) avec la période.

**3.2.2** *High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination :**I. Line asymmetry*

*N. Nardetto, D. Mourard, P. Kervella, Ph. Mathias, A. Mérand, D. Bersier, 2005, article accepté pour publication dans la revue Astronomy & Astrophysics (en phase d'impression).*

# High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination

## I. Line asymmetry

N. Nardetto<sup>1</sup>, D. Mourard<sup>1</sup>, P. Kervella<sup>2</sup>, Ph. Mathias<sup>1</sup>, A. Mérand<sup>2</sup>, D. Bersier<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Observatoire de la Côte d’Azur, Dpt. Gemini, UMR 6203, F-06130 Grasse, France

<sup>2</sup> Observatoire de Paris-Meudon, LESIA, UMR 8109, 5 Place Jules Janssen, F-92195 Meudon Cedex, France

<sup>3</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA

<sup>4</sup> Astrophysics Research Institute, Liverpool John Moores University, Twelve Quays House, Egerton Wharf, Birkenhead, CH41 1LD, UK

Received ... ; accepted ...

### ABSTRACT

**Context.** The ratio of pulsation to radial velocity (the projection factor) is currently limiting the accuracy of the Baade-Wesselink method, and in particular of its interferometric version recently applied to several nearby Cepheids.

**Aims.** This work aims at establishing a link between the line asymmetry evolution over the Cepheids’ pulsation cycles and their projection factor, with the final objective to improve the accuracy of the Baade-Wesselink method for distance determinations.

**Methods.** We present HARPS\* high spectral resolution observations ( $R = 120000$ ) of nine galactic Cepheids : R Tra, S Cru, Y Sgr,  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem, Y Oph, RZ Vel,  $\ell$  Car and RS Pup, having a good period sampling ( $P = 3.39$ d to  $P = 41.52$ d). We fit spectral line profiles by an asymmetric bi-gaussian to derive radial velocity, Full-Width at Half-Maximum in the line (FWHM) and line asymmetry for all stars. We then extract correlations curves between radial velocity and asymmetry. A geometric model providing synthetic spectral lines, including limb-darkening, a constant FWHM (hereafter  $\sigma_C$ ) and the rotation velocity is used to interpret these correlations curves.

**Results.** For all stars, comparison between observations and modelling is satisfactory, and we were able to determine the projected rotation velocities and  $\sigma_C$  for all stars. We also find a correlation between the rotation velocity ( $V_{rot} \sin i$ ) and the period of the star:  $V_{rot} \sin i = (-11.5 \pm 0.9) \log(P) + (19.8 \pm 1.0) [\text{km.s}^{-1}]$ . Moreover, we observe a systematic shift in observational asymmetry curves (noted  $\gamma_O$ ), related to the period of the star, which is not explained by our static model :  $\gamma_O = (-10.7 \pm 0.1) \log(P) + (9.7 \pm 0.2) [\text{in } \%]$ . For long-period Cepheids, in which velocity gradients, compression or shock waves seem to be large compared to short- or medium-period Cepheids we observe indeed a greater systematic shift in asymmetry curves.

**Conclusions.** This new way of studying line asymmetry seems to be very promising for a better understanding of Cepheids atmosphere and to determine, for each star, a dynamic projection factor.

**Key words.** Techniques: spectroscopic – Stars: atmospheres – Stars: oscillations (including pulsations) – (Stars: variables): Cepheids – Stars: distances

## 1. Introduction

Long-baseline interferometers currently provide a new quasi-geometric way to calibrate the Cepheid Period-Luminosity relation. Indeed, it is now possible to determine the distance of galactic Cepheids up to 1kpc with the Interferometric Baade-Wesselink method, hereafter IBW method (see for e.g. Sasselov & Karovska (1994) and Kervella et al. (2004), hereafter Paper I). Interferometric measurements lead to angular diameter estimations over

the whole pulsation period, while the stellar radius variations can be deduced from the integration of the pulsation velocity. The latter is linked to the observational velocity deduced from line profiles by the projection factor  $p$ . In this method, angular and linear diameters have to correspond to the same layer in the star to provide a correct estimate of the distance.

The spectral line profile, in particular its asymmetry, is critically affected by the dynamical structure of Cepheids’ atmosphere : photospheric pulsation velocity (hereafter  $V_{puls}$ ), velocity gradients, limb-darkening, turbulence and rotation. Thus, radial velocities measured

\* High Accuracy Radial velocity Planetary Search project developed by the European Southern Observatory

**Table 1.** Observed sample of Cepheids sorted by increasing period.

Name	HD	$P$ <sup>(a)</sup> [days]	$T_0$ <sup>(a)</sup> [days]	Nb. of spectra	Nb. of cycles	$m_V$ <sup>(b)</sup>
R TrA	135592	3.38925	2 451 649.96	14	15	6.66
S Cru	112044	4.68976	2 451 645.64	12	3	6.60
Y Sgr	168608	5.77338	2 451 650.92	17	10	5.74
$\beta$ Dor	37350	9.84262	2 451 643.54	49	3	3.75
$\zeta$ Gem	52973	10.14960	2 451 641.78	50	3	3.90
Y Oph	162714	17.12520	2 451 653.32	7	4	6.17
RZ Vel	73502	20.40020	2 451 633.58	10	3	7.08
$\ell$ Car	84810	35.551341	2 452 290.4158	118	2	3.74
RS Pup	68860	41.51500	2 451 644.22	15	3	7.03

<sup>a</sup> For  $\ell$  Car, the reference Julian date ( $T_0$ ) and the pulsation period ( $P$ ) used to compute the phase are from Szabados (1989). For others stars we used ephemeris from Berdnikov et al. (2001).

<sup>b</sup> The visible magnitude ( $m_V$ ) is from Berdnikov et al. (2000).

from line profiles, hereafter  $V_{rad}$ , include the integration in two directions : over the surface, through limb-darkening, and over the radius, through velocity gradients. All these phenomena, except the rotation, are supposed to vary with the pulsation phase. However, they are currently merged in one specific quantity, generally considered as constant with time: the projection factor  $p$ , defined as  $V_{puls} = pV_{rad}$ .

The interferometric definition of the projection factor is of crucial importance in the IBW method, as it can induce a bias of up to 6% on the derived distance (Nardetto et al. (2004), Mérand et al. (2005)). Otherwise, the limb-darkening is also required to derive a correct estimation of the angular diameter of the star. With the latest generation of long-baseline interferometers, studying its phase-dependence is of crucial importance (Marengo et al. (2002), (2003), Nardetto et al. (2006)).

Line asymmetry was first observed for short-period cepheids by Sasselov et al. (1989). Then, Sasselov et al. (1990) studied the impact of the asymmetry on radius and distances determinations. The link between line profiles asymmetry and the projection factor has been studied by Albrow et al. (1994). Finally, an error analysis of the IBW method is given in Marengo et al. (2004).

We present here a new original study of the line asymmetry using the very high spectral resolution of HARPS ( $R = 120000$ ). We have observed 9 galactic Cepheids with periods ranging from  $P=3.39d$  to  $P=41.52d$ . Radial velocity, full-width at half-maximum (hereafter FWHM) and line asymmetry are presented for all stars in Sect. 2.

Section 3 deals with modelling and Sect. 4 with observations interpretation. Through a geometric model different definitions of the projection factor are proposed and compared in order to find the best procedure. Then the model is used to interpret observational radial velocity and asymmetry correlation curves. A set of parameters is thus derived for all stars. Taking into account the whole sample of stars we discuss general properties and in particular the period-dependencies.

## 2. HARPS observations

### 2.1. Journal of observations

HARPS is a spectrometer dedicated to the search for extrasolar planets by means of radial velocity measurements. It is installed at the Coudé room of the 3.6 meter telescope at La Silla. The resolution is  $R = 120000$  and the average Signal to Noise Ratio we obtain over all observations in the continuum (292 spectra) is 300 per pixel. The observed sample of Cepheids is presented in Table 1.

We have used the standard ESO/HARPS pipe-line reduction package with a special attention for the normalization process. We have noted on metallic line profiles of all stars a good reproduction from cycle-to-cycle. Therefore, spectra for a given star have been recomposed into an unique cycle.

Using Kurucz models (1992) we have identified about 150 unblended spectral lines. This first study considers only the unblended metallic line Fe I 6056.005 Å.

### 2.2. A new estimator of the radial velocity, FWHM and asymmetry: the bi-gaussian

Several methods have been used to measure radial velocities of Cepheids, each having advantages and drawbacks. Among these methods there is the line minimum (usually determined via a parabolic fit to a few pixels near the bottom of the line) a gaussian fit (obviously not adequate for asymmetric lines), the line centroid, determined from the integration of the line profile (requires high *Signal/Noise* ratio), and the line bisector where one measures the width of the line at one or several depths. Our bi-gaussian approach combines advantages of methods useful for low *S/N* data while providing information usually associated with high resolution and high *S/N* data (asymmetry).

Radial velocity, full width at half-maximum (FWHM) and asymmetry have been derived simultaneously applying a classical  $\chi^2$  minimization algorithm between the ob-



served line profile ( $S(\lambda)$ ) and a modelled spectral line profile ( $f(\lambda)$ ). The corresponding reduced  $\chi^2$  is :

$$\chi_{red}^2 = \frac{1}{N - \nu} \sum_{i=0}^N \frac{(S(\lambda_i) - f(\lambda_i))^2}{\sigma(\lambda_i)^2} \quad (1)$$

with  $N$  the number of pixel in the spectral line,  $\nu$  the number of degrees of freedom and  $\sigma(\lambda_i) = SNR * f(\lambda_i)$  is the statistical uncertainty associated to each pixel.  $SNR$  is the estimate of the Signal to Noise Ratio in the continuum.

The analytic line profile is defined by :

$$f(\lambda) = 1 - D \exp\left(\frac{4 \ln 2 (\lambda - \lambda_m)^2}{(FWHM(1 + A))^2}\right) \text{ if } \lambda > \lambda_m \quad (2)$$

and

$$f(\lambda) = 1 - D \exp\left(\frac{4 \ln 2 (\lambda - \lambda_m)^2}{(FWHM(1 - A))^2}\right) \text{ if } \lambda < \lambda_m \quad (3)$$

with four free parameters :

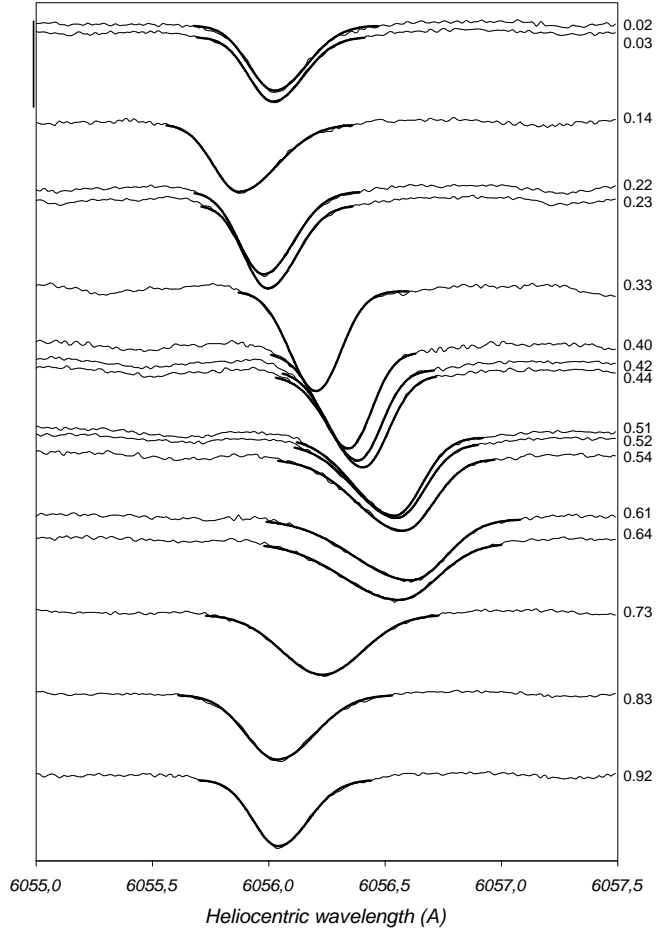
- $D$ , the depth of the line. This quantity has no dimension.
- $\lambda_m$ , the wavelength associated to the minimum of the line (in Å). The corresponding radial velocity is noted  $RV_m$ .
- $FWHM$  is the Full-Width at Half-Maximum in the line, also in Å.
- $A$  is the asymmetry as a percentage of the  $FWHM$ .

The  $4 \ln 2$  factor is to obtain a correct definition of the  $FWHM$ . Forcing asymmetry to zero in this minimization process is equivalent to fitting a gaussian to the line profile. In this case we can derive another type of radial velocity noted  $RV_g$ .

There are different ways to define the line asymmetry (see e.g. Sasselov et al. 1990; Sabbey et al. 1995). The advantage of the bi-gaussian method is that it offers the possibility to derive statistical uncertainties directly from the minimization process. Moreover, all parameters ( $RV_m$ ,  $FWHM$ ,  $D$  and  $A$ ) are fitted simultaneously leading to a very consistent set of information. The largest reduced  $\chi^2$  we obtain with this method is of about 10 corresponding to a  $SNR$  of 438, but in most cases we have a reduced  $\chi^2 \simeq 1$  or 2 corresponding to a  $SNR$  ranging from 75 to 350. That means that our analytic model is well suited to the data quality. We note also that the reduced  $\chi^2$  is not sensitive to the spectral line resolution.

As an example, Fig. 1 presents line profile variation for  $\beta$  Dor together with the analytic spectral line profile. We find that the asymmetry is insensitive to the choice of the continuum. However, this one has to be correctly defined to derive correct values of the  $FWHM$  and line depth  $D$ .

Another radial velocity definition, the centroid velocity ( $RV_c$ ) or, the first moment of the spectral line profile, has been estimated as:



**Fig. 1.** Spectral line evolution of  $\beta$  Dor together with the modelled bi-gaussian (bold). Line asymmetry is clear. The vertical line at the top corresponds to a differential flux of 0.3. Pulsation phases are given on the right of each profile.

$$RV_c = \frac{\int_{line} \lambda S(\lambda) d\lambda}{\int_{line} S(\lambda) d\lambda} \quad (4)$$

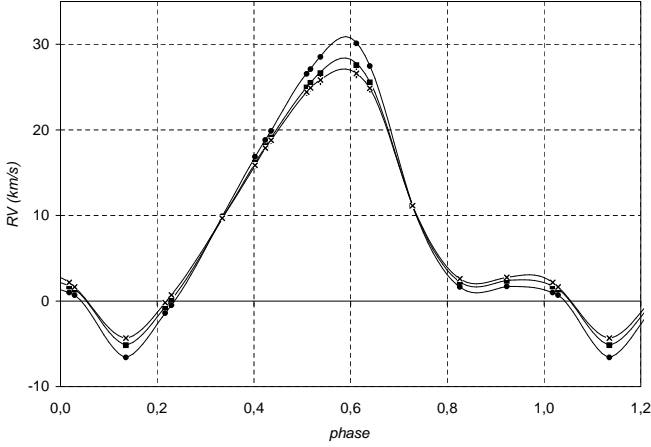
Tables 3, 4 and 5 present the resulting values of  $RV_g$ ,  $RV_m$ ,  $RV_c$ ,  $FWHM$ ,  $D$ ,  $A$ ,  $SNR$  and  $\chi_{red}^2$  together with the corresponding uncertainties computed from the fitting method.

### 2.3. Radial velocity

As indicated in the previous section, we can derive three types of radial velocity : the velocity associated to the gaussian fit ( $RV_g$ ), the line minimum ( $RV_m$ ) and the barycenter of the spectral line ( $RV_c$ ). Figure 2 shows these radial velocity curves obtained in the case of  $\beta$  Dor. Figure 3 represents for each star of our sample, the  $RV_m$  variation (arbitrary shifted). The solid lines are the interpolated curves using a periodic cubic spline function. This function is calculated either directly on the observational points (e.g.  $\beta$  Dor) or using arbitrary pivot points (e.g. RZ Vel). In the latter case, a classical minimization process between observations and the interpolated curve is used to optimize

4

N. Nardetto et al.: High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination



**Fig. 2.**  $\beta$  Dor radial velocities obtained with different method:  $RV_m$  (points),  $RV_g$  (squares), and  $RV_c$  (crosses). Statistical uncertainties at  $\pm 1\sigma$  are indicated but too small to be visualized. We can therefore see the impact of the choice of the method in the case of a very asymmetric line (Fig. 1).

the position of the pivot points. All the interpolated curves presented in this study are derived using one of these two methods. The only exception is Y Oph (too few points) for which we performed a linear interpolation.

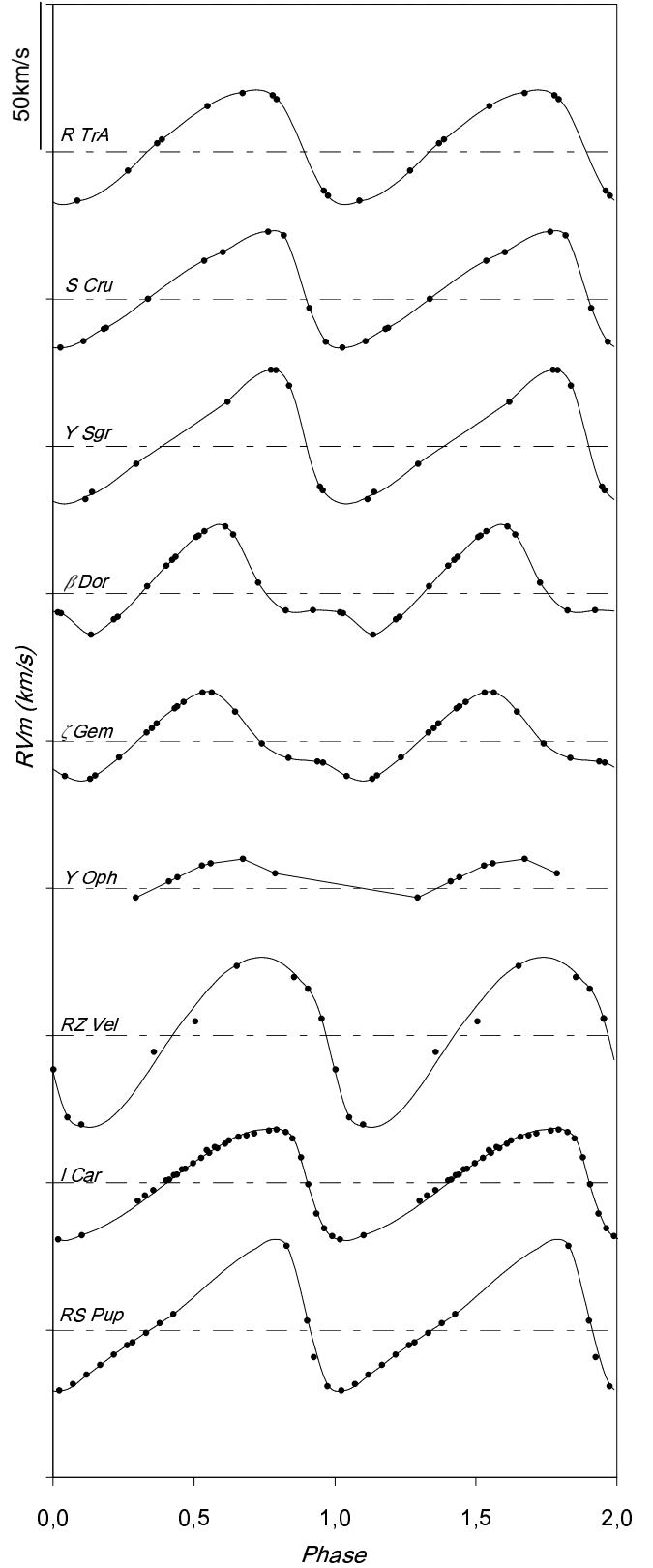
#### 2.4. The Full-Width at Half-Maximum in the line

Figure 4 presents the FWHM curve as a function of phase for all stars. We note that the largest FWHM values are obtained for the maximum contraction velocities. RS Pup, the longest period Cepheid of our sample, seems to present an important compression or shock wave signature. Figure 5 presents line profile variation for this star. Unfortunately the phase coverage is not very good, but we can clearly see a strong increase of the FWHM at  $\phi = 0.83$ . Such phenomenon has been already detected in  $\beta$  Cepheids (Fokin et al. (2004)).

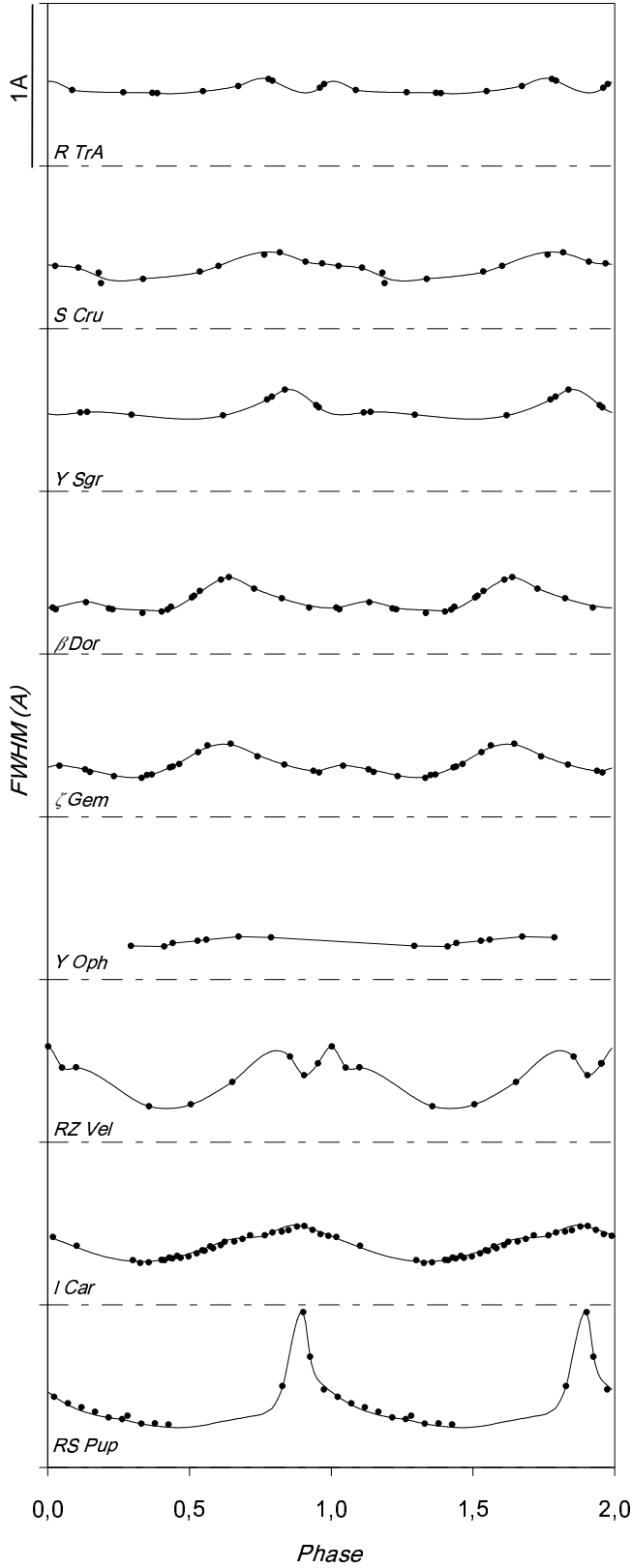
#### 2.5. Asymmetry

Figure 6 shows the asymmetry variation for all stars. Generally speaking, the shape of the asymmetry curve is similar to the shape of the velocity curve  $RV_m$ .

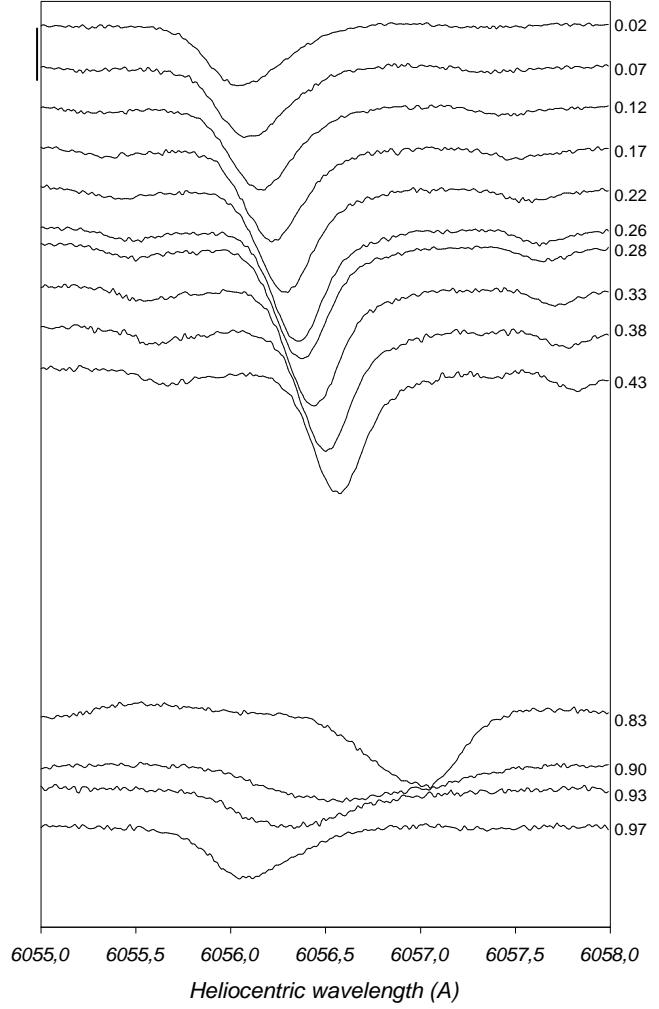
As already mentioned in Sect. 2.3, the radial velocity according to the choice of the method considered is sensitive to the line asymmetry. Figure 7 shows the correlation between the differences of radial velocity ( $\Delta V = RV_m - RV_g$ ) and the asymmetry of the line. We have only presented here the case of  $\ell$  Car and RS Pup. Each star presents a similar behavior. A typical difference in velocity of about  $4\text{km.s}^{-1}$  can be obtained for an asymmetry of 40% in extreme cases (Y Sgr and R TrA). The relation between the radial velocity difference and the asymmetry is certainly affected by star characteristics (rotation, FWHM, velocity gradients) present in the line asymmetry. In particular RS Pup signature is certainly affected by



**Fig. 3.** Radial velocity curves ( $RV_m$ ). Curves have been arbitrarily shifted vertically. The horizontal lines are the zero velocity in the stellar rest frame. Largest velocities are for receding motion.



**Fig. 4.** FWHM versus phase for all stars. Curves have been arbitrarily shifted vertically. The horizontal lines correspond to a zero FWHM. Note the particular case of RS Pup, which may present the signature of an important compression or shock wave. RS Pup has the longest period of our sample.



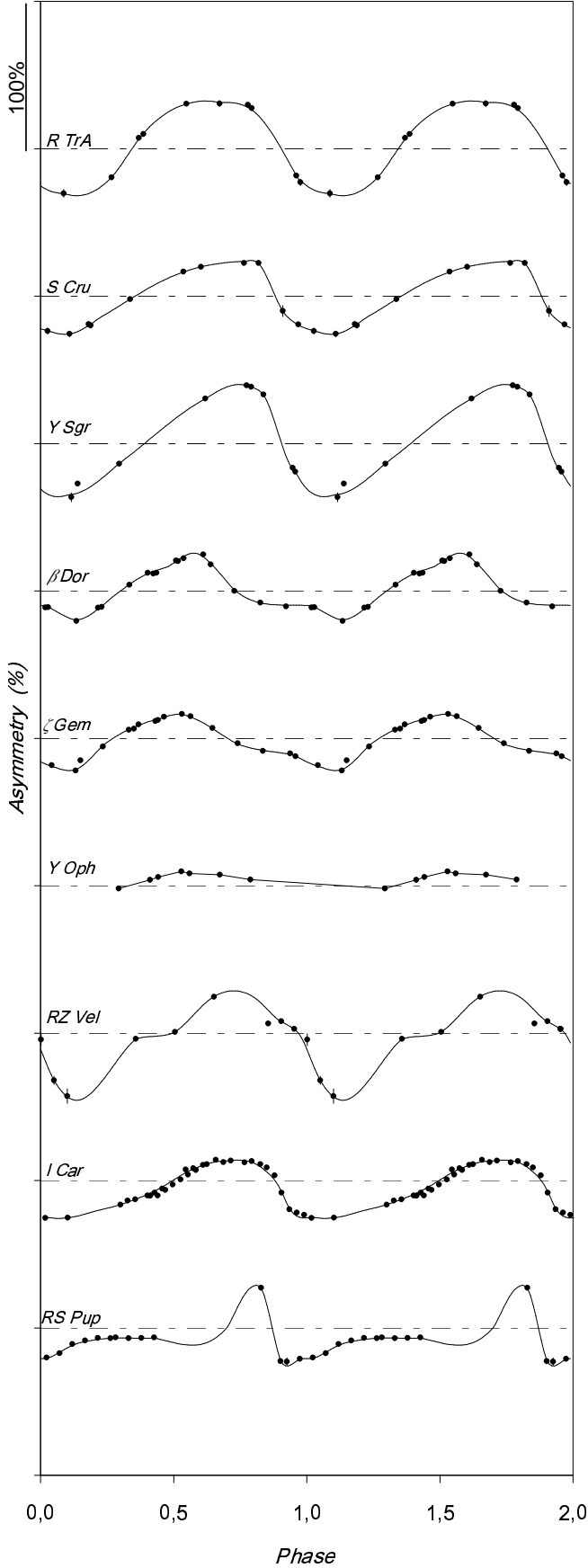
**Fig. 5.** Fe I 6056.005 Å spectral line evolution of RS Pup. The vertical line at the top corresponds to a differential flux of 0.2. We note the broadening of the line at  $\phi = 0.83$  which could be the signature of a strong velocity gradient (compression or shock wave).

strong velocity gradient effects. The fact that the  $RV_m$  and  $RV_g$  radial velocities present such differences as a function of the pulsation phase is an additional difficulty concerning an average projection factor and its time-dependence determination. With the centroid estimator of the radial velocity ( $RV_g - RV_c$  or  $RV_m - RV_c$ ) results are quite similar.

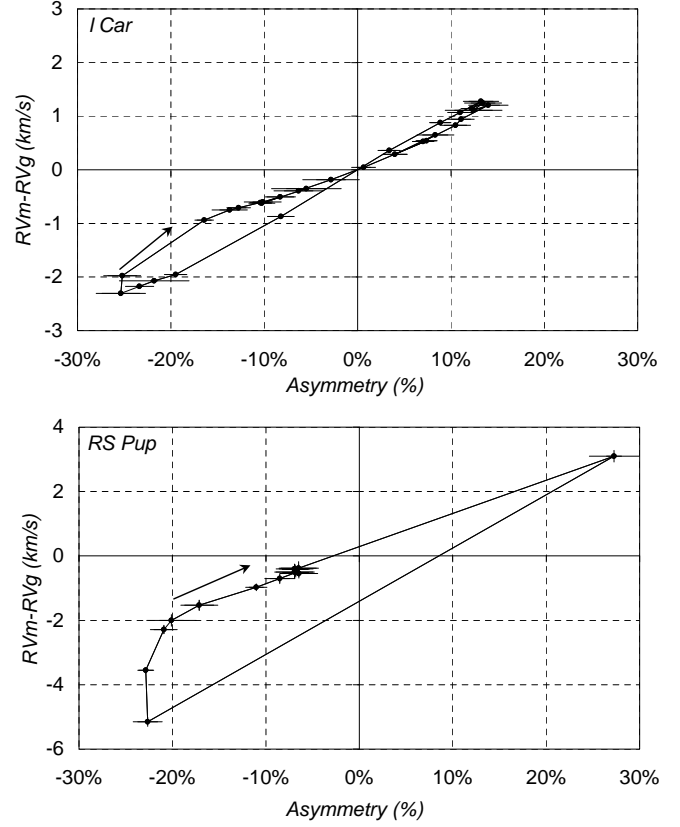
In next sections, we summarize all observational results in correlation diagrams between radial velocity and asymmetry. These correlations are interpreted using the geometric model in order to determine some physical parameters of our stars and to obtain information about dynamical effects in Cepheids atmosphere.

### 3. A toy model

We consider a limb-darkened pulsating star in rotation with an one-layer atmosphere. Our model has four parameters :



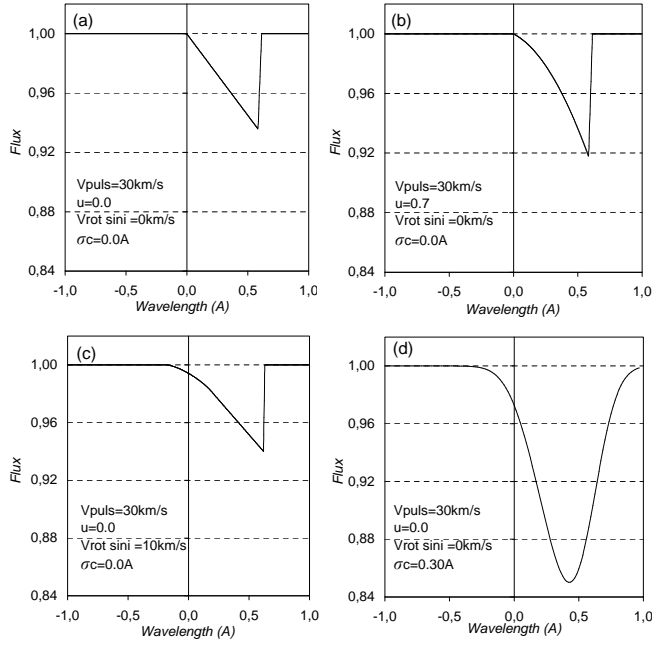
**Fig. 6.** Asymmetry against phase for all stars. Curves have been arbitrarily shifted vertically. The horizontal lines correspond to an asymmetry of zero.



**Fig. 7.** Difference between the radial velocity obtained with the line minimum and the gaussian fit methods as a function of the asymmetry in the case of  $\ell$  Car and RS Pup. Statistical uncertainties are provided for each point. Arrows indicate the direction and the origin  $\phi = 0$  of the curves. These relations are not linear and certainly affected by star characteristics (rotation, FWHM, velocity gradients...).

- the limb-darkening of the star : we consider a linear law for the continuum-intensity profile of the star defined by  $I(\cos(\theta)) = 1 - u_V + u_V \cos(\theta)$ , where  $u_V$  is the limb-darkening of the star in V band (Claret et al. (2000)). Its value is about 0.7 for Cepheids.  $\theta$  is the angle between the normal of the star and the line-of-sight.
- the projected rotation velocity  $V_{\text{rot}} \sin i$ , where  $i$  is the angle between the line-of-sight and the rotation axis (in  $\text{km.s}^{-1}$ ).
- the pulsation velocity (in  $\text{km.s}^{-1}$ ).
- the width of the spectral line (in  $\text{\AA}$ ), hereafter named  $\sigma_C$ . It is the FWHM of the line with no pulsation nor rotation velocities. It is supposed to be constant with the pulsation phase.

The velocity field is a combination of pulsation and rotation velocities. Through the Doppler effect, this field can be transposed into wavelengths, and weighted by the surface brightness (limb-darkening) to obtain the weighting of the spectral line. We have then to convolve it with the intrinsic profile to obtain the synthetic spectral line pro-



**Fig. 8.** The weighting or the synthetic spectral line profile in different cases, considering (a) the pulsation velocity, (b) the limb-darkening, (c) the rotation and, (d) an intrinsic width for the line ( $\sigma_C$ ).

file. The weighting or the synthetic spectral line profile are presented in different cases in Fig. 8.

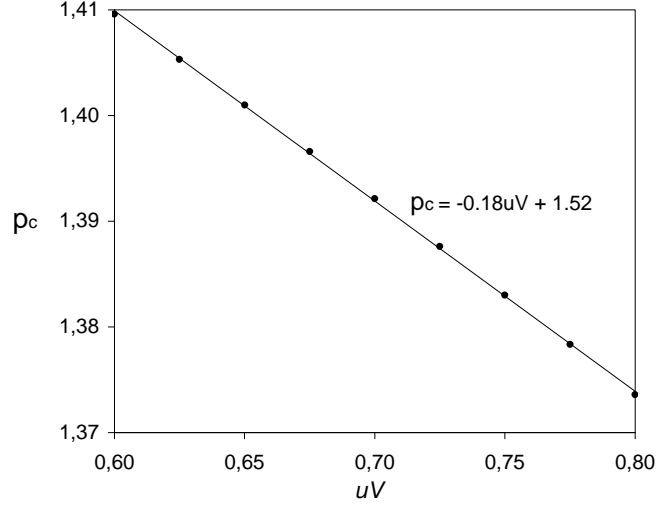
We now consider a pulsation velocity curve defined by:

$$V_{\text{puls}}(\phi_i) = V_{\text{max}} \cos(2\pi\phi_i) \quad (5)$$

with a typical value for the maximal pulsation velocity of  $V_{\text{max}} = 30 \text{ km.s}^{-1}$ . This relation which is a poor approximation of the pulsation velocity curve is only used for the projection factors determination (see below). It has no incidence on the results (see Sect 4.1). From the synthetic spectral line profiles, we perform a bi-gaussian fit to derive the four parameters described in Sect. 2.2 :  $D$ ,  $\lambda_m$ ,  $FWHM$  and  $A$ . Then we derive the  $RV_m$ ,  $RV_g$ ,  $RV_c$  velocities, and the corresponding radial velocity-asymmetry correlation curves (hereafter RV-A plot). In Fig. 10, the RV-A plots are represented for different values of the  $\sigma_C$  and rotation parameters. The limb-darkening (considered as constant with the pulsation phase) has a very small effect in the weighting of the line profile and thus practically no impact on the RV-A plot. Applying a classical minimization process between the pulsation and radial velocities, we have also derived for each set of parameters the corresponding constant projection factors:  $p_m = \frac{V_{\text{puls}}}{RV_m}$ ,  $p_g = \frac{V_{\text{puls}}}{RV_g}$  and  $p_c = \frac{V_{\text{puls}}}{RV_c}$ .

Firstly, we note that the  $\sigma_C$  of the line and the rotation have different effects on the slope and/or shape of the correlation curves.

Secondly, correlation curves are slightly different from one definition of radial velocity to another. But the interesting point is that the  $RV_c$  velocity does not depend of  $\sigma_C$



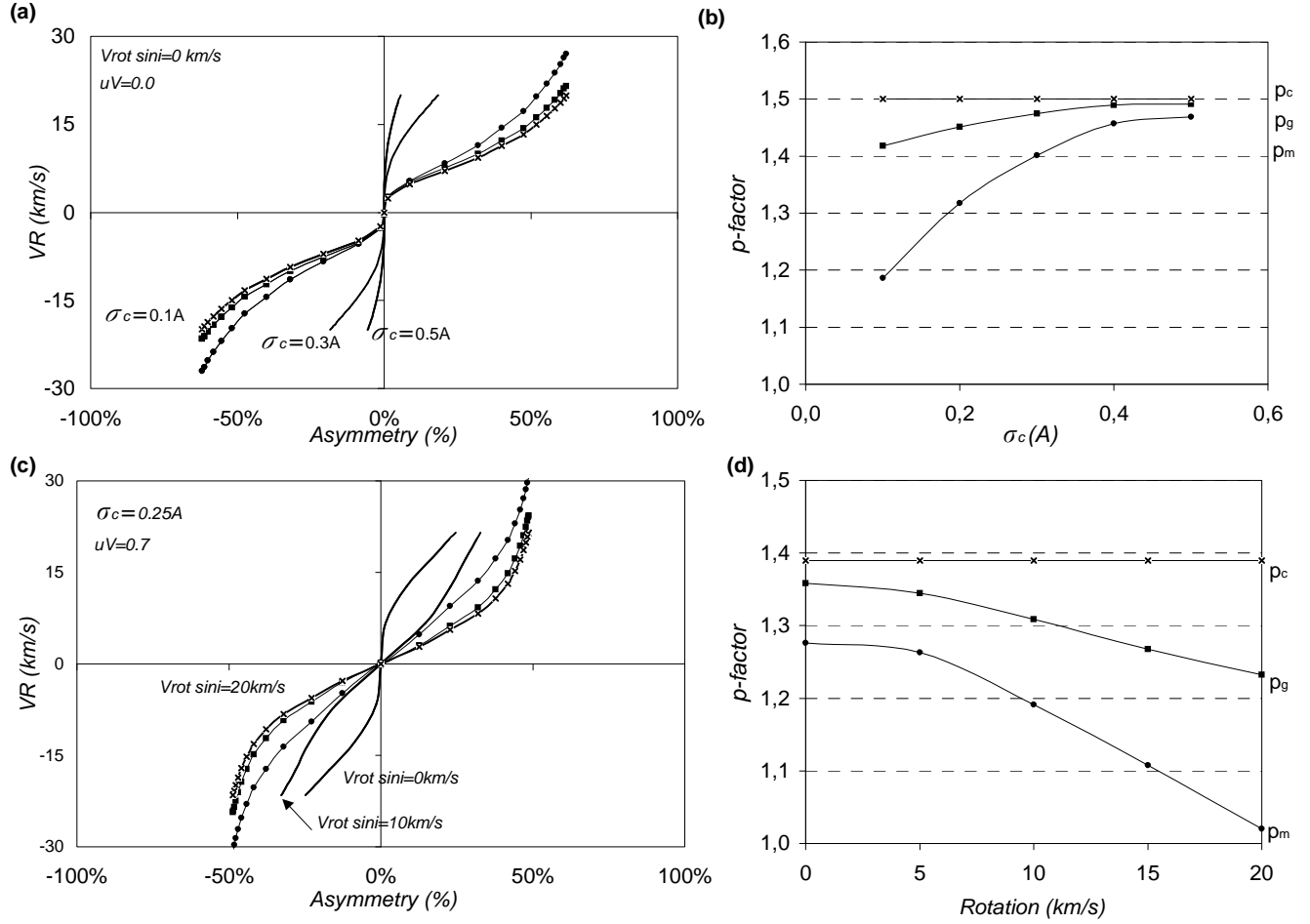
**Fig. 9.** The projection factor corresponding to the centroid velocity ( $p_c$ ) as a function of the limb-darkening parameter ( $u_V$ ). Dots are the results from the toy model and the solid line corresponds to the linear approximation ( $\chi^2 \simeq 10^{-5}$ ).

and/or rotation. This behavior is clearly seen on diagrams 10b and 10d : the centroid projection factor  $p_c$  is constant with the  $\sigma_C$  and the rotation while the gaussian and the minimum projection factors,  $p_g$  and  $p_m$ , are varying. For the Cepheids of our sample the centroid projection factor ranges from  $p_c = 1.40$  ( $u_V = 0.64$ ; R TrA) to  $p_c = 1.38$  ( $u_V = 0.75$ ;  $\ell$  Car), through the following relation :

$$p_c = -0.18u_V + 1.52 \quad (6)$$

This relation is an linear approximation from the geometrical model (see Fig. 9). Note that the geometrical model does not contain the physics of the pulsations, and thus the relation may not hold when instead of  $u_V$  a more realistic limb-darkening (taking into account hydrodynamic effects) is used. In particular, hydrodynamic effects can result in a much larger limb-darkening, especially at the wavelengths corresponding to spectral line (see e.g. Marengo et al. 2003).

This behavior is of great importance in the context of the IBW method. Indeed, the community has often used the  $p_c = 1.36$  value of the projection factor (Burki et al. (1982)) using the gaussian method instead of the centroid method. As seen here, and already pointed out by Burki et al. (1982), this estimator is biased by the rotation velocity, even if Cepheids are supposed to be slow rotators, and also by the  $\sigma_C$ . We thus recommend the centroid based methods (spectral observable and  $p$ -factor) for the analysis of Cepheid radial velocities. For the present work, we have therefore chosen the  $RV_c$  definition of the radial velocity. Even though this requires substantial  $S/N$ , its advantages outweigh the drawback of spending more telescope time to acquire the data.



**Fig. 10.** Results of the geometric model of pulsating star. (a-b) The radial velocity-asymmetry correlation curves for different  $\sigma_C$ , with no rotation and no limb-darkening (uniform disk). Points, squares and crosses correspond respectively to the  $RV_m$ ,  $RV_g$  and  $RV_c$  radial velocities. For clarity  $RV_g$  and  $RV_m$  are represented only for  $\sigma_C = 0.1$  Å. The solid lines are the interpolated curves using a cubic spline function. The corresponding projection factors are represented on diagram (b). (c-d) Same plots but for different values of the rotation. The  $\sigma_C$  and the limb-darkening are respectively of 0.25 Å and 0.7. These RV-A plots are used to interpret HARPS observations.

## 4. Interpretation

### 4.1. Methodology

Modeling results obtained in the previous section are now helpful to elaborate a strategy in a comparison of observations and models.

Firstly, the effective temperature  $T_{\text{eff}}$  and the surface gravity  $\log g$  have been used to derive the intensity profile of stars through linear limb-darkening coefficients  $u_V$  of Claret et al. (2000) (see Table 2).

Secondly, we determine the projection factor  $p_c$  using Eq. 6. The pulsation velocity is then derived through  $V_{\text{puls}} = p_c RV_c$ , where  $RV_c$  is the observational radial velocity corrected from the heliocentric velocity given in Table 2. The pulsation velocity  $V_{\text{puls}}$  and the projection factor  $p_c$  (see Table 2) obtained are not physically realistic, because our model does not include dynamical effects and in particular velocity gradients in the atmosphere, nevertheless this procedure imposes the surimposition of

observational and modelled radial velocity curves  $RV_c$ . Moreover, as a very good agreement is observed for each phase (better than 1%), it validates the use of a *constant* projection factor ( $p_c$ ). We find also that the poor description of the pulsation velocity (Eq. 5) used to derive  $p_c$  has no incidence on the resulting modelled  $RV_c$  curve. By this procedure, we can thus concentrate only on the asymmetry, making the interpretation easier. Note that Nardetto et al. (2004) already gave an indication of the impact of velocity gradients on the projection factor, and thus on the distance determination, in the case of  $\delta$  Cep (about -6%). In Table 2, we also indicate for each star the corresponding projection factors  $p_g$  and  $p_m$  for comparison.

Thirdly,  $\sigma_C$  and  $V_{\text{rot}} \sin i$  are determined together from the observational RV-A and FWHM curves. We first consider the minimum of the observational FWHM curve to obtain an indication on the value of  $\sigma_C$ . We then find the rotation which gives the best slope and shape for the RV-A curve. But as the rotation has also an impact on the

**Table 2.** Optimized parameters obtained for each sample Cepheid through the confrontation of HARPS observations with our geometric model

stars	R TrA	S Cru	Y Sgr	$\beta$ Dor	$\zeta$ Gem	Y Oph	RZ Vel	$\ell$ Car	RS Pup
Period	3.38925	4.68976	5.77338	9.84262	10.14960	17.12520	20.40020	35.551341	41.51500
$mean\ T_{eff}^a$ [K]	6354	5995	5350	5490	5727	5907	5537	5091	5143
$mean\ \log(g)^a$	2.0	1.9	1.0	1.8	1.5	1.5	1.5	1.5	0.4
$u_V^b$	0.6371	0.6541	0.7194	0.6999	0.6721	0.6514	0.6970	0.7541	0.7121
$v_\gamma^c$ [km.s $^{-1}$ ]	-13.2	-7.1	-2.5	7.4	6.9	-6.6	24.1	3.6	22.1
$\sigma_C$ (d) [Å]	0.29	0.27	0.27	0.23	0.23	0.20	0.23	0.25	0.30
$V_{rot}\ \sin i$ (e) [km.s $^{-1}$ ]	15	10	16	6	6	4	3	7	< 1
$p_m = \frac{V_{puls}}{RV_m}$	1.13	1.23	1.10	1.23	1.23	1.23	1.26	1.23	1.31
$p_g = \frac{V_{puls}}{RV_g}$	1.28	1.31	1.26	1.32	1.32	1.33	1.34	1.31	1.36
$p_c = \frac{V_{puls}}{RV_c}$	1.40	1.40	1.39	1.39	1.40	1.40	1.39	1.38	1.39
$\gamma_O$ (e) [%]	3.3	0.7	2.0	0.2	-2.4	-	-3.2	-6.9	-6.5
$\gamma_C$ (g) [%]	3.1	4.3	0.4	2.9	0.5	-	1.4	1.2	0.6
$\gamma_{O-C}$ (h) [%]	0.2	-3.6	1.6	-2.7	-2.9	-	-4.6	-8.2	-7.1

<sup>a</sup>  $T_{eff}$  [K] and  $\log(g)$ , deduced from Gieren et al. (1998) for R TrA, S Cru, Y Oph and RZ Vel. For Y Sgr,  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem,  $\ell$  Car, and RS Pup these quantities have taken from Cayrel de Strobel et al. ((1997), (2001)).

<sup>b</sup>  $u_V$  from Claret et al. (2000)

<sup>c</sup>  $v_\gamma$  from Galactic Cepheid database (online : <http://www.astro.utoronto.ca/DDO/research/cepheids>)

<sup>d</sup> Uncertainty on  $\sigma_C$  is of about 0.02Å.

<sup>e</sup> Uncertainty on  $V_{rot}\ \sin i$  is of about 1km.s $^{-1}$ .

<sup>f</sup>  $\gamma_O$  [%] is the averaged value of the observational asymmetry curves. The associated statistical uncertainties are of the order of 0.3%.

<sup>g</sup>  $\gamma_C$  [%] is the averaged value of the computed asymmetry curves.

<sup>h</sup>  $\gamma_{O-C}$  [%] is the average value of the O-C asymmetry curve.

FWHM (about 0.02Å), we have then to slightly readjust  $\sigma_C$  accordingly. By this process we finally find the best and unique values for  $\sigma_C$  and  $V_{rot}\ \sin i$ .

The uncertainties on  $V_{rot}\ \sin i$  and  $\sigma_C$ , associated to the minimization process, were estimated to be respectively 1km.s $^{-1}$  and 0.02Å. Similar uncertainties are found if one considers several metallic lines. Note however that our toy model is too simple to provide secure and precise values of the rotation, which is the most interesting parameter. In particular the broadening of the spectral line due to the macro-turbulence can certainly affect our rotation values (Bersier & Burki (1996)). Nevertheless our principal and first objective is to probe the dynamical effects by a direct comparison of our static model with observations.

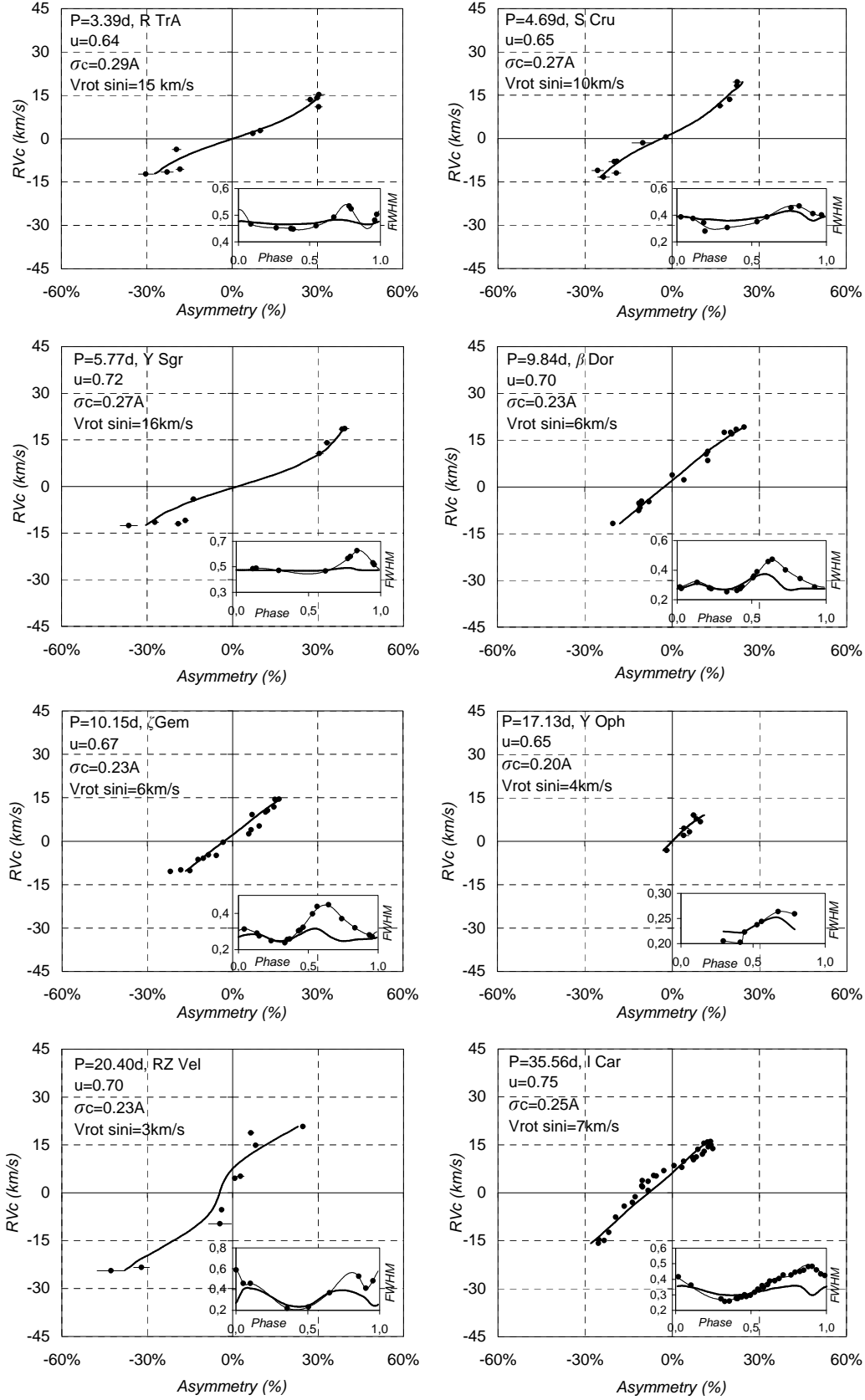
#### 4.2. Observations Versus Modelisation

We now apply our methodology to each Cepheid of our sample. Results are indicated in Table 2. RV-A plot are represented on Fig. 11 and 12. Note that RV-A plot deduced from the model have been shifted in asymmetry to match the observations (this point is discussed in next section). For R TrA and Y Sgr, we can notice a very small slope for the RV-A plot and a very large value for the observational FWHM. It indicates a large rotational velocity  $V_{rot}\ \sin i$  and a properly small value for  $\sigma_C$  (see Fig. 10ac). Thus, the corresponding gaussian and minimum projection factors ( $p_g$  and  $p_m$ ) are lower than for others stars

(see Fig. 10bd). Conversely, for Y Oph and RZ Vel the RV-A plot have relatively large slope while the observational FWHM is typical (about 0.3). This has a direct consequence on the rotation, which is then very small, and on the projection factors ( $p_g$  and  $p_m$ ) which are then relatively large. Comparatively, S Cru,  $\beta$  Dor and  $\zeta$  Gem can be considered as intermediate cases. For  $\ell$  Car and RS Pup, we obtain an atypical RV-A plot which is greatly shifted in asymmetry. For RS Pup, we obtain a specific RV-A plot characterized by a strong curvature which can be interpreted by our geometric model as a very slow rotation velocity  $V_{rot}\ \sin i < 1$  km.s $^{-1}$ . Note that atypical points which are observed at the top of the RV-A plot are certainly due to dynamical effects since they corresponds to phases of outwards acceleration.

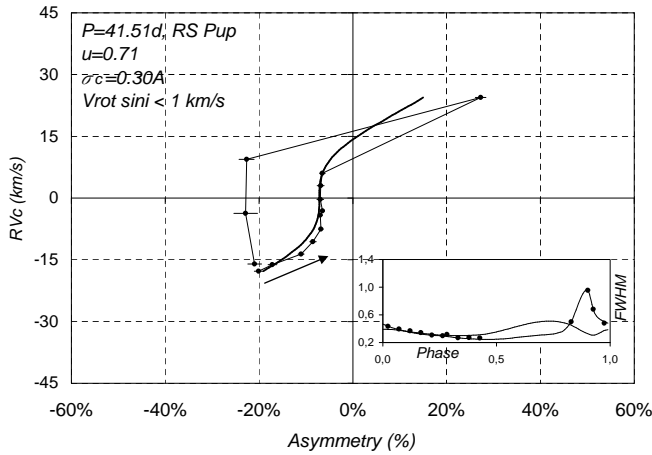
#### 4.3. Discussion

As observed in the particular case of  $\ell$  Car and RS Pup, an important systematic shift in asymmetry can be present between observations and models. We define respectively  $\gamma_O$  and  $\gamma_C$  the averaged value of the observational and computed asymmetry curves [in %]. Note that the phases are sampled in the same way for data and model. Results are indicated in Table 2. We have also calculated for each star the residuals between the observational and computed asymmetry curves, noted O-C curves (Fig. 13). We define  $\gamma_{O-C}$ , the average value of these residual curves. These O-



**Fig. 11.** Radial velocity ( $RV_c$ ) - asymmetry correlation curves for R TrA, S Cru, Y Sgr,  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem, Y Oph, RZ Vel and  $\ell$  Car. Dots and bold curves correspond respectively to observations and models. The statistical uncertainties are indicated. Note that RV-A plot deduced from the model have been shifted in asymmetry. The small plot on each diagram correspond to the comparison of the observational (dots) and model (bold curve) FWHM.





**Fig. 12.** Same as Fig. 11 but for RS Pup. RS Pup seems to be a non-rotating star as requested by the shape of its RV-A curve. Note also atypical points in observational RV-A plot, which can certainly be interpreted through the presence of a strong compression or shock wave in the stellar atmosphere.

C asymmetry curves contain the whole dynamical information present in the observational asymmetry, mainly: the limb-darkening variation in the spectral line and with the pulsation phase, the micro- and macro- turbulence, velocity gradient and temperature effects. For R TrA, S Cru, Y Sgr, RZ Vel and RS Pup, we note a bump in the O-C asymmetry curves which is approximately linked to the cross of the compression wave just after the maximum contraction velocity (see Fig. 3). However  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem and  $\ell$  Car do not present such bump, which may be interpreted as the presence of a very small compression wave. In the case of Y Oph the phase sampling seems insufficient to conclude. Consistent hydrodynamical model would be helpful to confirm these results.

$\gamma_O$ ,  $\gamma_C$  and  $\gamma_{O-C}$  are represented as a function of the pulsation period on Fig. 14a. The open squares represent  $\gamma_C$ . We want to emphasize here that our model produces asymmetry curves with *non-zero* average value. Indeed, it is a natural consequence of the shape of the observational radial velocity curve used to derive the pulsation velocity. We find a similar behavior for all stars independently of the period.

The shifts obtained on the observational asymmetry curves ( $\gamma_O$ ) show a very interesting linear dependence with the logarithm of the pulsation period:

$$\gamma_O = (-10.7 \pm 0.1) \log(P) + (9.7 \pm 0.2) \text{ [in \%]} \quad (7)$$

Moreover we note that the dependence of  $\gamma_{O-C}$  with the pulsation period is very similar to the one of  $\gamma_O$ . We can conclude that this behavior is related to the dynamical effects in the atmosphere, which are not taken into account in our toy model. This can be explained by the fact that long-period Cepheids have extended atmosphere and consequently strong velocity gradient (see for example the case of RS Pup mentioned above). Thus, the line forming

region can be seriously perturbed leading to a systematic shift in asymmetry (Albrow & Cottrell (1994)). However, such an interpretation remains tricky and needs confirmation. Forthcoming hydrodynamical models are likely to bring out important insight in this field.

From results of Table 2, it appears also that the projected rotational velocity varies as a function of the pulsation period (Fig. 14b). We obtain the following relationship:

$$V_{\text{rot}} \sin i = (-11.5 \pm 0.9) \log(P) + (19.8 \pm 1.0) \text{ [in km.s}^{-1}\text{]} \quad (8)$$

The projected rotation is an important parameter which can be used, for example, to study evolution of Cepheids together with their mass loss. However, note again that our toy model does not include the physics of the pulsations and it is also very difficult to separate the rotation and macroturbulence effects in the resulting broadening of the spectral line. Thus this relation has to be considered very carefully as it is certainly model dependent.

## 5. Conclusion

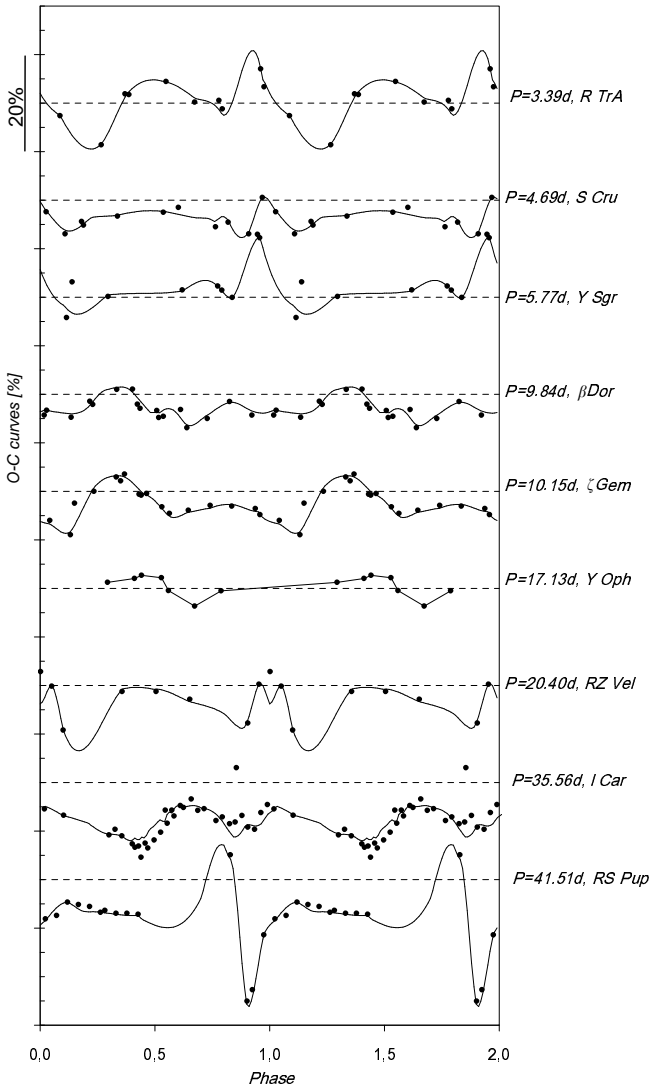
We have presented HARPS high spectral resolution ( $R=120000$ ) observations of nine galactic Cepheids having a good period sampling ( $P = 3.39\text{d}$  to  $P = 41.52\text{d}$ ). We fit spectral line profile with an asymmetric bi-gaussian to derive radial velocity,  $FWHM$  and line asymmetry for all stars. The presence of a very important compression or shock wave in the case of RS Pup, the longest period Cepheid of our sample has been identified. We have also translated the measured spectroscopic quantities into meaningful correlation curves between radial velocity and asymmetry.

A simple geometric model providing synthetic spectral lines, including limb-darkening, the  $\sigma_C$  and the projected rotation velocity is then used to interpret these correlations curves.

Firstly, we find that the centroid projection factor ( $p_c$ ) is independent of  $\sigma_C$  and the rotation velocity. This projection factor is thus certainly the best one to use in the context of the Baade-Wesselink method.

Secondly, we find for each stars an optimized set of parameters which allows to reproduce observational radial velocity - asymmetry correlation curves. In particular, we find a dependence of the derived projected rotation velocities with the period of the star :  $V_{\text{rot}} \sin i = (-11.5 \pm 0.9) \log(P) + (19.8 \pm 1.0) \text{ [in km.s}^{-1}\text{]}$ .

Finally, by comparing the outputs of our static models and the observed quantities, we gain access to dynamical effects. In particular, we found that long-period Cepheids with strong velocity gradient, like RS Pup, have a systematic shift in their asymmetry curve. We thus derived a linear relation between the observational shift in asymmetry and the logarithm of the period :  $\gamma_O =$

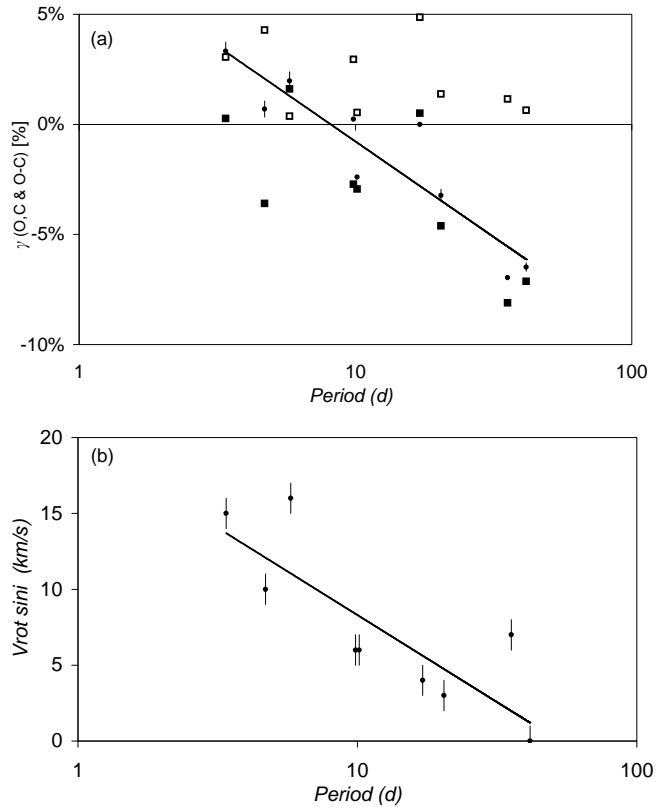


**Fig. 13.** Difference of the Observational and Computed asymmetry curves (O-C curves) for each stars. Curves are arbitrarily shifted. The horizontal dotted lines corresponds to a zero asymmetry for each star.

$(-10.7 \pm 0.1) \log(P) + (9.7 \pm 0.2)$  [in %]. A detailed interpretation of these empirical relation is very difficult, but forthcoming hydrodynamical models are likely to bring out important insight in this field.

In conclusion, line asymmetry, which contains most of the physics involved in Cepheid atmosphere, is an important tool. But additional hydrodynamical considerations together with a multi-lines study are now required to have a better understanding of the dynamical processes present in Cepheid atmosphere and in particular to determine realistic projection factors including velocity gradients.

*Acknowledgements.* Based on observations collected at La Silla observatory, Chile, in the framework of European Southern Observatory's programs 072.D-0419 and 073.D-0136. This research has made use of the SIMBAD and VIZIER databases at CDS, Strasbourg (France). We thanks David Chapeau for his helpful collaboration concerning computing aspects, Olivier



**Fig. 14.** (a) Average values of the observational (black circles) and computed (open squares) asymmetry curves, together with the  $\gamma_{O-C}$  (filled squares) average values as a function of the pulsation period. (b) Dependence of the projected rotation velocity with the pulsation period.

Chesneau and Philippe Stee for their careful reading of the manuscript, as well as Vincent Coudé du Foresto and Andrei Fokin for useful discussions.

## References

- Albrow, M. D., & Cottrell, P.L. 1994, MNRAS, 267, 548
- Berdnikov, L.N., Dambis, A.K., & Vozyakova, O.V. 2000, A&ASuppl. Ser. 143, 211
- Berdnikov, L.N., & Caldwell, J. A. R. 2001, ApJ, 7, 3
- Bersier, D., & Burki, G. 1996, A&A, 306, 417
- Burki, G., Mayor, M., & Benz, W. 1982, A&A, 109, 258
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., Friel E.D., et al. 1997, A&ASuppl. Ser., 124, 299
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., Ralite, N. A&A, 373, 159 (2001)
- Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081
- Fokin, A., Mathias, Ph., Chapellier, E., et al. 2004, A&A, 426, 687
- Gieren, W. P., Fouqué, P., & Gómez, M. 1998, ApJ, 496, 17
- Kervella P., Nardetto N., Bersier D., et al. 2004, A&A, 416, 941
- Kurucz, R. L. 1992, IAU Symp. 149: The Stellar Populations of Galaxies, 149, 225

- Marengo, M., Sasselov, D. D., Karovska, M., et al. 2002, ApJ, 567, 1131
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, ApJ, 589, 975
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2004, ApJ, 603, 285
- Mérand A., Kervella P., Coude du Foresto V., et al. A&A438 (2005) L9-L12
- Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., et al. 2004, A&A, 428, 131
- Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., et al. 2006, A&A, accepted for publication.
- Sabbey, C. N., Sasselov, D. D., Fieldus, M. S., et al. 1995, ApJ, 446, 250
- Sasselov, D. D., Karovska, M. 1994, ApJ, 432, 367
- Sasselov, D. D., Lester, J. B., Fieldus, M. S. 1989, ApJ, 337, 29
- Sasselov, D. D., Lester, J. B., Fieldus, M. S. 1990, ApJ, 362, 333
- Sasselov, D. D., & Karovska, M., 1994, ApJ, 432, 367
- Szabados, L. 1989, Communications of the Konkoly Observatory Hungary, 94, 1

## List of Objects

- ‘R Tra’ on page 1
- ‘S Cru’ on page 1
- ‘Y Sgr’ on page 1
- ‘ $\beta$  Dor’ on page 1
- ‘ $\zeta$  Gem’ on page 1
- ‘Y Oph’ on page 1
- ‘RZ Vel’ on page 1
- ‘ $\ell$  Car’ on page 1
- ‘RS Pup’ on page 1

**Table 3.** HARPS observations results for R TrA, S Cru and Y Sgr.

JD <sub>c</sub>	phase	Cy.	Sp.	$RV_g$	$RV_m$	$RV_c$	$FWHM$	$D$	$A$	$SNR$	$\chi^2_{red}$
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)	(l)
R TrA											
202.53	0.09	14	1	-26.74 ± 0.07	-29.88 ± 0.17	-25.43 ± 1.16	0.467 ± 0.009	0.14	-30.3 ± 2.7	231	2.0
206.53	0.27	15	1	-17.70 ± 0.05	-19.71 ± 0.13	-16.92 ± 0.91	0.452 ± 0.005	0.17	-19.5 ± 1.5	224	1.6
152.65	0.37	1	2	-11.18 ± 0.03	-10.41 ± 0.08	-11.39 ± 0.56	0.449 ± 0.002	0.19	7.4 ± 0.8	241	1.6
203.55	0.39	14	1	-10.08 ± 0.04	-9.06 ± 0.11	-10.47 ± 0.71	0.447 ± 0.003	0.18	9.9 ± 1.1	257	1.1
156.65	0.55	2	2	-0.98 ± 0.04	2.20 ± 0.09	-2.15 ± 0.52	0.460 ± 0.005	0.19	30.4 ± 1.3	209	1.0
204.52	0.67	14	1	3.29 ± 0.06	6.70 ± 0.15	2.02 ± 0.74	0.492 ± 0.008	0.17	30.6 ± 2.0	207	1.4
150.65	0.78	1	2	2.26 ± 0.04	5.89 ± 0.09	0.89 ± 0.50	0.534 ± 0.005	0.16	29.9 ± 1.1	255	1.3
201.54	0.79	14	1	1.34 ± 0.06	4.64 ± 0.14	0.30 ± 0.74	0.524 ± 0.007	0.16	27.5 ± 1.6	247	1.7
154.65	0.96	2	2	-24.46 ± 0.05	-26.46 ± 0.13	-23.76 ± 0.79	0.481 ± 0.004	0.12	-18.3 ± 1.4	241	1.2
205.54	0.98	15	1	-25.60 ± 0.08	-28.18 ± 0.19	-24.71 ± 1.24	0.503 ± 0.007	0.12	-22.8 ± 2.1	243	1.4
S Cru											
207.46	0.03	3	1	-21.58 ± 0.05	-23.61 ± 0.13	-20.47 ± 1.01	0.386 ± 0.005	0.16	-23.6 ± 2.0	230	1.5
151.56	0.11	1	1	-19.32 ± 0.05	-21.43 ± 0.12	-18.20 ± 0.93	0.375 ± 0.005	0.18	-25.6 ± 2.0	214	1.4
203.49	0.18	3	2	-15.82 ± 0.03	-17.26 ± 0.07	-14.98 ± 0.50	0.344 ± 0.002	0.21	-19.0 ± 1.0	224	1.7
156.63	0.19	1	1	-15.65 ± 0.04	-16.90 ± 0.10	-15.07 ± 0.52	0.281 ± 0.004	0.19	-19.8 ± 1.9	221	2.4
152.63	0.34	1	1	-6.94 ± 0.02	-7.08 ± 0.06	-6.54 ± 0.46	0.306 ± 0.001	0.26	-2.1 ± 0.8	255	1.9
153.57	0.54	1	1	4.61 ± 0.03	5.87 ± 0.08	4.21 ± 0.62	0.351 ± 0.002	0.26	16.5 ± 1.1	209	2.5
205.47	0.60	3	1	7.09 ± 0.03	8.77 ± 0.06	6.44 ± 0.59	0.386 ± 0.002	0.26	19.9 ± 0.9	269	2.5
154.64	0.76	1	1	13.40 ± 0.05	15.66 ± 0.12	12.48 ± 1.06	0.454 ± 0.005	0.23	22.5 ± 1.4	181	1.6
206.48	0.82	3	1	12.07 ± 0.04	14.42 ± 0.09	11.17 ± 0.59	0.469 ± 0.004	0.20	22.4 ± 1.0	285	1.5
150.63	0.91	1	1	-9.32 ± 0.14	-10.19 ± 0.35	-8.58 ± 1.37	0.412 ± 0.008	0.17	-10.1 ± 3.7	87	1.4
202.49	0.97	3	1	-19.91 ± 0.05	-21.62 ± 0.12	-19.05 ± 0.70	0.401 ± 0.004	0.15	-19.2 ± 1.5	287	2.0
Y Sgr											
204.63	0.12	10	2	-16.53 ± 0.06	-20.47 ± 0.15	-15.07 ± 0.86	0.485 ± 0.011	0.15	-36.4 ± 3.0	160	1.1
152.80	0.14	1	2	-15.07 ± 0.04	-18.08 ± 0.09	-14.02 ± 0.56	0.488 ± 0.004	0.16	-27.2 ± 1.3	251	1.4
205.67	0.30	10	1	-6.93 ± 0.05	-8.45 ± 0.12	-6.56 ± 0.65	0.472 ± 0.003	0.19	-13.7 ± 1.1	244	2.6
149.80	0.62	1	2	9.37 ± 0.04	12.58 ± 0.09	8.13 ± 0.62	0.467 ± 0.005	0.21	30.5 ± 1.3	178	1.0
202.65	0.77	10	2	18.50 ± 0.04	23.46 ± 0.09	16.08 ± 0.71	0.565 ± 0.007	0.19	39.5 ± 1.4	231	1.5
150.79	0.79	1	2	18.31 ± 0.03	23.31 ± 0.08	15.98 ± 0.61	0.581 ± 0.006	0.18	38.5 ± 1.1	270	1.8
156.83	0.84	2	2	13.31 ± 0.04	18.07 ± 0.11	11.56 ± 0.63	0.626 ± 0.007	0.16	33.2 ± 1.2	255	1.6
203.65	0.95	10	2	-14.27 ± 0.04	-16.27 ± 0.11	-13.47 ± 0.50	0.530 ± 0.003	0.13	-16.5 ± 1.0	288	1.4
151.75	0.96	1	2	-15.22 ± 0.05	-17.50 ± 0.12	-14.51 ± 0.61	0.517 ± 0.004	0.13	-19.1 ± 1.2	254	1.1

(a) JD<sub>c</sub>, average Julian date of observation defined by  $JD_c = JD - 2453000$  [in days].

(b) phase, averaged pulsation phase of observation. For ephemeris see Table 1.

(c) Cy., pulsating cycle of the star corresponding to observation.

(d) Sp., number of spectra associated to observation. Results corresponding to these spectra are averaged.

(e)  $RV_g$ , gaussian fit radial velocity and the associated error barre [in  $km.s^{-1}$ ].(f)  $RV_m$ , minimum radial velocity derived from the bi-gaussian fit [in  $km.s^{-1}$ ].(g)  $RV_c$ , radial velocity corresponding to the first moment of the spectral line [in  $km.s^{-1}$ ].(h)  $FWHM$ , Full-Width at Half-Maximum derived from the bi-gaussian fit [in Angstroms].(i)  $D$ , line depth derived from the bi-gaussian fit [no dimension]. Errors bars are not indicated but of the order of  $10^{-4}$ .(j)  $A$ , asymmetry derived from the bi-gaussian fit [in percentage].(k)  $SNR$ , observational spectral line signal to noise ratio.(l)  $\chi^2_{red}$ , reduced  $\chi^2$  factor corresponding to the bi-gaussian fit.

**Table 4.** HARPS observations results for  $\beta$  Dor,  $\zeta$  Gem, Y Oph, and RZ Vel. See Table3 for legend.

JD <sub>c</sub>	phase	Cy.	Sp.	$RV_g$	$RV_m$	$RV_c$	$FWHM$	$D$	$A$	$SNR$	$\chi^2_{red}$
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)	(l)
$\beta$ Dor											
21.68	0.02	1	4	$1.70 \pm 0.01$	$0.99 \pm 0.02$	$2.17 \pm 0.14$	$0.286 \pm 0.001$	0.23	$-11.3 \pm 0.4$	345	3.7
31.64	0.03	2	3	$1.35 \pm 0.01$	$0.68 \pm 0.02$	$1.64 \pm 0.12$	$0.275 \pm 0.001$	0.23	$-11.0 \pm 0.4$	404	2.4
32.68	0.14	2	3	$-5.16 \pm 0.01$	$-6.59 \pm 0.03$	$-4.33 \pm 0.19$	$0.318 \pm 0.001$	0.24	$-20.3 \pm 0.6$	298	2.1
23.64	0.22	1	4	$-0.73 \pm 0.01$	$-1.42 \pm 0.01$	$-0.19 \pm 0.11$	$0.280 \pm 0.001$	0.30	$-11.4 \pm 0.2$	423	4.9
33.61	0.23	2	3	$0.15 \pm 0.01$	$-0.49 \pm 0.02$	$0.71 \pm 0.12$	$0.275 \pm 0.001$	0.31	$-11.0 \pm 0.3$	443	7.9
34.64	0.33	2	2	$9.67 \pm 0.01$	$9.90 \pm 0.02$	$9.68 \pm 0.22$	$0.253 \pm 0.001$	0.36	$4.1 \pm 0.3$	330	2.5
15.62	0.40	1	3	$16.16 \pm 0.01$	$16.85 \pm 0.02$	$15.85 \pm 0.28$	$0.261 \pm 0.001$	0.35	$12.3 \pm 0.4$	262	2.4
25.68	0.42	2	3	$18.10 \pm 0.01$	$18.80 \pm 0.02$	$17.86 \pm 0.24$	$0.273 \pm 0.001$	0.33	$11.8 \pm 0.3$	399	3.3
35.64	0.44	3	2	$19.09 \pm 0.01$	$19.87 \pm 0.02$	$18.80 \pm 0.35$	$0.290 \pm 0.001$	0.33	$12.3 \pm 0.4$	337	2.0
16.67	0.51	1	3	$24.95 \pm 0.01$	$26.53 \pm 0.02$	$24.41 \pm 0.38$	$0.347 \pm 0.001$	0.28	$20.5 \pm 0.4$	352	3.2
26.59	0.52	2	2	$25.48 \pm 0.01$	$27.09 \pm 0.02$	$24.91 \pm 0.34$	$0.359 \pm 0.001$	0.27	$20.2 \pm 0.3$	473	4.9
36.64	0.54	3	2	$26.61 \pm 0.01$	$28.52 \pm 0.04$	$25.83 \pm 0.54$	$0.388 \pm 0.001$	0.26	$22.1 \pm 0.5$	336	2.2
17.69	0.61	1	3	$27.57 \pm 0.02$	$30.11 \pm 0.04$	$26.60 \pm 0.51$	$0.457 \pm 0.002$	0.22	$24.8 \pm 0.5$	303	2.2
37.64	0.64	3	2	$25.54 \pm 0.02$	$27.46 \pm 0.04$	$24.86 \pm 0.45$	$0.473 \pm 0.001$	0.20	$18.0 \pm 0.5$	409	3.1
28.67	0.73	2	3	$11.09 \pm 0.01$	$11.09 \pm 0.03$	$11.15 \pm 0.20$	$0.401 \pm 0.001$	0.21	$0.1 \pm 0.3$	456	2.7
29.63	0.83	2	4	$2.24 \pm 0.01$	$1.65 \pm 0.02$	$2.60 \pm 0.12$	$0.343 \pm 0.001$	0.23	$-7.9 \pm 0.2$	472	6.5
30.59	0.92	2	3	$2.36 \pm 0.01$	$1.71 \pm 0.02$	$2.77 \pm 0.12$	$0.286 \pm 0.001$	0.24	$-10.5 \pm 0.3$	455	5.0
$\zeta$ Gem											
32.70	0.04	2	3	$-3.82 \pm 0.02$	$-5.04 \pm 0.04$	$-3.05 \pm 0.33$	$0.313 \pm 0.001$	0.27	$-18.2 \pm 0.7$	196	2.9
33.62	0.14	2	3	$-4.67 \pm 0.01$	$-6.02 \pm 0.02$	$-3.55 \pm 0.19$	$0.292 \pm 0.001$	0.31	$-21.9 \pm 0.4$	330	7.7
23.65	0.15	1	4	$-4.00 \pm 0.01$	$-4.89 \pm 0.02$	$-3.35 \pm 0.13$	$0.276 \pm 0.001$	0.31	$-15.0 \pm 0.3$	338	4.2
34.65	0.23	2	3	$1.53 \pm 0.01$	$1.23 \pm 0.02$	$1.97 \pm 0.15$	$0.248 \pm 0.001$	0.37	$-5.7 \pm 0.3$	334	6.0
35.65	0.34	2	3	$9.44 \pm 0.01$	$9.73 \pm 0.02$	$9.41 \pm 0.18$	$0.239 \pm 0.001$	0.39	$5.8 \pm 0.3$	299	2.6
25.69	0.35	1	3	$10.86 \pm 0.01$	$11.22 \pm 0.03$	$10.84 \pm 0.35$	$0.256 \pm 0.001$	0.37	$6.6 \pm 0.4$	195	1.9
15.71	0.37	1	3	$12.29 \pm 0.01$	$12.81 \pm 0.02$	$12.12 \pm 0.25$	$0.259 \pm 0.001$	0.38	$9.4 \pm 0.3$	253	1.6
36.66	0.43	2	2	$17.10 \pm 0.01$	$17.87 \pm 0.03$	$16.92 \pm 0.46$	$0.304 \pm 0.001$	0.34	$11.7 \pm 0.5$	255	2.3
26.60	0.44	2	3	$17.69 \pm 0.01$	$18.53 \pm 0.02$	$17.48 \pm 0.29$	$0.308 \pm 0.001$	0.33	$12.4 \pm 0.3$	353	3.1
16.69	0.46	1	3	$19.06 \pm 0.02$	$20.11 \pm 0.04$	$18.71 \pm 0.50$	$0.324 \pm 0.001$	0.31	$14.6 \pm 0.6$	189	1.4
37.66	0.53	3	2	$21.81 \pm 0.01$	$23.27 \pm 0.03$	$21.40 \pm 0.45$	$0.397 \pm 0.001$	0.28	$16.4 \pm 0.4$	341	3.1
17.70	0.56	1	3	$21.79 \pm 0.01$	$23.25 \pm 0.02$	$21.35 \pm 0.33$	$0.439 \pm 0.001$	0.27	$14.9 \pm 0.2$	446	3.1
28.68	0.62	2	2	$16.11 \pm 0.02$	$16.81 \pm 0.06$	$16.02 \pm 0.59$	$0.449 \pm 0.001$	0.24	$7.0 \pm 0.6$	243	1.4
29.64	0.74	2	2	$6.25 \pm 0.03$	$5.98 \pm 0.07$	$6.53 \pm 0.53$	$0.372 \pm 0.001$	0.26	$-3.3 \pm 0.8$	169	1.7
30.60	0.84	2	3	$1.64 \pm 0.01$	$1.06 \pm 0.02$	$2.09 \pm 0.16$	$0.321 \pm 0.001$	0.28	$-8.5 \pm 0.3$	407	7.2
31.64	0.94	2	3	$0.49 \pm 0.01$	$-0.13 \pm 0.02$	$0.98 \pm 0.15$	$0.282 \pm 0.001$	0.28	$-10.2 \pm 0.3$	372	8.3
21.70	0.96	1	5	$0.18 \pm 0.01$	$-0.54 \pm 0.03$	$0.59 \pm 0.15$	$0.271 \pm 0.001$	0.27	$-12.1 \pm 0.5$	229	2.3
Y Oph											
216.75	0.29	4	1	$-9.75 \pm 0.02$	$-9.83 \pm 0.05$	$-9.72 \pm 0.46$	$0.205 \pm 0.001$	0.32	$-1.9 \pm 1.1$	189	1.2
201.63	0.41	4	1	$-4.48 \pm 0.03$	$-4.31 \pm 0.08$	$-4.57 \pm 0.43$	$0.202 \pm 0.002$	0.31	$4.0 \pm 1.8$	119	1.4
150.78	0.44	1	1	$-3.15 \pm 0.02$	$-2.87 \pm 0.04$	$-3.37 \pm 0.27$	$0.223 \pm 0.001$	0.33	$5.9 \pm 0.7$	262	2.9
203.65	0.53	4	1	$0.57 \pm 0.02$	$1.06 \pm 0.04$	$0.20 \pm 0.22$	$0.238 \pm 0.001$	0.31	$9.7 \pm 0.7$	296	4.3
152.80	0.56	1	1	$1.37 \pm 0.02$	$1.80 \pm 0.04$	$1.09 \pm 0.24$	$0.244 \pm 0.001$	0.30	$8.3 \pm 0.7$	297	3.8
154.75	0.67	1	1	$2.89 \pm 0.03$	$3.30 \pm 0.07$	$2.47 \pm 0.41$	$0.263 \pm 0.001$	0.27	$7.4 \pm 1.1$	208	3.6
156.71	0.79	1	1	$-1.85 \pm 0.04$	$-1.62 \pm 0.10$	$-2.13 \pm 0.63$	$0.259 \pm 0.002$	0.26	$4.1 \pm 1.6$	142	2.5
RZ Vel											
204.44	0.00	3	1	$13.05 \pm 0.23$	$12.50 \pm 0.58$	$14.39 \pm 4.04$	$0.588 \pm 0.012$	0.14	$-4.4 \pm 4.0$	76	1.3
205.44	0.05	3	1	$-0.47 \pm 0.07$	$-3.76 \pm 0.16$	$0.69 \pm 0.78$	$0.457 \pm 0.009$	0.16	$-32.0 \pm 2.7$	210	1.5
206.44	0.10	3	1	$-1.90 \pm 0.08$	$-6.21 \pm 0.17$	$-0.30 \pm 0.96$	$0.459 \pm 0.016$	0.17	$-42.7 \pm 4.9$	162	2.5
150.49	0.36	1	1	$18.65 \pm 0.01$	$18.46 \pm 0.03$	$18.76 \pm 0.38$	$0.219 \pm 0.001$	0.38	$-3.9 \pm 0.5$	309	7.8
152.51	0.46	1	1	$28.82 \pm 0.01$	$28.83 \pm 0.02$	$28.61 \pm 0.60$	$0.231 \pm 0.001$	0.41	$0.8 \pm 0.5$	205	2.8
154.50	0.55	1	1	$45.64 \pm 0.02$	$47.66 \pm 0.05$	$44.86 \pm 1.46$	$0.369 \pm 0.002$	0.32	$24.7 \pm 0.9$	239	3.2
156.49	0.65	1	1	$43.14 \pm 0.05$	$43.91 \pm 0.14$	$42.87 \pm 2.31$	$0.526 \pm 0.003$	0.23	$6.4 \pm 1.1$	178	1.8
201.44	0.86	3	1	$39.12 \pm 0.04$	$39.87 \pm 0.09$	$38.93 \pm 1.45$	$0.411 \pm 0.002$	0.24	$8.1 \pm 1.0$	224	2.7
202.45	0.90	3	1	$29.54 \pm 0.06$	$29.84 \pm 0.15$	$29.26 \pm 1.09$	$0.483 \pm 0.003$	0.14	$2.8 \pm 1.2$	271	1.2
203.44	0.95	3	1	$13.05 \pm 0.23$	$12.50 \pm 0.58$	$14.39 \pm 4.04$	$0.588 \pm 0.012$	0.14	$-4.4 \pm 4.0$	76	1.3

16

N. Nardetto et al.: High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination

**Table 5.** HARPS observations results for  $\ell$  Car and RS Pup. See Table3 for legend.

JD <sub>c</sub>	phase	Cy.	Sp.	$RV_g$	$RV_m$	$RV_c$	$FWHM$	$D$	$A$	$SNR$	$\chi^2_{red}$
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)	(l)
$\ell$ Car											
37.65	0.02	1	7	-13.40 $\pm$ 0.01	-15.70 $\pm$ 0.02	-12.19 $\pm$ 0.18	0.416 $\pm$ 0.001	0.26	-25.4 $\pm$ 0.3	354	3.5
40.63	0.10	1	5	-12.24 $\pm$ 0.01	-14.22 $\pm$ 0.02	-11.10 $\pm$ 0.17	0.362 $\pm$ 0.001	0.31	-25.2 $\pm$ 0.3	333	3.6
47.69	0.30	1	2	-1.57 $\pm$ 0.01	-2.51 $\pm$ 0.02	-0.61 $\pm$ 0.24	0.274 $\pm$ 0.001	0.42	-16.4 $\pm$ 0.4	275	7.5
48.62	0.33	1	2	-0.01 $\pm$ 0.01	-0.76 $\pm$ 0.01	0.59 $\pm$ 0.10	0.257 $\pm$ 0.001	0.40	-13.7 $\pm$ 0.2	438	10.3
49.67	0.36	1	2	1.79 $\pm$ 0.01	1.09 $\pm$ 0.02	2.34 $\pm$ 0.13	0.260 $\pm$ 0.001	0.40	-12.7 $\pm$ 0.3	374	6.0
15.72	0.40	1	3	4.92 $\pm$ 0.00	4.33 $\pm$ 0.01	5.42 $\pm$ 0.12	0.276 $\pm$ 0.001	0.40	-10.2 $\pm$ 0.2	405	7.0
51.68	0.41	2	4	5.23 $\pm$ 0.00	4.62 $\pm$ 0.01	5.75 $\pm$ 0.13	0.274 $\pm$ 0.001	0.39	-10.4 $\pm$ 0.2	352	6.0
16.69	0.43	1	3	6.64 $\pm$ 0.01	6.13 $\pm$ 0.02	7.15 $\pm$ 0.21	0.289 $\pm$ 0.001	0.39	-8.3 $\pm$ 0.3	293	5.6
52.64	0.44	2	2	6.93 $\pm$ 0.01	6.30 $\pm$ 0.02	7.42 $\pm$ 0.18	0.285 $\pm$ 0.001	0.39	-10.3 $\pm$ 0.3	376	5.4
17.71	0.46	1	3	8.46 $\pm$ 0.01	8.11 $\pm$ 0.01	8.86 $\pm$ 0.15	0.300 $\pm$ 0.001	0.38	-5.5 $\pm$ 0.2	444	8.7
53.69	0.47	2	2	8.70 $\pm$ 0.01	8.31 $\pm$ 0.02	9.00 $\pm$ 0.18	0.288 $\pm$ 0.001	0.37	-6.3 $\pm$ 0.3	390	5.0
54.67	0.50	2	2	10.36 $\pm$ 0.01	10.18 $\pm$ 0.02	10.52 $\pm$ 0.22	0.296 $\pm$ 0.001	0.35	-2.9 $\pm$ 0.3	340	4.7
55.70	0.53	2	2	11.99 $\pm$ 0.01	12.04 $\pm$ 0.02	12.08 $\pm$ 0.20	0.316 $\pm$ 0.001	0.35	0.6 $\pm$ 0.2	418	4.5
20.84	0.54	1	3	14.11 $\pm$ 0.01	14.65 $\pm$ 0.03	13.93 $\pm$ 0.35	0.335 $\pm$ 0.001	0.33	7.4 $\pm$ 0.4	218	2.2
56.70	0.55	2	2	13.46 $\pm$ 0.01	13.75 $\pm$ 0.02	13.42 $\pm$ 0.25	0.331 $\pm$ 0.001	0.34	4.0 $\pm$ 0.3	378	4.2
21.85	0.57	1	3	15.01 $\pm$ 0.01	15.66 $\pm$ 0.02	14.76 $\pm$ 0.22	0.358 $\pm$ 0.001	0.32	8.3 $\pm$ 0.2	379	3.6
57.70	0.58	2	2	14.82 $\pm$ 0.01	15.35 $\pm$ 0.02	14.67 $\pm$ 0.27	0.347 $\pm$ 0.001	0.34	7.0 $\pm$ 0.3	384	3.7
58.71	0.61	2	2	16.00 $\pm$ 0.01	16.83 $\pm$ 0.02	15.70 $\pm$ 0.27	0.365 $\pm$ 0.001	0.33	10.5 $\pm$ 0.3	412	5.3
23.66	0.62	1	4	16.98 $\pm$ 0.01	17.92 $\pm$ 0.02	16.55 $\pm$ 0.20	0.388 $\pm$ 0.001	0.31	11.1 $\pm$ 0.2	428	3.5
24.85	0.66	1	4	17.94 $\pm$ 0.01	19.15 $\pm$ 0.02	17.43 $\pm$ 0.22	0.389 $\pm$ 0.001	0.30	14.0 $\pm$ 0.2	374	3.6
25.87	0.69	1	4	18.52 $\pm$ 0.01	19.63 $\pm$ 0.02	18.00 $\pm$ 0.19	0.404 $\pm$ 0.001	0.30	12.4 $\pm$ 0.2	492	4.2
26.85	0.71	1	5	19.03 $\pm$ 0.01	20.27 $\pm$ 0.02	18.50 $\pm$ 0.24	0.426 $\pm$ 0.001	0.31	13.4 $\pm$ 0.2	436	5.9
28.69	0.77	1	5	20.12 $\pm$ 0.01	21.26 $\pm$ 0.02	19.50 $\pm$ 0.22	0.426 $\pm$ 0.001	0.29	12.2 $\pm$ 0.2	433	3.1
29.65	0.79	1	5	20.33 $\pm$ 0.01	21.61 $\pm$ 0.02	19.63 $\pm$ 0.23	0.445 $\pm$ 0.001	0.29	13.2 $\pm$ 0.2	439	4.7
30.80	0.83	1	7	19.76 $\pm$ 0.01	20.83 $\pm$ 0.01	19.05 $\pm$ 0.19	0.450 $\pm$ 0.001	0.28	11.0 $\pm$ 0.1	446	6.6
31.66	0.85	1	5	17.77 $\pm$ 0.01	18.65 $\pm$ 0.02	17.15 $\pm$ 0.24	0.458 $\pm$ 0.001	0.27	8.9 $\pm$ 0.2	391	5.3
32.72	0.88	1	5	11.81 $\pm$ 0.01	12.17 $\pm$ 0.02	11.51 $\pm$ 0.20	0.481 $\pm$ 0.001	0.24	3.4 $\pm$ 0.2	431	3.8
33.63	0.91	1	5	3.92 $\pm$ 0.01	3.06 $\pm$ 0.03	4.31 $\pm$ 0.20	0.483 $\pm$ 0.001	0.23	-8.2 $\pm$ 0.2	371	4.1
34.67	0.93	1	5	-4.93 $\pm$ 0.01	-6.89 $\pm$ 0.02	-3.99 $\pm$ 0.15	0.460 $\pm$ 0.001	0.24	-19.5 $\pm$ 0.2	486	8.3
35.66	0.96	1	7	-9.85 $\pm$ 0.01	-11.93 $\pm$ 0.02	-8.81 $\pm$ 0.14	0.434 $\pm$ 0.001	0.24	-21.8 $\pm$ 0.2	421	6.0
36.65	0.99	1	6	-12.39 $\pm$ 0.01	-14.56 $\pm$ 0.02	-11.29 $\pm$ 0.21	0.423 $\pm$ 0.001	0.24	-23.4 $\pm$ 0.3	327	2.8
RS Pup											
56.68	0.02	1	1	3.58 $\pm$ 0.03	1.58 $\pm$ 0.07	4.33 $\pm$ 0.41	0.433 $\pm$ 0.003	0.20	-20.1 $\pm$ 0.9	347	2.1
58.69	0.07	1	1	5.31 $\pm$ 0.03	3.78 $\pm$ 0.07	5.94 $\pm$ 0.46	0.395 $\pm$ 0.002	0.23	-17.1 $\pm$ 0.9	277	2.0
60.68	0.12	1	1	7.95 $\pm$ 0.02	6.97 $\pm$ 0.05	8.50 $\pm$ 0.42	0.370 $\pm$ 0.001	0.26	-11.0 $\pm$ 0.7	315	2.3
62.67	0.17	1	1	10.99 $\pm$ 0.02	10.28 $\pm$ 0.05	11.48 $\pm$ 0.55	0.343 $\pm$ 0.001	0.29	-8.5 $\pm$ 0.7	258	2.8
64.68	0.22	1	1	14.21 $\pm$ 0.01	13.70 $\pm$ 0.04	14.55 $\pm$ 0.41	0.307 $\pm$ 0.001	0.32	-6.8 $\pm$ 0.5	328	3.2
66.66	0.26	1	1	17.46 $\pm$ 0.01	16.96 $\pm$ 0.03	17.96 $\pm$ 0.58	0.296 $\pm$ 0.001	0.36	-6.9 $\pm$ 0.5	308	3.8
150.48	0.28	3	1	18.43 $\pm$ 0.01	17.89 $\pm$ 0.03	18.96 $\pm$ 0.64	0.317 $\pm$ 0.001	0.37	-6.5 $\pm$ 0.5	310	2.9
152.49	0.33	3	1	21.56 $\pm$ 0.02	21.15 $\pm$ 0.04	21.79 $\pm$ 0.59	0.269 $\pm$ 0.001	0.34	-6.9 $\pm$ 0.7	249	7.2
154.49	0.38	3	1	24.80 $\pm$ 0.02	24.38 $\pm$ 0.05	25.12 $\pm$ 0.89	0.271 $\pm$ 0.001	0.36	-6.9 $\pm$ 0.7	211	3.0
156.48	0.43	3	2	27.90 $\pm$ 0.01	27.52 $\pm$ 0.04	28.12 $\pm$ 0.67	0.264 $\pm$ 0.001	0.34	-6.5 $\pm$ 0.6	202	4.1
48.61	0.83	1	1	47.56 $\pm$ 0.04	50.66 $\pm$ 0.09	46.52 $\pm$ 1.69	0.499 $\pm$ 0.004	0.24	27.3 $\pm$ 1.1	239	3.3
51.64	0.90	1	1	30.44 $\pm$ 0.11	25.29 $\pm$ 0.27	31.52 $\pm$ 2.02	0.955 $\pm$ 0.010	0.12	-22.6 $\pm$ 1.6	249	2.6
52.63	0.93	1	1	16.40 $\pm$ 0.12	12.85 $\pm$ 0.30	18.39 $\pm$ 1.97	0.681 $\pm$ 0.012	0.13	-22.8 $\pm$ 2.5	173	1.3
54.66	0.97	1	1	5.26 $\pm$ 0.05	2.97 $\pm$ 0.13	6.07 $\pm$ 0.71	0.479 $\pm$ 0.005	0.17	-20.9 $\pm$ 1.5	247	1.0

### 3.3 Conclusion et perspectives

#### 3.3.1 Effet des gradients de vitesse sur le facteur de projection

En comparant notre modèle géométrique simple (qui ne contient aucun effet dynamique) à des observations spectrométriques haute résolution, nous avons mis en évidence certains effets dynamiques dans l’atmosphère des Céphéides. Ces effets paraissent pour l’heure très difficiles à interpréter. Néanmoins, ils constituent certainement la clef nécessaire à une meilleure compréhension du facteur de projection. L’impact de la dynamique atmosphérique sur le facteur de projection est en effet multiple.

D’abord, le profil spectral est modifié et en particulier son asymétrie est altérée. Ceci explique pourquoi nous obtenons des différences intéressantes entre les courbes de corrélation VR-asy observationnelles et théoriques. Afin de faciliter l’interprétation des observations, nous nous sommes concentrés sur l’asymétrie des raies, en utilisant la méthode du centroïde pour la détermination de la vitesse radiale (indépendante de la rotation et de la largeur de la raie). Cette dernière reste cependant sensible aux gradients de vitesse dans l’atmosphère mais de manière marginale (du moins pour une raie spectrale donnée).

Ensuite, les gradients de vitesse dans l’atmosphère de l’étoile posent la question de la définition de la vitesse pulsante. L’idéal serait d’obtenir une valeur moyenne pour le facteur de projection qui permette de passer de la vitesse radiale du centroïde (indépendante des propriétés physiques des Céphéides) à la vitesse pulsante photosphérique. C’est en effet cette vitesse qui nous intéresse dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation. Ce facteur de projection serait sensible, mais très peu, à l’assombrissement centre-bord de l’étoile, et surtout aux gradients de vitesse dans l’atmosphère (dynamique atmosphérique).

Enfin, la dynamique de l’atmosphère induit de manière générale une dépendance temporelle sur tous les paramètres physiques étudiés (excepté la rotation). Du coup, le facteur de projection n’a aucune raison particulière d’être constant avec la phase.

Ces trois points, qui ne sont pas dé-corrélés, constituent toute la problématique du facteur de projection. Le premier point a déjà été étudié dans ce chapitre en comparant des observations HARPS avec un modèle géométrique simple. Les deux derniers seront étudiés en détail dans le chapitre suivant, au moyen d’un modèle hydrodynamique d’étoile pulsante. En effet, si le modèle fournit des profils spectraux synthétiques et que l’on a accès aux vitesses pulsantes dans les différentes couches de l’étoile, alors on peut extraire des informations d’importances sur le facteur de projection. Cependant, d’un point de vue observationnel, d’autres voies sont possibles. Dans le chapitre suivant je montrerai effectivement (de manière théorique) que la spectro-interférométrie a un rôle à jouer dans ce domaine. Par ailleurs, Une seconde étape de l’étude HARPS sera précisément de sonder les gradients de vitesse dans l’atmosphère des Céphéides, en utilisant toute la richesse des observations.

#### 3.3.2 Etude multi-raies HARPS pour la détermination des gradients de vitesse

Le principe est le suivant. Il s’agirait d’abord grâce à un modèle statique type TLUSTY ou KURUCZ de définir la zone de formation moyenne des raies spectrales, ceci pour chaque étoile. Après quoi, on définit plusieurs groupes de raies se formant à différents niveaux dans l’atmosphère de l’étoile. Pour chaque groupe, on calcule un profil spectral moyen, en utilisant la technique de la “cross-corrélation”. On calcule alors le premier moment des raies spectrales moyennes obtenues,

afin d'en déduire une vitesse radiale indépendante de la rotation de l'étoile et de la largeur de la raie, mais par contre sensible à l'ACB (faiblement) et aux gradients de vitesse. On comprend alors la suite, si on arrive à mesurer des vitesses différentielles pour les trois groupes de raies, alors on peut interpréter cela en termes de vitesses *pulsantes* différentielles. Ce serait donc un moyen d'accéder aux gradients de vitesse dans l'atmosphère de l'étoile. Cette information pourrait être ensuite croisée avec l'asymétrie des raies spectrales. La principale difficulté de cette méthode réside dans la détermination des zones de formation des raies. J'ai travaillé environ 1 mois sur TLUSTY et les modèles de KURUCZ durant la thèse. Dans le cas de TLUSTY, j'ai été confronté à des problèmes techniques encore irrésolus à ce jour, concernant la compilation du programme. De plus, il s'avère que TLUSTY est peu approprié aux étoiles froides. Pour KURUCZ, j'arrive maintenant à sortir quelques spectres, mais du travail reste à faire pour extraire l'information liée à la zone de formation des raies. Une autre possibilité, plus simple, est de considérer la profondeur des raies spectrales (par rapport au continu). En première approximation, une raie se formant profondément dans l'atmosphère est relativement faible. A l'inverse, une raie forte se forme haut dans l'atmosphère. Il est à noter qu'une telle étude des gradients de vitesse dans les Céphéides a déjà été effectuée par Butler et al. (1993,1996). Ces auteurs avaient cependant utilisé le potentiel d'excitation pour constituer leurs groupes de raies.

Je présente, dans ce cadre, une petite étude préliminaire sur  $\ell$  Car, pour laquelle nous avons vu qu'un fort shift en asymétrie était présent. En considérant 3 groupes de raies appartenant à l'intervalle  $[6000\text{\AA}, 6300\text{\AA}]$ . Je me restreins pour l'instant à cet intervalle car j'ai réalisé une normalisation des spectres HARPS par bande de  $300\text{\AA}$  et je préfère dans un premier temps mettre de côté d'éventuels problèmes de raccordement. Par commodité, j'ai basé cette étude préliminaire sur le potentiel d'excitation, et non la profondeur des raies.

Toutes les raies non blendées (c'est-à-dire non affectées par d'autres raies) que j'ai pu identifier à ce jour sont indiquées dans le tableau 3.1. Le tableau 3.2 indique les raies que j'ai considérées pour réaliser les masques. Les groupes sont constitués autour de valeurs de potentiel d'excitation de 3eV, 4eV et supérieur à 5eV. Ainsi, on peut supposer que les raies à fort potentiel sont plus difficiles à exciter, et donc se forment plus en profondeur dans l'atmosphère, où la température et la pression sont plus importantes. Pour chaque groupe un masque de 0 et de 1 est constitué. On trouve ainsi un 1 (ou un dirac) pour chaque longueur d'onde de référence. Pour chaque groupe, un profil moyen de la raie est calculé dont la longueur d'onde de référence est la moyenne des longueurs d'onde des raies du groupe. J'utilise ensuite la procédure indiquée pour l'article HARPS : une double gaussienne est ajustée sur chaque profil fournissant  $VR_m$ ,  $VR_g$ ,  $A$ ,  $FWHM$ , et l'asymétrie.  $VR_c$  est également calculée. Je m'intéresse ici essentiellement à la vitesse du centroïde ( $VR_c$ ) dont on sait qu'elle ne dépend que des gradients de vitesse, et de l'assombrissement centre-bord. Les résultats sont indiqués sur la figure 3.11, avec également les courbes de corrélation entre vitesse et asymétrie.

Ces résultats sont de simples indicateurs pour une étude à venir plus précise. Néanmoins, on observe d'ores et déjà quelques points très intéressants.

D'abord, que ce soit en terme de vitesses ( $VR_c$ ), de FWHM, d'asymétrie ou de courbes de corrélation, l'ordre des trois groupes est conservé, ce qui implique une certaine cohérence quant à la zone de formation moyenne des trois groupes.



TAB. 3.1 – Raies spectrales HARPS identifiées à partir de VALD

Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)	Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)	Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)	Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)
Ti 2	4609.264	1.18	Ce 2	5274.229	1.04	Cr 1	5787.965	3.32	Fe 1	6297.793	2.22
Fe 2	4620.521	2.83	Y 2	5289.815	1.03	Fe 1	5793.915	4.22	Fe 1	6301.501	3.65
Sm 2	4642.228	0.38	Cr 1	5296.691	0.98	V 2	5819.935	2.52	Fe 1	6302.494	3.69
Cr 1	4652.152	1.00	Fe 1	5339.929	3.27	Fe 1	5833.927	2.61	Fe 1	6322.686	2.59
Fe 1	4683.560	2.83	Cr 1	5348.312	1.00	Fe 1	5856.088	4.29	Fe 1	6330.850	4.73
Fe 1	4704.948	3.69	Fe 1	5367.467	4.42	Fe 1	5862.353	4.55	Fe 1	6335.331	2.20
Fe 1	4787.827	3.00	Fe 1	5373.709	4.47	Ca 1	5867.562	2.93	Fe 1	6336.824	3.69
Fe 1	4788.757	3.24	Mn 1	5377.637	3.84	Fe 1	5883.817	3.96	Si 2	6347.109	8.12
Nd 2	4811.342	0.06	Fe 1	5379.574	3.69	Fe 1	5905.672	4.65	Si 2	6371.371	8.12
Fe 1	4896.439	3.88	Fe 1	5383.369	4.31	Si 1	5948.541	5.08	Ni 1	6378.247	4.15
Fe 1	4917.230	4.19	Nd 2	5385.888	0.74	V 1	5984.628	1.18	La 2	6390.477	0.32
Cr 1	4954.807	3.12	Fe 1	5398.279	4.45	Fe 1	6003.012	3.88	Fe 1	6393.601	2.43
Nd 2	4959.119	0.06	Y 2	5402.774	1.84	C 1	6012.225	8.64	Fe 1	6408.018	3.69
Fe 1	4967.890	4.19	Fe 1	5410.910	4.47	Fe 1	6020.169	4.61	Fe 1	6430.846	2.18
Nd 2	4989.950	0.63	Fe 2	5414.073	3.22	Fe 1	6024.058	4.55	Fe 2	6432.680	2.89
Fe 1	5001.864	3.88	Ti 2	5418.751	1.58	Fe 1	6027.051	4.08	Eu 2	6437.640	1.32
Fe 1	5014.943	3.94	Nd 2	5431.516	1.12	V 1	6039.722	1.06	Ca 1	6471.662	2.53
Fe 1	5022.236	3.98	Fe 1	5434.524	1.01	Ce 2	6043.373	1.21	Ca 1	6499.650	2.52
Fe 1	5049.820	2.28	Fe 1	5445.042	4.39	Fe 1	6056.005	4.73	Ni 1	6532.871	1.94
Fe 1	5054.643	3.64	Ti 2	5454.090	1.57	Fe 1	6065.482	2.61	Fe 1	6533.929	4.56
Ni 1	5082.339	3.66	Fe 1	5461.550	4.45	Fe 2	6084.111	3.20	Fe 1	6593.871	2.43
Fe 1	5083.339	0.96	Si 1	5488.983	5.61	V 1	6090.214	1.08	Ti 2	6606.949	2.06
Ni 1	5084.089	3.68	Fe 1	5506.779	0.99	Fe 1	6093.644	4.61	Fe 1	6627.545	4.55
Fe 1	5088.153	4.15	Cr 2	5510.702	3.83	Fe 1	6096.665	3.98	Ni 1	6643.629	1.68
Ni 1	5088.532	3.85	Fe 1	5522.447	4.21	Ni 1	6108.107	1.68	Fe 1	6703.567	2.76
Nd 2	5089.832	0.21	Sc 2	5526.790	1.77	Ni 1	6111.066	4.09	Fe 1	6710.320	1.49
Fe 1	5090.774	4.26	Fe 1	5543.150	3.70	Si 1	6125.021	5.61	Si 1	6721.848	5.86
Nd 2	5092.794	0.38	Fe 1	5543.936	4.22	Fe 2	6149.258	3.89	Fe 1	6726.661	4.61
Fe 1	5109.652	4.30	Fe 1	5560.212	4.43	Fe 1	6151.618	2.18	Fe 1	6733.151	4.64
La 2	5114.559	0.24	Fe 1	5576.089	3.43	Si 1	6155.134	5.62	Fe 1	6750.153	2.42
Ni 1	5115.389	3.83	Fe 2	5591.368	3.27	Ca 1	6162.173	1.90	Ni 1	6767.768	1.83
Y 2	5119.112	0.99	Ca 1	5601.277	2.53	Fe 1	6187.990	3.94	Co 1	6771.033	1.88
Fe 1	5141.739	2.42	Fe 1	5633.947	4.99	Fe 1	6200.313	2.61	Ni 1	6772.313	3.66
Fe 1	5159.058	4.28	V 1	5670.853	1.08	Ni 1	6204.600	4.09	Fe 1	6806.845	2.73
Fe 1	5162.273	4.18	Fe 1	5679.023	4.65	Fe 1	6213.430	2.22	Fe 1	6810.263	4.61
Ti 2	5185.913	1.89	Fe 1	5731.762	4.26	Ni 1	6223.981	4.11	Fe 1	6820.372	4.64
Fe 1	5217.389	3.21	Ti 1	5756.851	3.18	Fe 1	6232.641	3.65	Fe 1	6839.831	2.56
Fe 1	5225.526	0.11	Ti 1	5766.359	3.29	Si 1	6237.319	5.61	Fe 1	6841.339	4.61
Fe 1	5242.491	3.63	Fe 1	5775.081	4.22	Fe 1	6252.555	2.40	Fe 1	6879.600	3.27
Fe 2	5256.938	2.89	Cr 1	5783.093	3.32	Fe 1	6265.134	2.18			

TAB. 3.2 – Raies spectrales non blendées regroupées par potentiel d'excitation.  
Un masque est réalisé à partir de chaque groupe pour calculer un profil spectral moyen.

masque 1			masque 2			masque 3		
Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)	Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)	Line	$\lambda$ (Å)	Ep(eV)
Fe 1	6003.012	3.88	Fe 1	6020.169	4.61	C 1	6012.225	8.64
Fe 2	6084.111	3.20	Fe 1	6024.058	4.55	Si 1	6125.021	5.61
Fe 1	6096.665	3.98	Fe 1	6027.051	4.08	Si 1	6155.134	5.62
Fe 2	6149.258	3.89	Fe 1	6056.005	4.73	Si 1	6237.319	5.61
Fe 1	6187.990	3.94	Fe 1	6093.644	4.61			
Fe 1	6232.641	3.65	Ni 1	6111.066	4.09			
			Ni 1	6204.600	4.09			
			Ni 1	6223.981	4.11			

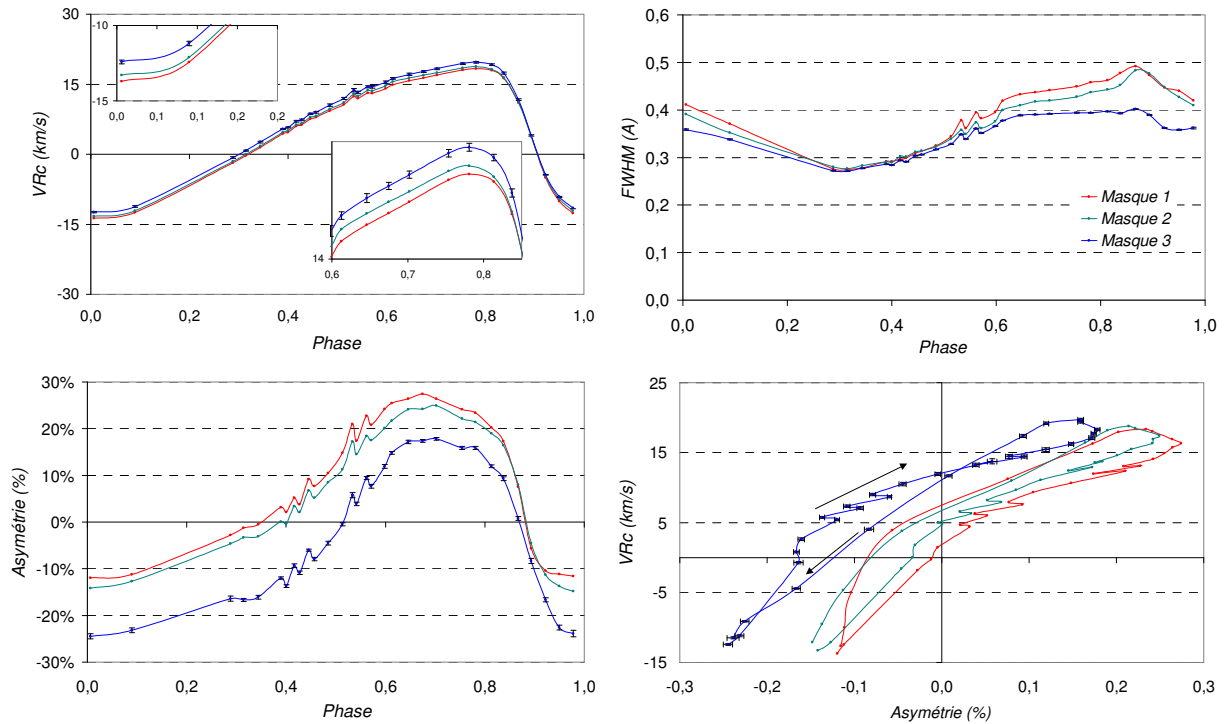


FIG. 3.11 – Perspective : une étude multi-raies avec HARPS

Résultats obtenus avec trois masques de raies dont les potentiels d'excitation moyens sont respectivement 3eV (masque 1), 4eV (masque 2) et 5eV (masque 3). Les effets observés en terme de vitesses, FWHM ou d'asymétrie sont certainement liés aux gradients de vitesse dans les couches atmosphériques de l'étoile. Les barres d'erreur sont indiquées pour un seul groupe de raies.

Ensuite, un effet différentiel en vitesse radiale est observé pour les trois groupes. Ceci montre clairement que la vitesse du centroïde uniquement sensible à l'ACB, et aux gradients de vitesse est très intéressante pour sonder la dynamique atmosphérique de l'étoile. Pour les autres estimateurs (sensibles à la FWHM et à la rotation) la différence entre groupes de raies est moins prononcée, certainement du fait de la variation de la FWHM avec la phase. Il faut bien remarquer que cette méthode du centroïde sera indispensable pour comparer les étoiles (de rotation différente) entre elles.

Enfin, fait particulièrement intéressant, la moyenne des courbes d'asymétrie est différente, selon le groupe de raies considéré ! Et cet effet se répercute bien évidemment sur les courbes de corrélation. Nous avons interprété le shift en asymétrie comme un effet dû aux gradients de vitesse. Le shift semblait d'autant plus important que la période de l'étoile était élevée. Les résultats obtenus ici confirment ce résultat mais pour une étoile donnée  $\ell$  Car. Les raies se formant en profondeur (masque 3) présentent une moyenne pour le shift très négative par rapport aux deux autres groupes. Ce comportement confirme les résultats théoriques obtenus par Albrow & Cottrell (1996), qui semblent indiquer qu'une raie se formant vers la photosphère est beaucoup plus asymétrique que les autres. Tout ceci est d'une extrême importance pour la compréhension générale des Céphéides, mais également pour le facteur de projection. Cependant, l'interprétation reste difficile. Le lien entre le shift en asymétrie, la zone de formation de la raie, la période de l'étoile et les gradients de vitesse reste à faire. Pour cela, les modèles hydrodynamiques nous seront certainement extrêmement utiles. Ceci fera l'objet d'un prochain article HARPS.

Nous allons maintenant utiliser la modélisation hydrodynamique pour affiner notre vision du facteur de projection. Ceci sera également très utile pour guider notre future étude HARPS.

## Chapitre 4

# Une analyse théorique de la dynamique atmosphérique des Céphéides

### Contents

---

<b>4.1</b>	<b>Le modèle hydrodynamique d’Andrei Fokin . . . . .</b>	<b>140</b>
4.1.1	Equations de base . . . . .	141
4.1.2	Le modèle statique . . . . .	142
4.1.3	Le modèle hydrodynamique . . . . .	143
4.1.4	Le transfert de rayonnement : profils spectraux et d’intensité . . . . .	144
4.1.5	Les différents modèles dans le monde . . . . .	144
<b>4.2</b>	<b>Le facteur de projection et la dynamique atmosphérique des Céphéides</b>	<b>145</b>
4.2.1	Modélisation de $\delta$ Cep. . . . .	146
4.2.2	Un facteur de projection adapté à la méthode de la parallaxe de pulsation .	150
4.2.3	<i>Self-consistent modelling of the projection factor for interferometric distances determination</i> . . . . .	155
4.2.4	Vers une confirmation spectro-interférométrique du facteur de projection .	163
4.2.5	<i>Probing the dynamical structure of Cepheid’s atmosphere</i> . . . . .	171
<b>4.3</b>	<b>Conclusion et perspectives . . . . .</b>	<b>179</b>
4.3.1	Impact des gradients de vitesse sur le facteur de projection et sur les résultats VINCI . . . . .	179
4.3.2	Le facteur de projection et la période de l’étoile . . . . .	180

---

L’objet de ce chapitre est d’illustrer l’impact de la dynamique atmosphérique des Céphéides sur le facteur de projection. Pour cela, j’ai utilisé le modèle hydrodynamique d’étoile pulsante d’Andrei Fokin, dont l’une des particularités intéressantes est de fournir des profils spectraux théoriques, ainsi que des profils d’intensité dans le continu et dans la raie, directement comparables aux observations.

Dans une première section, je présente les équations de base ainsi que les caractéristiques principales du modèle. Du fait de la limite matérielle liée au temps de calcul informatique, des choix physiques sont inévitables lors de l’écriture d’un tel code, et c’est pour cette raison que les modèles

disponibles actuellement dans le monde (une demi-douzaine) ont tous leurs caractéristiques propres, leurs avantages et leurs inconvénients. Je remplace donc le modèle d'Andrei Fokin dans un paysage mondial plus vaste, afin de donner une idée plus précise du travail théorique qui a été fourni.

Dans une seconde section, je présente d'abord le modèle de  $\delta$  Cep calculé à partir du code hydrodynamique d'Andrei Fokin. Ce modèle est alors utilisé pour étudier le facteur de projection dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation. Je présente ensuite de manière théorique à nouveau, au moyen de profils d'intensité dans la raie, l'intérêt de la spectro-interférométrie pour étudier la dynamique atmosphérique des Céphéides et pour contraindre le facteur de projection.

## 4.1 Le modèle hydrodynamique d'Andrei Fokin

Le modèle d'Andrei Fokin d'étoile pulsante est construit de la manière suivante. Il suffit au départ de spécifier seulement 4 observables physiques : la luminosité, la masse, la température effective, et la composition chimique de l'étoile. Les autres paramètres sont d'ordre numérique, et permettent, entre autre, de choisir la résolution temporelle, la résolution spectrale, le nombre de couches dans l'atmosphère... En général, pour les Céphéides, on considère une centaine de couches au total, dont environ 40 pour l'atmosphère. À partir de ces paramètres, est calculé un modèle statique initial. Ce modèle statique, dont les équations sont donc indépendantes du temps, sert d'initialisation à un modèle hydrodynamique. On perturbe ainsi le modèle statique en imposant une vitesse initiale à la surface de l'étoile de l'ordre de  $10 \text{ km s}^{-1}$ , c'est à dire une vitesse bien inférieure aux vitesses maximales observées lors de la pulsation des Céphéides. Le modèle hydrodynamique évolue alors selon des lois non linéaires, l'amplitude des vitesses (et donc l'énergie cinétique) augmente régulièrement, et on obtient finalement une pulsation régulière. Si le modèle converge, en général au bout d'une centaine ou un millier de cycles, et que la période obtenue correspond bien à la période observationnelle, on obtient alors le modèle d'étoile pulsante que l'on recherche. À partir de ce modèle, il est possible de sortir toutes les informations nécessaires de températures, de vitesses, permettant par exemple l'étude des ondes de compression, ou de choc dans l'étoile. Il est alors également possible de calculer, à des phases de pulsation choisies et à partir des modèles hydrodynamiques, le transfert de rayonnement, pour obtenir finalement le profil d'une raie spectrale et son évolution au cours de la pulsation. Des profils d'intensité nécessaires à l'interprétation des observations interférométriques sont également fournis par le modèle. Ce modèle permet de modéliser avec succès de nombreuses étoiles pulsantes du diagramme HR : les RR Lyrae (Fokin & Gillet 1997), les RV Tauri (Fokin 1994), les post-AGB (Jeannin et al. 1997), les BL Herculis (Fokin & Gillet 1994) et plus récemment les  $\beta$  Céphéides (Fokin et al. 2004). Dans cette dernière étude, j'ai participé à la réduction et à l'interprétation des données spectroscopiques AURELIE. Les  $\beta$ -Céphéides sont des étoiles massives légèrement post séquence principale. BW Vulpeculae (constellation du renard) est atypique car elle présente une forte onde de choc dans l'atmosphère. On observe effectivement un doublement des profils spectraux à certaines phases. Le modèle hydrodynamique a permis d'interpréter ce doublement comme le passage d'une onde de choc dans l'atmosphère. L'article correspondant à ce travail peut-être consulté en annexe.

Dans cette section, je commence d'abord par expliquer succinctement les principes physiques à l'oeuvre dans une étoile statique à partir d'équations typiques. Cette base nous permettra de monter en complexité pour comprendre les équations du modèle hydrodynamique.

### 4.1.1 Equations de base

Selon la définition de Forestini, “une étoile est un plasma confiné gravitationnellement dont la structure n’est à l’équilibre complet que s’il s’y produisent des réactions nucléaires thermostatées”. Ainsi, la représentation la plus simple que l’on puisse se faire d’une étoile est de dire que son coeur produit de l’énergie par réactions nucléaires, cette énergie est transportée vers les couches extérieures, par conduction, radiation, ou convection. La dernière couche à partir de laquelle le rayonnement se propage en ligne droite est la photosphère, et constitue ainsi l’émergence du rayonnement continu de l’étoile sous forme d’un corps noir. Le rayonnement dans l’atmosphère de l’étoile peut être alors absorbé par certains éléments chimiques, constituant ainsi les raies spectrales. On désigne cette dernière étape par le terme générique de transfert de rayonnement, ou le lien entre le rayonnement et la matière est au coeur du processus. Intéressons nous tout d’abord à la structure interne de l’étoile, que l’on peut décrire principalement par 5 formules (tirées de l’ouvrage de Forestini : “Principes fondamentaux de structure stellaire”).

1. *Equation du référentiel :*

$$\frac{Dr}{Dt} = v \quad (4.1)$$

On considère ici un référentiel Lagrangien qui “suit” le mouvement dans l’étoile.  $r$  et  $v$  sont respectivement le rayon et la vitesse associés à une couche de l’étoile,  $t$  indique le temps.

2. *Equation de la conservation de la masse :*

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (4.2)$$

où  $m$  et  $\rho$  sont respectivement la masse et la densité associées à une couche de l’étoile.

3. *Equation du mouvement :*

$$\frac{1}{4\pi r^2} \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{4\pi r^2} \quad (4.3)$$

où l’on comprend que le mouvement  $\frac{1}{4\pi r^2} \frac{Dv}{Dt}$  résulte d’une compétition entre la pression ( $P$ ) dans l’étoile  $-\frac{\partial P}{\partial m}$  et la force de gravitation  $-\frac{Gm}{4\pi r^2}$ , où  $G$  est la constante universelle de la gravitation.

4. *Equation de conservation de l’énergie :*

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_{\mu} + \epsilon_{grav} \quad (4.4)$$

où  $l$  est la luminosité,  $\epsilon_{nuc}$  est l’énergie créée par réaction nucléaire,  $\epsilon_{\mu}$  est l’énergie liée aux neutrinos et enfin,

$$\epsilon_{grav} = -T \frac{Ds}{Dt} = -\frac{Du}{Dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad (4.5)$$

est l’énergie interne du gaz (avec  $s$  l’entropie et  $T$  la température).

5. *Equation du transport de l'énergie :*

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GMT}{4\pi r^4} \frac{T}{P} \nabla \quad (4.6)$$

avec

$$\nabla = \nabla_{rad} = \frac{3\kappa LP}{64\pi\sigma T^4(Gm + r^2 \frac{Du}{Dt})}, \quad (4.7)$$

si le transport se fait sous forme de rayonnement ( $L$  est la luminosité,  $\kappa$  l'opacité et  $\sigma$  la constante de Stephen).

et,

$$\nabla = \nabla_{conv}, \quad (4.8)$$

si le transport se fait sous forme de convection.

$T$ ,  $M$ ,  $P$ ,  $L$  sont respectivement la température, la masse, la pression et la luminosité de l'étoile.  $\kappa$  est l'opacité. Ces équations génériques peuvent être alors adaptées au modèle statique initial.

4.1.2 **Le modèle statique**

Le modèle statique peut être défini de la manière suivante. Il s'agit d'un modèle à symétrie sphérique, sans convection, sans magnétisme, et sans rotation. L'atmosphère est grise, à l'ETL, et on considère un facteur d'Eddington variable. Le gaz est parfait, et les ionisations collisionnelles sont essentiellement dues aux électrons. Ainsi, les équations liées au choix du référentiel et à la conservation de la masse sont identiques. Par contre les 3 autres équations sont légèrement modifiées :

– *Equation du mouvement :*

Dans le cas statique, le premier terme de l'équation disparaît ce qui donne :

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^2} \quad (4.9)$$

avec

$$P = P_{gaz} + P_{rad} = P_{gaz} + fE_{rad} \quad (4.10)$$

où  $f$  est le facteur d'Eddington,  $P_{gaz}$  la pression due au gaz, et  $P_{rad}$  la pression due à la radiation .

De plus :  $P_{gaz} = R \frac{\rho T}{\mu}$  et  $E_{rad} = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\mu d\mu = aT^4$

– *Equation de conservation de l'énergie :*

Pour cette équation, les sources d'énergie nucléaire et des neutrinos ne sont pas prises en compte dans le modèle. L'énergie  $\epsilon_{grav}$  dans le cas statique est nulle, et l'équation finale est :

$$\frac{\partial l}{\partial m} = 0 \quad (4.11)$$

Cette équation indique que l'on se trouve dans un cas d'équilibre radiatif.

– *Equation du transport de l'énergie :*

Dans ce modèle, le transport de l'énergie est uniquement radiatif, on obtient ainsi dans le cas statique et en introduisant le facteur d'Eddington  $f = 1/3$  :

$$\frac{\partial f E_{rad}}{\partial m} = -\frac{\kappa_R L}{c(4\pi r^2)^2} \quad (4.12)$$

Le facteur d'Eddington n'est pas égal à  $\frac{1}{3}$  pour toutes les couches de l'étoile. Il est calculé de façon précise pour chaque valeur du rayon, et tend vers  $\frac{1}{3}$  lorsque l'on considère les couches les plus profondes.

### 4.1.3 Le modèle hydrodynamique

Nous allons maintenant intégrer la dépendance temporelle dans les équations pour accéder aux équations de base du modèle hydrodynamique. Les deux premières équations restent identiques. On obtient cependant pour les 3 autres :

– *Equation du mouvement :*

En introduisant  $P = P_{gaz} + f E_{rad} = P_{gaz} + \frac{4\pi}{\rho c} \int_0^\infty k_\nu H_\nu d\nu$  où  $k_\nu = \chi_\nu + \sigma_\nu$  et  $H_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu I_\nu d\mu$  on obtient la formule suivante :

$$\frac{D\nu}{Dt} = -4\pi r^2 \frac{\partial P_{gaz}}{\partial m} - G \frac{m_r}{r^2} + \frac{4\pi}{\rho c} \int_0^\infty k_\nu H_\nu d\nu \quad (4.13)$$

– *Equation de conservation de l'énergie :*

En reprenant l'équation ci-dessus et en introduisant le terme  $\epsilon_{grav}$  on obtient :

$$\frac{De}{Dt} = -P_{gaz} \frac{D(\frac{1}{\rho})}{Dt} + \frac{4\pi}{\rho} \int_0^\infty \chi_\nu (J_\nu - B_\nu) d\nu \quad (4.14)$$

avec  $J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu d\mu$  et  $H_\nu = \frac{1}{2} \int_0^\infty \nu I_\nu d\nu$

– *Equations du transport de l'énergie :*

Ces équations relativement compliquées sont tirées de Castor et al. (1972). Il s'agit des équations des différents moments de l'intensité dans un repère co-mobile à symétrie sphérique.

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{JV}{c} \right) + \left[ f \frac{DV}{Dt} - (3f - 1) \frac{UV}{r} \right] \frac{J}{c} + \frac{\partial 4\pi r^2 H}{\partial M} = V k_P (B - J) \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{c} \frac{DH}{Dt} + \frac{4\pi r^2}{qV} \frac{\partial f q J}{\partial M} = -k_R H \quad (4.16)$$

avec

$$q = \exp \int_{r_0}^r \frac{3f - 1}{f_r} dr \quad (4.17)$$

où  $r_0$  correspond à un niveau où  $f = \frac{1}{3}$

La variable grise du facteur d'Eddington  $f = \frac{K}{J}$  a été introduite dans les équations avec  $K = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\nu \int_{-1}^1 I_\nu \mu^2 d\mu$

Je n'ai décrit ici que les caractéristiques physiques principales du modèle hydrodynamique sans rentrer dans le détail des méthodes de calcul, ni le détail de la physique. Pour plus de détails consulter par exemple Fokin (1990).



#### 4.1.4 Le transfert de rayonnement : profils spectraux et d'intensité

Une fois que l'on dispose d'un modèle hydrodynamique non linéaire et non adiabatique, selon la procédure signalée ci-dessus, il est alors possible de réaliser des instantanés à différentes phases de pulsation. Le calcul du transfert de rayonnement dans le référentiel co-mobile est alors réalisé pour chacun de ces instantanés donnant ainsi accès à des profils spectraux pour différentes phases de pulsation de l'étoile. Je rappelle ici la formule de base du transfert de rayonnement :

$$\pm \frac{\partial I_{\pm}(z, \nu)}{\partial z} - \frac{\partial I_{\pm}(z, \nu)}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial z} = \eta(z, \nu) - \chi(z, \nu) * I_{\pm}(z, \nu) \quad (4.18)$$

Les coefficients d'absorption et d'émission prennent en compte les transitions "bound-bound", "bound-free" (collisionnelles et radiatives) pour 10 niveaux de l'atome d'hydrogène et de l'ion H-, ainsi que le continu "free-free". Les raies métalliques sont calculées à l'ETL, alors que les raies d'hydrogène et les raies résonnantes (CaII, MgII) sont calculées hors-ETL. On peut signaler que le calcul du transfert est réalisé selon les méthodes de Feautrier (et de  $\lambda$ -itération). Pour plus de détails consulter Fokin (1991).

#### 4.1.5 Les différents modèles dans le monde

Il existe différentes écoles, différentes philosophies. Je ne relate ici que les modèles actuellement en développement et dont j'ai la connaissance. Il ne s'agit pas d'une description détaillée mais plutôt de pistes de comparaison. Il faut savoir effectivement que l'étude des Céphéides a fait un grand bond en avant ces dernières années avec l'avènement des instruments de nouvelles générations (VLTI, HARPS ...). Avec les nouvelles précisions, les nouvelles observables, apportées par ces instruments, une nouvelle génération de modèles est nécessaire. Un atelier s'est ainsi déroulé à Paris-Meudon en février 2005, dont le but était précisément que les deux communautés (observateurs et modélisateurs) se rencontrent afin qu'elles expriment toutes deux leurs attentes. A partir de ces discussions s'est mis en place le projet CASSINI (<http://www.lesia.obspm.fr/astro/cephheids/CASSINI.html>), dont le but est justement de comparer les résultats apportés par les modèles sur des exemples précis. Ce que je relate dans cette section est grandement inspiré de ce que j'ai pu retenir de cet atelier.

De manière schématique, il y a trois aspects fondamentaux dans la modélisation des Céphéides : l'évolution, la pulsation de l'enveloppe, et la réaction de l'atmosphère associée à cette pulsation. Du fait des temps de calculs et des échelles de temps, il est très difficile actuellement de prendre en compte simultanément ces trois niveaux de modélisation tout en considérant les aspects les plus fins de la physique actuelle. Des choix sont donc nécessaires selon le type de phénomène que l'on étudie. Ainsi, parmi les groupes recensés, le niveau privilégié, Evolution, Enveloppe et/ou Atmosphère est différent : Baraffe et al. (1998) -France- (Evolution), Bono et al. (1999ab) -Italie- (Evolution), Dorfi et al. (1991) -Autriche- (Enveloppe), Fokin et al. (1990,1991) -Russie- (Enveloppe), Buchler (see Yecko et al.(1998), Kollath et al.(2002)) -Hongrie- (Enveloppe), Sasselov et al. (1993) -EU- (Atmosphère).

Ainsi, le premier point qui différencie ces modèles est la partie de l'étoile qui est privilégiée. Le modèle que j'ai utilisé n'est pas un modèle d'évolution. Par contre, l'enveloppe et l'atmosphère de l'étoile sont bien représentées, ce qui est important pour traiter des problèmes de spectrométrie ou de spectro-interférométrie *via* respectivement les profils spectraux et d'intensité. Il existe donc une certaine cohérence entre la physique de la pulsation de l'étoile et celle de l'atmosphère. D'autres

TAB. 4.1 – Les différents modèles hydrodynamiques dans le monde

	Niveaux modélisés	Pulsation Linéaire (N) ou Non Linéaire (NL)	Transfert de rayonnement	Convection	Grille Adaptative
Buchler	Env.	NL	NON	OUI	?
Fokin	Env. + Atm.	NL	OUI	NON	NON
Sasselov	Env. + Atm.	NL (Piston)	OUI	OUI	?
Dorfi	Env. + Atm.	NL	NON	OUI	OUI
Bono	Evo. + Env. + Atm.	L	NON	OUI	?
Baraffe	Evo. + Env. + Atm.	L	NON	OUI	?

modèles (Dorfi et al. 1991) décrivent très bien l’enveloppe (convection, grille adaptative), mais ne possède que quelques couches pour l’atmosphère. L’extension de ce genre de modèle à plus de couches dans l’atmosphère est toujours possible et d’un grand intérêt. Enfin, d’autres modèles (Sasselov et al. 1993), décrivent très bien l’atmosphère de l’étoile avec de nombreuses couches et une physique très poussée (symétrie sphérique ...). L’inconvénient est que l’enveloppe est un peu moins représentée. Un piston impose effectivement le mouvement à l’atmosphère. Toutes les interactions entre atmosphère et enveloppe ne sont, du coup, pas prises en compte. Enfin, certains modèles se concentrent davantage sur l’évolution afin de progresser lentement vers une description complète de l’étoile (Baraffe et al. (1998)). Cette dernière solution est certainement la plus longue et la plus ambitieuse, mais elle permettrait certainement d’obtenir un modèle totalement auto-cohérent. La principale difficulté est que les temps caractéristiques d’évolution et de pulsation sont très différents, impliquant des difficultés numériques importantes.

Voici en quelques mots les grandes lignes de la modélisation dans le monde. Un des aspects les plus difficiles dans le domaine est la modélisation de la convection. Celle-ci peut en effet jouer un rôle important pour les Céphéïdes du bord rouge de la bande d’instabilité. Or, tous les modèles discutés ici sont à 1 dimension ! La convection est par essence un phénomène physique à 2 dimensions spatiales, dont la transcription uni-dimensionnelle nécessite un grand nombre de paramètres. Des recherches sur la convection 2D sont en cours dans de nombreux instituts.

Pour mon étude du facteur de projection, le modèle d’Andrei Fokin semble parfaitement adapté pour plusieurs raisons. D’abord, il donne accès à des profils spectraux, ce qui est indispensable. Ensuite, la pulsation de l’enveloppe découle directement des équations non linéaires, ce qui est important pour définir la vitesse pulsante photosphérique à l’origine des gradients dans l’atmosphère. De plus, comme nous allons le voir, une étude sur le facteur de projection avec un modèle à piston a déjà été réalisée par Sabbey et al. (1995). La comparaison est donc intéressante. Enfin, pour  $\delta$  Cep qui fait l’objet de l’étude présentée ci-après, la convection subphotosphérique n’est pas censée être très importante. L’étoile se trouve en effet au milieu de la bande d’instabilité. Restons néanmoins prudent à ce sujet.

## 4.2 Le facteur de projection et la dynamique atmosphérique des Céphéïdes

Le modèle hydrodynamique a été utilisé pour étudier le facteur de projection dans le cas de  $\delta$  Cep.

### 4.2.1 Modélisation de $\delta$ Cep.

#### Procédure générale

Il s'agit premièrement de trouver la luminosité ( $L/L_\odot$ ) et la masse ( $M/M_\odot$ ) de l'étoile dans la littérature. Ces paramètres étant très difficiles à trouver dans le cas des Céphéides, on s'impose une relation Masse-Luminosité théorique déduite de la littérature. Dans notre cas, nous avons choisi Chiosi et al. (1993) :

$$\log(L/L_\odot) = -0.015 + 3.14Y - 10.0Z + 3.502\log(M/M_\odot) + 0.25 \quad (4.19)$$

où Y et Z sont l'abondance en hélium et en métaux dans l'étoile. X est l'abondance en hydrogène ( $X=1-Y-Z$ ).

Généralement il est plus facile de trouver la luminosité intrinsèque ( $L/L_\odot$ ) que la masse ( $M/M_\odot$ ) dans la littérature. Pour Y et Z, on considère généralement la métallicité des Céphéides de population I :  $Y=0.28$  et  $Z=0.02$ .

La température effective est généralement bien connue (à 100K près) pour la plupart des Céphéides. Cependant, l'input du modèle est la température de surface  $T_s$ , c'est à dire de la dernière couche. En première approximation, le lien entre les deux est  $T_s \simeq \frac{T_{eff}}{2^{1/4}}$ , mais ceci est juste indicatif, la véritable température effective se déduit directement dans les couches de l'étoile une fois que l'on a calculé le modèle hydrostatique. Par définition, la température effective ( $T_{eff}$ ) est la température associée à la base de l'atmosphère au niveau de la photosphère ( $R_{ph}$ ). A ce niveau, il est important de vérifier le rayon de l'étoile. Par ailleurs, on peut vérifier la validité de la formule de Stephen :

$$R_{ph} = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T_{eff}^4}} \quad (4.20)$$

Le nombre de couches consacrés à l'atmosphère dans l'étoile doit également être suffisant pour avoir une résolution suffisante. En général 40 couches suffisent. Ensuite, la température de la couche la plus profonde, dans le cas des Céphéides, doit être en générale proche du million de degrés.

La prochaine étape est de calculer le modèle hydrodynamique sur quelques cycles et vérifier alors la période de pulsation initiale, en comparaison avec les observations. Généralement, il faut réajuster les paramètres fondamentaux pour obtenir la période exacte. Ceci est possible en considérant la formule suivante :

$$P \simeq \frac{1}{\sqrt{\rho}} = \sqrt{\frac{R_{ph}^3}{M}} \quad (4.21)$$

La période est plus sensible au rayon ( $R^{3/2}$ ) qu'à la masse ( $M^{-1/2}$ ). Pour modifier le rayon photosphérique  $R_{ph}$ , on peut agir : soit sur la luminosité *via* la relation 4.20, mais dans ce cas pour conserver la relation M-L, on est contraint de modifier également la masse, ce qui brouille les pistes. Ou alors on agit sur la température effective, ce qui est le plus simple.

Une fois que la période est correcte sur les premiers cycles, on laisse évoluer le modèle hydrodynamique jusqu'à ce que le cycle limite soit atteint, c'est à dire lorsque la variation temporelle de l'énergie cinétique tend vers zéro. A ce niveau, deux cas peuvent se produire. Soit la période au niveau du cycle limite n'a pas changé et correspond à la période initiale. Dans ce cas, cela signifie que l'étoile n'a pas changé de mode de pulsation. Pour  $\delta$  Cep par exemple, le mode recherché était le

fondamental. Soit la période a évolué, signalant une modification du mode de pulsation de l'étoile. Il est en effet possible, du fait des propriétés non linéaires intrinsèques du modèle, que le mode au niveau du cycle limite soit un premier harmonique ou un double mode.

Dans ce cas, il convient de trouver dans le diagramme HR les zones correspondant à une pulsation de type fondamental. A l'intérieur de ce cadre, il faut alors affiner les paramètres fondamentaux afin de contraindre au mieux l'amplitude de la courbe de vitesse radiale, ainsi que l'amplitude de la courbe photométrique. Il est à noter que cette dernière est bolométrique rendant la comparaison avec les observations souvent difficile.

Finalement, une comparaison des profils de raies théoriques et observationnels permet d'affiner encore les paramètres du modèle. Il est possible à cet égard de jouer sur la largeur de profil en considérant la rotation de l'étoile et/ou en considérant la largeur du profil instrumental. Dans le cas d'une étude quantitative du facteur de projection, le respect de l'amplitude des vitesses est également crucial. Si à ce stade le modèle ne reproduit pas convenablement les observations, alors il faut chercher une nouvelle combinaison de paramètres, changer la relation Masse-Luminosité, la métallicité ou l'opacité considérée.

### Résultats obtenus pour $\delta$ Cep

Ainsi, pour  $\delta$  Cep, les paramètres que j'ai obtenus sont :  $M = 4.8M_{\odot}$ ,  $L = 1995L_{\odot}$ ,  $T_{eff} = 5877K$ ,  $Y = 0.28$  et  $Z = 0.02$ . J'ai utilisé les opacités OPAL92. La vitesse initiale du modèle hydrodynamique est de  $25 \text{ km s}^{-1}$ . Ce paramètre peut jouer sur le mode de pulsation obtenu au cycle limite. Et pour cette première étude, j'ai simplement considéré la raie métallique non blendée FeI 6003.012 Å.

Le modèle final obtenu contient 107 couches, qui correspondent à peu près à 16% du rayon photosphérique de l'étoile englobant ainsi une masse de l'ordre de 7% de la masse totale de l'étoile. A partir de ces paramètres d'entrée, j'ai obtenu un rayon photosphérique moyen de  $R = 43.5R_{\odot}$ , et une variation relative du rayon de  $\Delta R/R = 10\%$ . Cette dernière valeur correspond bien à ce qu'on attend en général des Céphéides. Concernant le rayon moyen, il est en adéquation avec les mesures interférométriques et astrométriques de Mourard et al. (1997), Nordgren et al. (2000) et Benedict et al. (2000). Les variations de dimensions linéaires de l'étoile associées à chaque couche sont indiquées sur la Figure. 4.1.

La période associée au cycle limite est très proche (1%) de la valeur attendue :  $P = 5.419j$ . au lieu de  $P = 5.36j$ . Quant à l'amplitude de variation de la magnitude bolométrique, j'obtiens  $\Delta m_{bol} = 0.85$  (voir Fig. 4.1), ce qui correspond au bon ordre de grandeur de ce qui est observé en bande V. Enfin, le point clef est la comparaison des vitesses radiales observées et théoriques : du point de vue de l'amplitude  $\Delta V = 35 \text{ km s}^{-1}$ , les résultats sont très bons. Cependant, d'un point de vue qualitatif, concernant la forme des courbes de vitesses radiales et de lumière, on constate des petites bosses : 2 pour la courbe de lumière et 1 pour la vitesse vers la phase d'extension maximale de l'étoile. Ces phénomènes ne reproduisent pas les observations et correspondent probablement au manque de convection dans le modèle et/ou au manque de grille adaptative. Néanmoins, pour notre étude, la bosse obtenue dans la vitesse radiale n'a aucun impact sur l'estimation du facteur de projection. Celui-ci est en effet très sensible en revanche à l'amplitude des courbes de vitesse pulsante et radiale. On comprend mieux l'origine de ces bosses en regardant la Fig. 4.2. Des ondes de compressions inattendues sont effectivement obtenues dans la partie haute de l'atmosphère. Nous avons donc choisi une raie spectrale dont la zone de formation n'est pas trop haute dans

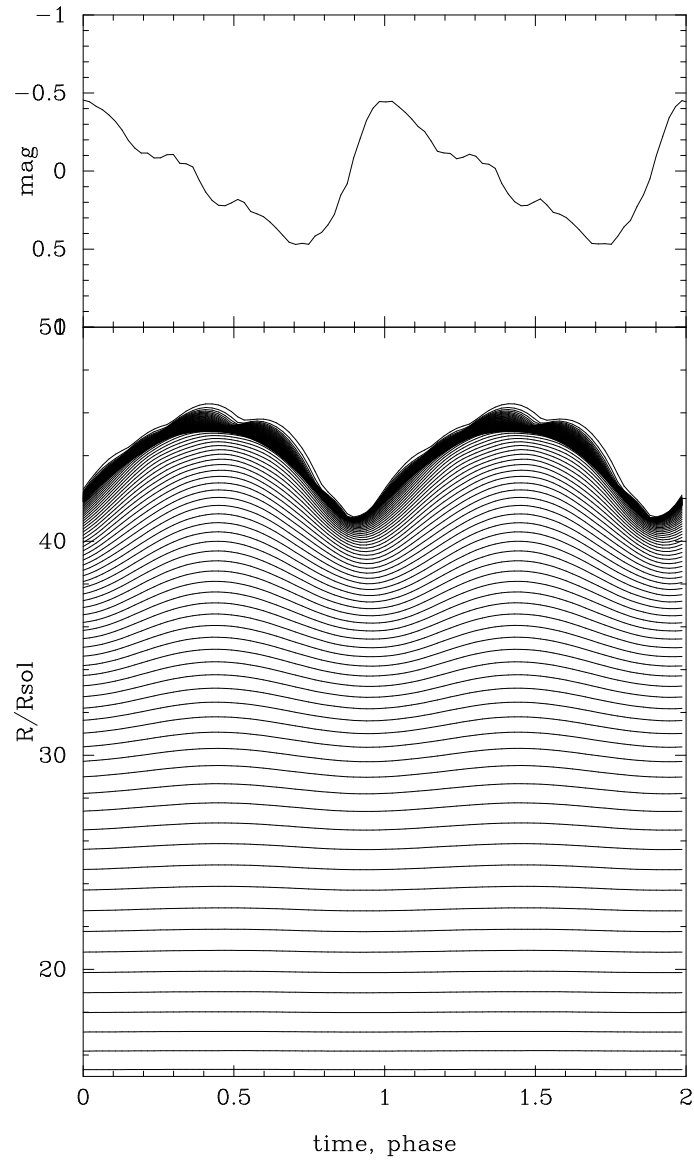


FIG. 4.1 – Modélisation de  $\delta$  Cep - Les rayons

Diagramme du haut : courbe de lumière bolométrique obtenue pour le modèle de  $\delta$  Cep. Diagramme du bas : variation du rayon en fonction du temps. Les différents traits correspondent aux différentes couches du modèle (enveloppe et atmosphère).

l'atmosphère pour ne pas être sensible à ces effets indésirables.

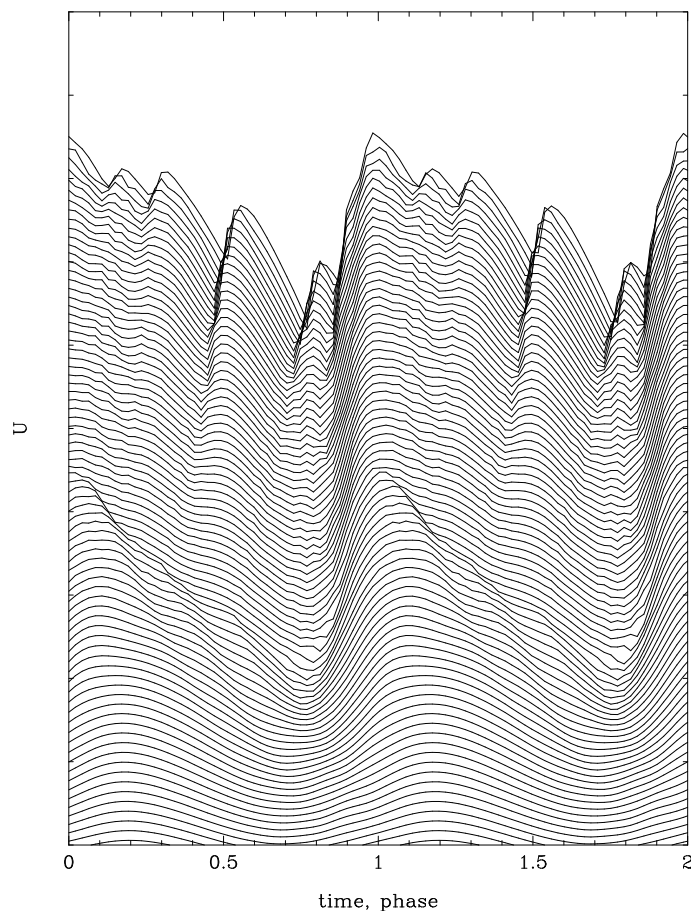


FIG. 4.2 – Modélisation de  $\delta$  Cep - Les vitesses

Vitesse pulsante en fonction du temps. Chaque trait correspond à une couche du modèle. Les courbes ont été artificiellement shiftées pour plus de lisibilité.

Une dernière vérification est la comparaison des profils théoriques et observationnels. J'ai à ce niveau pris en compte une FWHM pour le profil instrumental gaussien de  $0.18\text{\AA}$ , une microturbulence de  $1\text{ km.s}^{-1}$  et je néglige la rotation. En effet, cette dernière est très mal connue :  $v \sin i \sim 5\text{ km s}^{-1}$ , Breitfellner & Gillet (1993). J'avais donc préféré à l'époque ne pas introduire d'effet non désirable supplémentaire. Cependant, comme nous l'avons vu, la rotation modifie l'asymétrie de la raie spectrale et peut donc à ce titre modifier également le facteur de projection de quelques pour-cents. Ceci n'est pas crucial dans la mesure où l'on cherche surtout à mesurer les effets de gradients de vitesse.

Nous disposons maintenant de la structure dynamique de l'atmosphère de l'étoile ainsi que des profils spectraux, nous pouvons donc définir des vitesses pulsantes, ainsi que des vitesses radiales, et étudier de manière auto-cohérente le facteur de projection.

## 4.2.2 Un facteur de projection adapté à la méthode de la parallaxe de pulsation

### Différentes définitions de la vitesse radiale

Les profils théoriques déduits du modèle de  $\delta$  Cep sont utilisés pour déterminer les vitesses radiales avec les méthodes du pixel minimum et de l'ajustement gaussien. La différence maximale entre ces deux vitesses est de  $0.7 \text{ km s}^{-1}$  lors des phases correspondant aux extrema de vitesses ( $\phi = 0.7 - 0.8$  et  $\phi = 0.9 - 0.1$ ). Ceci corrobore les résultats obtenus dans la partie précédente de la thèse. Nous verrons plus loin qu'une telle différence n'est pas négligeable pour la détermination du facteur de projection. Néanmoins, il faut noter que l'objectif de cette étude est essentiellement l'impact des gradients de vitesse et donc de la définition de la vitesse pulsante, sur le facteur de projection. A ce titre, le choix de la méthode utilisée pour déterminer la vitesse radiale n'intervient pas.

### Lien entre la technique d'observation et la vitesse pulsante

Le facteur de projection aura une définition différente selon la couche pulsante considérée. D'un point de vue de la spectrométrie, on considère la vitesse du *gaz* associée au barycentre optique de la zone de formation de la raie. Cependant, les instruments, spectromètre et interféromètre, ne sondent absolument pas les mêmes couches dans l'étoile, et ceci est fondamental dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation de détermination de distance. Par exemple, les couches *vues* par l'interféromètre dépendent de la résolution spectrale. En effet, une bande spectrale large sonde la région de l'étoile correspondant au continu, c'est à dire la photosphère de l'étoile. A l'inverse, dans une raie spécifique, la fonction de visibilité est la transformée de Fourier de l'image de l'étoile à la longueur d'onde correspondant à la raie spectrale. Ainsi, différents cas associés à chaque type d'observation doivent être pris en compte.

D'abord, pour les observations spectroscopiques, on considère la vitesse du *gaz* associée à la zone de formation de la raie. Cependant, cette région représente une fraction appréciable par rapport à l'échelle de hauteur de l'atmosphère. Sabbey et al. (1995) déterminent la couche correspondant au centre de gravité de la couche optique en utilisant une fonction de contribution. Dans notre cas, nous considérons la définition standard du coeur de la raie à une profondeur optique de  $\tau = 2/3$ . Il faut bien comprendre pour cette définition de la vitesse pulsante que l'on privilégie la matière sur le rayonnement : la zone de formation de la raie bouge par rapport à la matière environnante. Et c'est la vitesse de cette dernière qui nous intéresse dans le cas de la spectroscopie. Ainsi, nous utilisons la définition :

$$v_{\text{puls(s)}} = v(\tau_l = \frac{2}{3}) \quad (4.22)$$

où  $\tau_l$  est la profondeur optique correspondant au centre de la raie et l'indice "(s)" signifie "Spectroscopy".

Ensuite, pour les observations interférométriques dans une raie particulière, il est préférable de considérer la vitesse de la couche correspondant à une profondeur optique de  $\tau_l = 2/3$ . Attention, il ne s'agit pas de la vitesse du *gaz* mais de la vitesse de la *couche optique* déduite du modèle pulsant et définie par :

$$v_{\text{puls(ii)}} = \frac{\partial R(\tau_l = 2/3)}{\partial \phi} \quad (4.23)$$

où “(il)” signifie “Interferometry in one Line”.

De manière similaire, pour les observations interférométriques en bande large, la vitesse pulsante la plus appropriée correspond, par définition, à  $\tau = 2/3$  dans le continu :

$$v_{\text{puls(ic)}} = \frac{\partial R(\tau_c = 2/3)}{\partial \phi} \quad (4.24)$$

où “(ic)” signifie “Interferometry in the Continuum”.

On considère ici le continu juste à côté de la raie spectrale. La figure 4.3 représente les différentes vitesses pulsantes définies ci-dessus. Ces trois courbes sont différentes au maximum de 5% durant les phases correspondant aux extrema du fait que l’atmosphère n’est pas co-mobile.

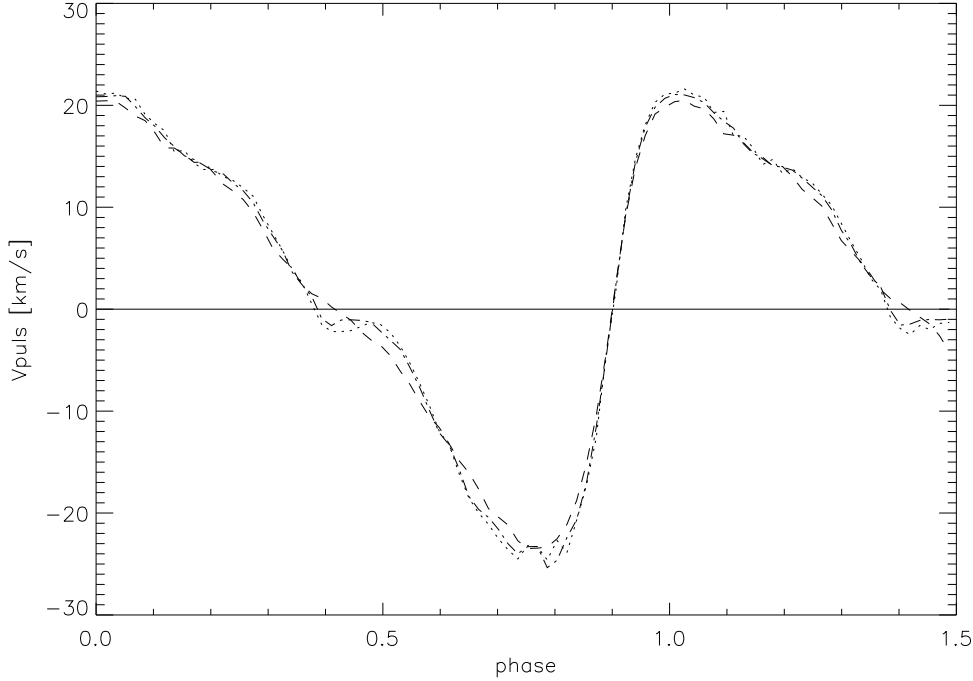


FIG. 4.3 – Vitesse pulsante en fonction de la phase.

La courbe en tirets représente la vitesse pulsante photosphérique ( $\tau = 2/3$  dans le continu). La courbe en tirets-pointillés est la vitesse de la couche correspondant à  $\tau = 2/3$  dans le centre de la raie spectrale et la courbe en pointillés est la vitesse du gaz correspondant à  $\tau = 2/3$  dans la raie. La ligne horizontale correspond à la vitesse dans le référentiel de l’étoile.

### Deux estimateurs du $p$ -facteur

Pour déterminer un facteur de projection constant, nous ne pouvons pas simplement considérer la valeur moyenne du rapport de la vitesse pulsante sur la vitesse radiale. En raison du caractère non-comobile des mouvements atmosphériques, ceci entraînerait le rapport de quantités proches de zéro ( $\phi \sim 0.4$ ) mais avec un certain décalage entraînant des effets numériques indésirables. À l’inverse, deux tests plus appropriés ont été utilisés pour estimer un facteur de projection constant.



Le premier consiste à réaliser un algorithme classique de minimisation de  $\chi^2$  entre la quantité  $v_{\text{rad}} \cdot p_{\text{const}}$  et la vitesse pulsante considérée (ci-après estimateur 1) :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(v_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}} - v_{\text{puls}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)^2} \quad (4.25)$$

où  $\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)$  est l'erreur statistique associée à la vitesse pulsante, arbitrairement fixée à une valeur raisonnable de  $1 \text{ km s}^{-1}$ , afin d'évaluer l'erreur correspondante sur  $p$ . Les phases  $\phi_i$ , dans ce cas, sont échantillonnées selon les instantanés du modèle. Ici,  $v_{\text{rad}}$ , est la vitesse radiale déduite selon la méthode du pixel minimum ou du fit gaussien, et enfin  $v_{\text{puls}}$  correspond à l'une des équations (1), (2) ou (3).

Le second estimateur du  $p$ -facteur est directement basé sur la variation du rayon de l'étoile, obtenu à la fois par intégration de la vitesse radiale, mais aussi directement, par la position de la couche de masse considérée fournie par le modèle. Ainsi, la quantité définie par  $\int v_{\text{rad}} \cdot p_{\text{const}}$  est comparée au rayon pulsant de la manière suivante (ci-après estimateur 2) :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\int v_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}} - \Delta R_{\text{puls}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)^2} \quad (4.26)$$

où  $\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)$  est l'erreur statistique associée au rayon pulsant, fixée à  $0.1 R_{\odot}$  afin d'obtenir la même erreur sur le facteur de projection avec les deux estimateurs. La quantité  $v_{\text{rad}}$  est la même que pour l'estimateur 1. La variation de rayon  $\Delta R_{\text{puls}}$  peut être selon le cas :

$$\Delta R_{\text{puls(s)}} = \int v(\tau_l = 2/3) \quad (4.27)$$

ou

$$\Delta R_{\text{puls(ii)}} = \Delta R(\tau_l = 2/3) \quad (4.28)$$

ou

$$\Delta R_{\text{puls(ic)}} = \Delta R(\tau_c = 2/3), \quad (4.29)$$

où chaque variation correspond théoriquement à l'intégration des équations (4.22), (4.23) et (4.24). Cependant, il faut noter que pour les équations (4.28) et (4.29) les variations de rayons sont déduites directement à partir du modèle. Une intégration a été utilisée pour fournir l'équation (4.27). On définit également pour la suite  $R_{\text{puls}} = \bar{R}_{\text{puls}} + \Delta R_{\text{puls}}$  dans chaque cas.

## Résultats et discussion

Le tableau 4.2 fournit une liste de résultats pour les douze cas considérés, ce qui amène aux conclusions suivantes.

Tout d'abord, les  $p$ -facteurs obtenus en considérant les deux estimateurs diffèrent de 2 % dans les cas extrêmes. Cette différence est prévisible pour deux raisons. D'une part, les deux quantités minimisées sont différentes, il est donc logique que les facteurs de projection obtenus correspondant le soit aussi. D'autre part, en raisonnant sur les rayons, l'estimateur doit être moins sensible à la forme des courbes de vitesse. L'intégration a pour effet de lisser en quelque sorte les perturbations minimales observées sur les courbes de vitesse (Fig. 4.3).

Ensuite, ces résultats indiquent un shift systématique de 0.02-0.04 (ou 3 %) au niveau des valeurs de  $p$  obtenues avec les vitesses radiales associées au fit gaussien ou au pixel minimum. Ceci

TAB. 4.2 – Facteurs de projection moyens optimums

$v_{\text{rad|gauss}}$  et  $v_{\text{rad|min}}$  sont la vitesse radiale déduite des profils théoriques en utilisant respectivement la méthode du fit gaussien et du pixel minimum. Les estimateurs (1) et (2) du facteur de projection *constant* correspondent aux équations (4.25) et (4.26) respectivement. Dans chaque cas, la vitesse pulsante  $v_{\text{puls}}$  et le rayon  $\Delta R_{\text{puls}}$  sont indiqués.

	estimator 1	estimator 2
	$v_{\text{puls(s)}} = v(\tau_l = 2/3)$	$\Delta R_{\text{puls(s)}} = \int v(\tau_l = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.35 \pm 0.01$	$1.32 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.31 \pm 0.01$	$1.30 \pm 0.01$
	$v_{\text{puls(ii)}} = \frac{\partial R(\tau_l = 2/3)}{\partial \phi}$	$\Delta R_{\text{puls(ii)}} = \Delta R(\tau_l = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.33 \pm 0.01$	$1.32 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.30 \pm 0.01$	$1.29 \pm 0.01$
	$v_{\text{puls(ic)}} = \frac{\partial R(\tau_c = 2/3)}{\partial \phi}$	$\Delta R_{\text{puls(ic)}} = \Delta R(\tau_c = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.28 \pm 0.01$	$1.27 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.24 \pm 0.01$	$1.24 \pm 0.01$

est logiquement relié à la différence systématique observée entre les deux types de vitesse. Ainsi il est important de choisir la valeur du  $p$ -facteur qui correspond à la méthode utilisée pour estimer la vitesse projetée.

Enfin, la différence entre les couches pulsantes considérées doit être reliée aux différentes techniques d'observations.

Pour les mesures spectroscopiques de la vitesse du *gaz* dans la raie, la valeur recommandée est de  $p = 1.35$ , ce qui est très proche de la valeur classique utilisée jusqu'à présent dans la littérature, à savoir  $p = 1.36$  (Burki et al. 1982). Burki et al. conseillèrent cette valeur de  $p = 1.36$  pour la méthode du centroïde. Or, pour des raisons de signal à bruit, la communauté a souvent utilisé cette valeur avec la méthode de l'ajustement gaussien. On s'aperçoit ici que faire cette approximation reste valable si la vitesse de rotation de l'étoile et la largeur du profil intrinsèque de la raie ne sont pas trop importantes. Nous avons en effet considéré ici une étoile sans rotation et la largeur de notre profil (FWHM) avoisine les  $0.25\text{\AA}$ . On constate ainsi que le modèle géométrique simple (Fig. 3.5b), les résultats obtenus par Burki et al., et le modèle hydrodynamique donnent des résultats cohérents, ce qui est rassurant ! Il faut noter ici, qu'il est préférable de considérer le premier estimateur puisqu'on a besoin de la vitesse pulsante du *gaz* pour tenir compte de la dynamique atmosphérique.

Pour des observations interférométriques dans une raie, la meilleure valeur serait  $p = 1.32$ , et dans ce cas, considérer le second estimateur est conseillé dans le sens où l'on s'intéresse directement aux variations de rayon dans la méthode de la parallaxe de pulsation. Il est donc préférable de limiter les intermédiaires, ici l'intégration, pour définir théoriquement le facteur de projection. Cependant, il faut bien noter ici que la valeur de  $p = 1.32$  est adaptée pour comparer le rayon de l'étoile associée à la zone de formation de la raie, et les observations spectro-interférométriques. Or, on suppose ici implicitement que la détermination interférométrique du diamètre angulaire de l'étoile

correspondant à la zone de formation de la raie est aisée. Nous allons voir dans la section suivante que ce n'est pas le cas : il est au contraire relativement difficile de déduire un tel diamètre à partir des observations spectro-interférométriques. La valeur de  $p = 1.32$  pour le facteur de projection est donc, en pratique, difficilement applicable. Dans le cadre du survey AMBER, il est donc conseillé d'observer en bande large pour déterminer le diamètre angulaire de l'étoile. Mais nous allons voir dans la section suivante, qu'une observation complémentaire dans la raie, peut être tout de même d'un très grand intérêt pour contraindre le  $p$ -facteur.

Pour des observations en bande large, la meilleure valeur serait  $p = 1.27$ . Ces résultats indiquent qu'une erreur de 6% peut être commise si l'on utilise la valeur usuelle de  $p = 1.36$  sans se soucier de la méthode d'observations utilisée. En particulier, pour les déterminations de la distance *via* la méthode de la parallaxe de pulsation comme réalisée avec VINCI, la valeur moyenne du facteur de projection à utiliser est de  $p = 1.27$ .

Finalement, notons qu'une erreur initiale de  $1 \text{ km s}^{-1}$  sur la vitesse pulsante, ou de  $0.1 R_{\odot}$  sur le rayon pulsant, mène à une erreur statistique finale sur le  $p$ -facteur d'à peu près 0.01 pour les deux estimateurs.

### La dépendance temporelle du facteur de projection

Une procédure a ensuite été imaginée pour quantifier l'impact de la variation temporelle du facteur de projection sur la distance. Il suffit de choisir une référence de distance pour l'étoile. J'ai utilisé :  $d = 275 \text{ pc}$ . On applique simplement alors la méthode de la parallaxe de pulsation en considérant les facteurs de projection *constants* décrits plus haut. Il s'avère alors que les distances obtenues de cette manière ne s'écartent pas plus de 0.2% de la distance de référence.

Il semblerait donc, dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation, que la dépendance temporelle du facteur de projection avec la phase ne soit pas un effet problématique. Considérer des  $p$ -facteurs constants, dans l'immédiat est suffisant. Cependant, Sabbey et al. (1996) trouve un résultat totalement opposé à cette conclusion. Pour ces auteurs, la variation du facteur de projection avec la phase peut en effet affecter la détermination du rayon par la méthode de Baade-Wesselink de 6%. Ces 6% ne doivent pas être confondus avec les 6% correspondant à une définition interférométrique du facteur de projection moyen. Cette différence importante est, à mon sens, une conséquence du type de modélisation utilisé dans les deux cas, à savoir avec ou sans piston.

Pour plus de détails, j'invite le lecteur à lire l'article suivante paru dans A&A.

**4.2.3** *Self-consistent modelling of the projection factor for interferometric distances determination*

*N. Nardetto, A. Fokin, D. Mourard, Ph. Mathias, P. Kervella, D. Bersier, article paru dans la revue Astronomy & Astrophysics, vol. 428, p. 131*

## Self consistent modelling of the projection factor for interferometric distance determination

N. Nardetto<sup>1</sup>, A. Fokin<sup>1,2,5</sup>, D. Mourard<sup>1</sup>, Ph. Mathias<sup>1</sup>, P. Kervella<sup>3</sup>, and D. Bersier<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Observatoire de la Côte d’Azur, Dpt. Gemini, UMR 6203, 06130 Grasse, France  
 e-mail: Nicolas.Nardetto@obs-azur.fr

<sup>2</sup> Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences, 48 Pjatnitskaya Str., Moscow 109017, Russia

<sup>3</sup> Observatoire de Paris-Meudon, LESIA, UMR 8109, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

<sup>4</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA

<sup>5</sup> Isaak Newton Institute, Moscow Branch

Received 4 June 2004 / Accepted 28 July 2004

**Abstract.** The distance of galactic Cepheids can be derived through the interferometric Baade-Wesselink method. The interferometric measurements lead to angular diameter estimations over the whole pulsation period, while the stellar radius variations can be deduced from the integration of the pulsation velocity. The latter is linked to the observational velocity deduced from line profiles by the so-called projection factor  $p$ . The knowledge of  $p$  is currently an important limiting factor for this method of distance determination. A self-consistent and time-dependent model of the star  $\delta$  Cep is computed in order to study the dynamical structure of its atmosphere together with the induced line profile. Different kinds of radial and pulsation velocities are then derived. In particular, we compile a suitable average value for the projection factor related to different observational techniques, such as spectrometry, and spectral-line or wide-band interferometry. We show that the impact on the average projection factor and consequently on the final distance deduced from this method is of the order of 6%. We also study the impact of a constant or variable  $p$ -factor on the Cepheid distance determination. We conclude on this last point that if the average value of the projection factor is correct, then the influence of the time dependence is not significant as the error in the final distance is of the order of 0.2%.

**Key words.** stars: atmospheres – stars: distances – stars: oscillations – stars: variables: Cepheids

### 1. Introduction

The period–luminosity (P–L) relation of the Cepheids is the basis of the extragalactic distance scale, but its calibration is still uncertain at a  $\Delta M = \pm 0.10$  mag level. In order to calibrate this relation, two procedures have been recently considered, both based on the Baade-Wesselink method (hereafter BW), with distances deduced from the ratio of radius to angular variations.

The first method is the near-infrared surface brightness method introduced by Welch (1994), and later by Fouqué & Gieren (1997). The angular diameter variation is photometrically inferred from calibrations of the  $V$  light and  $(V - K)$  color curves, and compared to the radius variation obtained spectroscopically. In the second method, called the interferometric version of the Baade-Wesselink method (hereafter IBW), the angular diameter variation is directly measured through the latest generation of long-baseline interferometers in the visible and in the IR, and then again compared to radius variations in order to derive distances (Kervella et al. 2004a; Lane et al. 2002) and then calibrate the P–L relation (Kervella et al. 2004b).

Both methods are in perfect agreement on the angular diameter, with a discrepancy of less than 1.5% (Kervella et al. 2004c). However, a difficulty remains in the derivation of the radius variation. The radius displacement is obtained through the integration of the pulsation velocity curve, hereafter called  $v_{\text{puls}}$ . But when one measures radial velocities from line profiles, hereafter called  $v_{\text{rad}}$ , they include the integration in two directions over the surface, through limb-darkening, and over the radius, through velocity gradients in line forming regions. Moreover, both the limb-darkening and velocity gradients depend on the pulsation phase, as already pointed out by Marengo et al. (2003). Therefore, the knowledge of the projection factor, defined as  $v_{\text{puls}} = p * v_{\text{rad}}$ , is of crucial importance for deriving a correct estimate of the radius variation curves from the integration of the pulsation velocity curve.

#### 1.1. Previous work

The problem of the projection factor has been first studied by Eddington (1926), Carroll (1928) and Getting (1935). These authors consider both effects of limb-darkening and

atmospheric expansion at constant velocity on the line profile. These studies led to a  $p$ -value of  $\frac{24}{17} = 1.41$ , which was used for several decades in the Baade-Wesselink method.

Later, Van Hoof & Deurinck (1952) showed that when the natural width of the line is much smaller than the shift induced by the Doppler effect, the resulting profile must be distorted, and the  $p$ -factor can be measured from the convolution of the static line profile with this distortion function. Parsons (1972), using a model atmosphere with uniform expansion, numerically determined  $p$ -values between 1.31 and 1.34 depending on the width of the line.

Karp (1973, 1975) introduced a velocity gradient within the line forming regions and computed the emerging flux for both weak and strong lines. Weak lines, appear asymmetrical similar to the ones obtained by Van Hoof & Deurinck (1952), while the distortion for the stronger lines is mainly due to the velocity gradient within the atmosphere. Albrow & Cottrell (1994) determine values for  $p$  larger by 10% than those obtained by Parsons (1972), a difference interpreted as due to the use of a different limb-darkening law. Indeed, the  $p$ -factor depends on many parameters, such as the wavelength ( $p$  is larger in the infrared, Sasselov & Lester 1990), or the effective temperature of the star (Hindsley & Bell 1986; Montañés Rodríguez & Jeffery 2001).

From an observational point of view, Burki et al. (1982) determined  $p = 1.36$  from the measure of the centroid of the correlation profile, a value which has been widely used in spectroscopy.

Finally, since  $p$  is determined both through geometrical effects and atmospheric dynamics, which change during the pulsation cycle, it should itself vary with the pulsation phase. In particular, Sabbey et al. (1995) showed that this effect on  $p$  can increase the BW radius by about 6%.

## 1.2. This work

We apply for  $\delta$  Cep a nonlinear self-consistent hydrodynamical model (Fokin 1990). In addition, radiative transfer is considered in the outer layers to produce a realistic atmosphere model. The derived quantities have been found to be in good agreement with observations for different classes of pulsators such as RR Lyrae (Fokin & Gillet 1997), RV Tauri (Fokin 2001), post-AGB (Jeannin et al. 1997), BL Herculis (Fokin & Gillet 1994) and more recently  $\beta$  Cephei stars (Fokin et al. 2004). In particular, this model has already been used in the case of  $\delta$  Cep (Fokin et al. 1996). Our model has some limitations (no convection, no adaptive grid), but is able to reproduce the main observational characteristics such as the presence of shocks or the correct shape and amplitude of the velocity curve. Thus we are confident that our model is valid for our study, and that the results are consistent.

The influence of the projection factor on the distance determination of Cepheids can be safely studied in the context of the IBW method. The main objectives of this paper are, firstly, to have an idea of the best value of the  $p$ -factor for interferometric observations, and to compare it with the generally used value of  $p = 1.36$ , and secondly, to quantify the impact of a constant or

time-dependent projection factor on the distance determination of the star.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we describe our model of the prototype of the Cepheids,  $\delta$  Cep, constrained from observational parameters referenced in the literature. In Sect. 3, we define the radial and pulsation velocities considered in the following. Section 4 deals essentially with the study of the projection factor and Sect. 5 concerns the impact of the choice of a time-varying  $p$ -factor on the distance determination. Finally, Sect. 6 presents the conclusions of this work.

## 2. The model of $\delta$ Cep

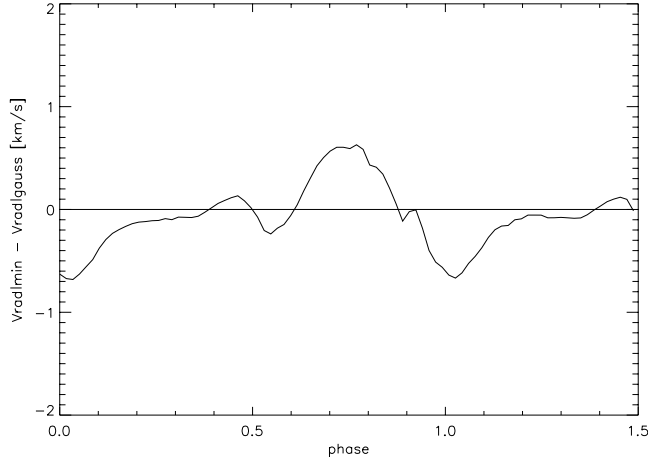
The model needs only 4 input parameters: the luminosity ( $L$ ), the effective temperature ( $T_{\text{eff}}$ ), the mass ( $M$ ) and the chemical composition ( $X$  and  $Y$ ). The model is run until it reaches its limit cycle (for  $\delta$  Cep this is the fundamental mode). Radiative transfer in the line is then solved in the frame of this hydrodynamical model to provide line profiles (Fokin 1991). For the present study, which is a first step, we have arbitrarily considered the metallic line Fe I 6003.012 Å. Therefore, we can compare the velocity in a given mass zone ( $v_{\text{puls}}$ ) with the velocity measured from the synthetic line profile ( $v_{\text{rad}}$ ). The latter was determined by two methods: measuring the velocity associated with the pixel at the minimum of the line profile (hereafter called profile minimum), and the Gaussian method in which we fit the whole profile with a Gaussian function. Note that theoretical variations follow the usual convention in which the pulsation phase  $\phi = 0$  corresponds to maximum luminosity.

Since the main stellar quantities of  $\delta$  Cep (HD 213306) are still uncertain, we tried several sets of luminosity  $L$ , effective temperature  $T_{\text{eff}}$  and mass  $M$  in order to get suitable observational quantities such as the pulsation period, the average radius of the star, bolometric and radial velocity curves, and line profiles. This leads to the following set for the 106-zone model:  $M = 4.8 M_{\odot}$ ,  $L = 1995 L_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 5877$  K. This latter is in agreement with the one measured by Fernley et al. (1989). Mass and luminosity are related through the M–L relation of Chiosi et al. (1993):

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = -0.015 + 3.14Y - 10.0Z + 3.502 \log \frac{M}{M_{\odot}} + 0.25$$

where  $Y = 0.28$  and  $Z = 0.02$  correspond to typical Pop. I chemical composition. The inner boundary has been fixed at about  $T = 1.0 \times 10^6$  K, corresponding to about 16% of the photospheric radius, so the model envelope with the atmosphere contains about 7% of the stellar mass. The atmosphere itself contains about  $1.0 \times 10^{-7}$  of the total stellar mass. In the hydrodynamical model we used the OPAL92 opacity table. Note that in the following line transfer calculation for each chosen phase we used the snapshots of the pulsating atmosphere given by the nonlinear model. In addition, we used the relevant frequency-dependent atomic opacities both in the continuum and in the line.

We started the hydrodynamical calculations with an initial velocity profile with a value of  $25 \text{ km s}^{-1}$  at the surface. At the limit cycle the pulsation period is 5.419 days, very close (1%) to the observational value deduced by



**Fig. 1.** Difference between the theoretical radial velocity curves measured by the profile minimum method ( $v_{\text{rad}|min}$ ) and the Gaussian fitting method ( $v_{\text{rad}|gauss}$ ). The small difference induces a bias in the determination of the  $p$ -factor. The horizontal line is the zero velocity in the stellar rest frame.

Szabados et al. (1980). Bolometric and radial velocity amplitudes are respectively  $\Delta m_{\text{bol}} = 0.85$  mag and  $\Delta V = 35 \text{ km s}^{-1}$ . The relative radius amplitude at the surface is  $\Delta R/R = 10\%$ . The mean photospheric radius is about  $\bar{R} = 43.5 R_{\odot}$ , in agreement with interferometric and parallax measurements obtained by Mourard et al. (1997), Nordgren et al. (2000) and Benedict et al. (2002).

We then generated a series of snapshots of the atmospheric structure (about 60 per pulsation period) and after the line profile computation we deduced the radial velocity variations. For all phases we assume the same microturbulence velocity of  $1 \text{ km s}^{-1}$ , and we neglect the rotation ( $v \sin i \sim 5 \text{ km s}^{-1}$ , Breitfellner & Gillet 1993).

### 3. Velocities

To study the projection factor, we now define different radial and pulsational velocities.

#### 3.1. The radial velocity

Theoretical line profiles deduced from the  $\delta$ Cep model are used to determine apparent radial velocities considering either the minimum of the profile or the Gaussian fit. The maximum velocity difference between these two methods reaches about  $0.7 \text{ km s}^{-1}$  during extrema phases ( $\phi = 0.7-0.8$  and  $\phi = 0.9-1.0$ ), see Fig. 1. We will show later that such a difference is not negligible for the projection factor determination.

#### 3.2. The pulsation velocity

The projection factor may have different definitions depending on the pulsating layer considered. From a spectroscopic point of view, one considers the gas velocity associated to the optical barycenter of the line forming region. However, the instruments, spectrograph and interferometer, do not probe the same

layers of the star. For instance, with the IBW method, the layers that are seen by the interferometer depend on the spectral resolution. Indeed, a wide spectral band will rather probe the continuum (photospheric) region. Conversely, in a specific line, the visibility function is the Fourier transform of the image of the star in the considered line. Thus different cases, corresponding to each type of observation, have to be considered.

Firstly, for spectroscopic observations the gas velocity is that of the line-forming layers. However this region may represent an appreciable fraction of the height of the atmosphere. Sabbey et al. (1995) determined the layer corresponding to the optical center of gravity of the line from contribution functions. In our case, we consider the standard definition in which the line core is formed at an optical depth of  $\tau = 2/3$ . Hence, we use the definition:

$$v_{\text{puls}(s)} = v \left( \tau_l = \frac{2}{3} \right) \quad (1)$$

where  $\tau_l$  is the optical depth at the center of the line and “(s)” means “Spectroscopy”.

Secondly, for interferometric observations in one particular line, it is better to consider the velocity of optical layers corresponding to an optical depth of  $\tau_l = 2/3$ . It is not the gas velocity that is considered here but the *velocity of the optical layer* deduced from the pulsation model, defined by:

$$v_{\text{puls}(il)} = \frac{\partial R(\tau_l = 2/3)}{\partial \phi} \quad (2)$$

where “(il)” is for “Interferometry in one Line”.

Similarly, for interferometric observations in a wide band, the most appropriate pulsation velocity is the one associated to the photospheric layer that corresponds, by definition, to  $\tau = 2/3$  in the continuum:

$$v_{\text{puls}(ic)} = \frac{\partial R(\tau_c = 2/3)}{\partial \phi} \quad (3)$$

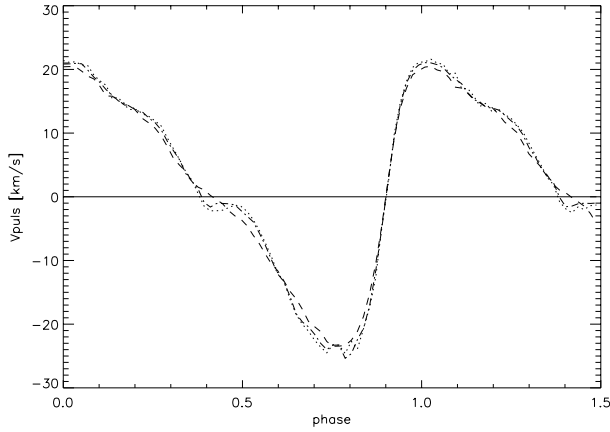
where “(ic)” is for “Interferometry in the Continuum”.

Note that we consider here the continuum next to the line. Figure 2 represents the different pulsation velocities defined above. These three pulsation velocity curves are different by a maximum of 5% during the extrema phases, because the atmosphere is not co-moving. The asymmetry in the profile is maximum during the phases of extrema of the radial velocity curve, thus there should be a large velocity gradient between the different layers.

### 4. The projection factor

#### 4.1. Combination of radial and pulsation velocities

It is now possible to combine the radial velocities (two cases) with the pulsation velocities (three cases) to derive the projection factor. Figures 3a–c shows the three pulsation velocities together with the radial velocity using the Gaussian method. Note that the estimators of radial and pulsation velocities, in (s) and (il) cases, are supposed to probe the same part of the star, the line forming region. In other words the two curves should cancel at the same phase respectively in Figs. 3a and 3b, which



**Fig. 2.** Pulsation velocities vs. phase. The dashed curve shows the velocity of the photospheric layer ( $\tau = 2/3$  in the continuum), the dot-dashed curve the velocity of the layer corresponding to  $\tau = 2/3$  in the spectral center of the line and the dotted curve the *gas* velocity corresponding to  $\tau = 2/3$  in the line. The horizontal line is the zero velocity in the stellar rest frame.

is actually the case with a good precision ( $\phi \sim 0.4$ ). This is an indication that our estimator of the optical barycenter  $\tau = 2/3$  is correct. The result should have been the same considering the profile minimum as the velocity curve cancels at the same phase (see  $\phi = 0.4$  in Fig. 1). However, we note in Fig. 3c that the zero point of the photospheric velocity is at a slightly later phase. This is the result of asynchronous motions in the atmosphere.

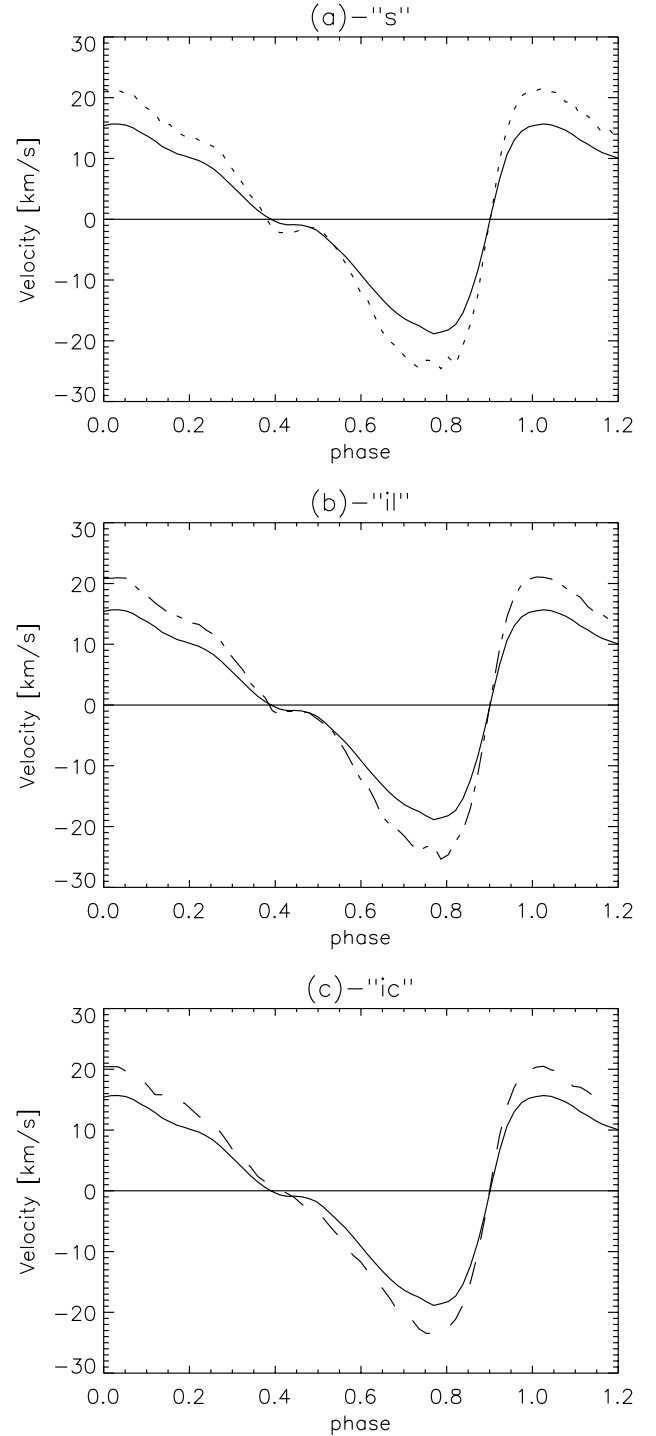
All these curves, with their amplitude and shape, will have an impact on the projection factor and its variation over the pulsation. In the following section we compute a suitable average value of the projection factor for each case, considering two estimators which are not simply the average of the ratio of pulsation to radial velocities. In Sect. 5, we consider more specifically the time dependence of the projection factor.

#### 4.2. Two estimators of $p$

To determine a constant projection factor, we cannot simply consider the mean value of the ratio of the pulsation to radial velocities. Due to the non-comoving character of the atmospheric motions, this would lead to a ratio of physical quantities close to zero ( $\phi \sim 0.4$ ) but not *exactly* at the same phase, whatever the case considered in Fig. 3. Consequently, two more suitable tests were used to estimate a constant value of  $p$ . The first consists in applying a classical  $\chi^2$  minimization algorithm between the quantity  $v_{\text{rad}} \cdot p_{\text{const}}$  and the considered pulsation velocity (hereafter estimator 1):

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(v_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}} - v_{\text{puls}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)^2} \quad (4)$$

where  $\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)$  is the statistical error in the pulsation velocity, arbitrarily fixed to a reasonable value of  $1 \text{ km s}^{-1}$ , in order to evaluate the corresponding error on  $p$ . The phases  $\phi_i$ , in this case, are sampled following the snapshots of the model. Here,



**Fig. 3.** Radial velocity curve deduced from the theoretical line profiles by the Gaussian method together with **a)** the gas velocity corresponding to  $\tau = 2/3$  in the line forming region according to Eq. (1), **b)** the  $\tau = 2/3$  “optical layer” velocity according to Eq. (2), **c)** the velocity of the photospheric layer ( $\tau = 2/3$  in the continuum, see Eq. (3)).

$v_{\text{rad}}$  is the radial velocity deduced from either the profile minimum or the Gaussian fit, and  $v_{\text{puls}}$  is related to Eqs. (1)–(3).

The second estimator of the  $p$ -factor is directly based on the radius variation of the star, obtained either by integration of the radial velocity or directly by the position of the layer as



**Table 1.** Optimal constant values for the  $p$ -factor for different cases of interest.  $v_{\text{rad|gauss}}$  and  $v_{\text{rad|min}}$  are the radial velocity deduced from theoretical line profiles using the Gaussian and minimum method respectively. Estimator (1) and (2) of the *constant* projection factor correspond to Eqs. (4) and (5) respectively. In each case the pulsational velocity  $v_{\text{puls}}$  and radius  $\Delta R_{\text{puls}}$  used are indicated.

	Estimator 1	Estimator 2
	$v_{\text{puls(s)}} = v(\tau_l = 2/3)$	$\Delta R_{\text{puls(s)}} = \int v(\tau_l = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.35 \pm 0.01$	$1.32 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.31 \pm 0.01$	$1.30 \pm 0.01$
	$v_{\text{puls(ii)}} = \frac{\partial R(\tau_l = 2/3)}{\partial \phi}$	$\Delta R_{\text{puls(ii)}} = \Delta R(\tau_l = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.33 \pm 0.01$	$1.32 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.30 \pm 0.01$	$1.29 \pm 0.01$
	$v_{\text{puls(ic)}} = \frac{\partial R(\tau_c = 2/3)}{\partial \phi}$	$\Delta R_{\text{puls(ic)}} = \Delta R(\tau_c = 2/3)$
$v_{\text{rad gauss}}$	$1.28 \pm 0.01$	$1.27 \pm 0.01$
$v_{\text{rad min}}$	$1.24 \pm 0.01$	$1.24 \pm 0.01$

provided by the radius of the mass zone involved. Hence, the quantity defined by  $\int v_{\text{rad}} \cdot p_{\text{const}}$  is compared with the pulsating radius (hereafter estimator 2):

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\int v_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}} - \Delta R_{\text{puls}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)^2} \quad (5)$$

where  $\sigma_{\text{puls}}(\phi_i)$  is the statistical error in the pulsation radius, fixed to  $0.1 R_{\odot}$  to obtain the same uncertainty in the  $p$ -factor for both estimators. The quantity  $v_{\text{rad}}$  is the same as in estimator 1. The radius variation  $\Delta R_{\text{puls}}$  may be either:

$$\Delta R_{\text{puls(s)}} = \int v(\tau_l = 2/3) \quad (6)$$

or

$$\Delta R_{\text{puls(ii)}} = \Delta R(\tau_l = 2/3) \quad (7)$$

or

$$\Delta R_{\text{puls(ic)}} = \Delta R(\tau_c = 2/3), \quad (8)$$

with each case corresponding theoretically to the integration of Eqs. (1)–(3). However, note that for Eqs. (7) and (8) the radius variations are deduced directly from the model. An integration algorithm was used to derive Eq. (6). We also define  $R_{\text{puls}} = \overline{R_{\text{puls}}} + \Delta R_{\text{puls}}$  for each case.

#### 4.3. Results and discussion

Table 1 lists the computation results for the twelve cases considered, leading to the following conclusions.

Firstly, the  $p$ -factors obtained considering the two estimators differ by 2% in extreme cases. This is expected for two reasons. On the one hand, the two minimized quantities are different, so it is expected that the associated  $p$ -factor values will also be different. On the other hand, when the radius is fitted, the estimator may be less sensitive to velocity variation shapes.

Secondly, these results indicate a systematic shift of 0.02–0.04 (or 3%) in  $p$ -values between the radial velocities associated with the Gaussian and the profile minimum methods. This is logically linked to the systematic difference in velocity curves, as shown in Fig. 1. Therefore it is important to choose the  $p$ -factor value that corresponds to the method that was used to estimate the projected velocity. In addition, it is best to use the method that is least sensitive to velocity gradients and marginal effects, in order to obtain a value for the  $p$ -factor that is generally applicable. That is why in the following discussions, we consider only the radial velocity deduced from the Gaussian method.

Thirdly, the difference between the pulsation layers considered should be related to the different observational techniques, as we pointed out in Sect. 3. For spectroscopic measurements of the gas velocity within the line, the recommended value is  $p = 1.35$ , which is close to the classical value of  $p = 1.36$  (Burki et al. 1982). In this case, one should preferably consider the first estimator since one has to deal with the pulsation velocity of the gas to account for the atmosphere dynamics. Conversely, for interferometric observations in a “photospheric” line, the best value is  $p = 1.32$ , and one should consider the second estimator (this result will be confirmed in the next section). For broadband interferometric observations, one should use a lower value of  $p = 1.27$ . These results indicate that an error of 6% can be made if one takes the usual value of  $p = 1.36$  regardless of the observational method used.

Finally, an initial error of  $1 \text{ km s}^{-1}$  in the pulsation velocity, or  $0.1 R_{\odot}$  in the pulsation radius, leads to a final statistical error in the  $p$ -factor of about 0.01 for both estimators.

#### 5. The effect of a constant projection factor on distance determination

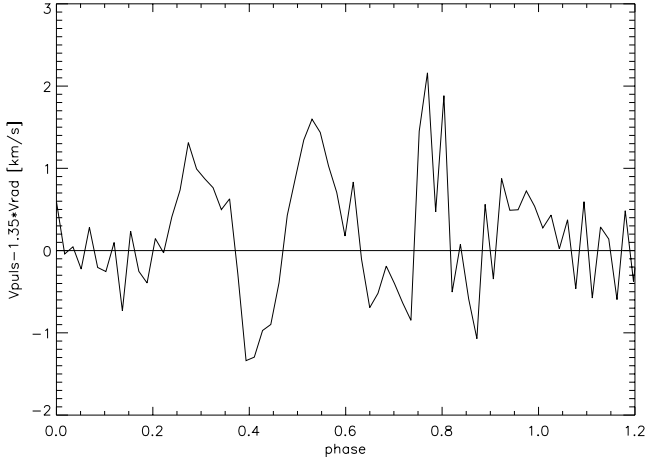
The IBW method combines interferometric and spectrometric observations to deduce the distance of the star (see Kervella et al. 2004a). In the previous section we have obtained different average values for  $p$ , considering different kinds of velocities and estimators. We now study the influence of the time-dependence of  $p$  on distance determination. Since the definition of  $p$  involves phase-dependent factors,  $p$  itself should be time-dependent. This is illustrated in Fig. 4 which shows the quantity  $v_{\text{puls}} - p_{\text{const}} * v_{\text{rad}}$ . As it has already been pointed out in Sect. 4.2, plotting the  $p$ -factor against the phase is misleading as the ratio of pulsation to radial velocities is not representative when these quantities are close to zero ( $\phi \sim 0.4$ ). Moreover, in the framework of the IBW method, the quantity of interest is the pulsation velocity rather than the projection factor itself.

On the one hand, we simulate angular diameters  $\theta_{\text{obs}}$ , fixing arbitrarily the distance of the star ( $d = 275 \text{ pc}$ ) and using the radius variations provided by the pulsation model:

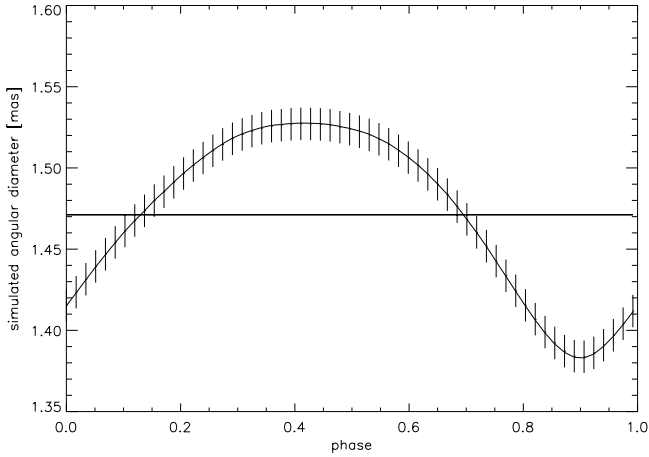
$$\theta_{\text{obs}}(\phi_i) = 9.305 \left( \frac{R_{\text{puls}}(\phi_i)}{275} \right) [\text{mas}] \quad (9)$$

where  $R_{\text{puls}}$  (in  $R_{\odot}$ ) is one of the three quantities:

$$R_{\text{puls(s)}} = \int v(\tau_l = 2/3) \quad (10)$$



**Fig. 4.** The quantity  $v_{\text{puls}} - 1.35 * v_{\text{rad}}$  versus the phase in the case of Fig. 3a:  $v_{\text{puls}}$  is the gas velocity corresponding to  $\tau = 2/3$  in the line formation region according to Eq. (1), and  $v_{\text{rad}}$  is the radial velocity curve deduced from the theoretical line profiles by the Gaussian method.  $p = 1.35$  is the optimum value obtained from the estimator 1, as described in Sect. 4.2



**Fig. 5.** Simulated angular diameter points deduced from Eq. (9) with  $R_{\text{puls(ic)}} = R(\tau_c = 2/3)$ . Each point is shown with its arbitrary theoretical error bar of 0.01 mas. This curve simulates interferometric observations used in the IBW method.

or

$$R_{\text{puls(il)}} = R(\tau_l = 2/3) \quad (11)$$

or

$$R_{\text{puls(ic)}} = R(\tau_c = 2/3), \quad (12)$$

as provided by the integration of Eqs. (1)–(3). The phases  $\phi_i$  are sampled from the snapshots of the model. Figure 5 shows the simulated angular diameter curve considering  $R_{\text{puls(ic)}} = R(\tau_c = 2/3)$ .

On the other hand, the IBW method is used as follows. Firstly, a radial velocity curve is derived from the synthetic spectra considering both the Gaussian fit and the minimum profile methods. Then, a constant value for the  $p$ -factor is chosen corresponding to one of the twelve cases of Table 1. Finally,

**Table 2.** Distance results corresponding to the mean  $p$ -factor results of Table 1. The different expressions of the radius refer to Eqs. (10)–(12) respectively and correspond to the quantity used in the Eq. (9) of the simulated angular diameters.

	Estimator 1	Estimator 2
$R_{\text{puls}} = \int v(\tau_l = 2/3)$		
$v_{\text{rad gauss}}$	$279.6 \pm 7.2$	$274.6 \pm 7.2$
$v_{\text{rad min}}$	$278.2 \pm 7.2$	$274.8 \pm 7.2$
$R_{\text{puls}} = R(\tau_l = 2/3)$		
$v_{\text{rad gauss}}$	$278.2 \pm 7.2$	$274.6 \pm 7.2$
$v_{\text{rad min}}$	$276.9 \pm 7.2$	$274.7 \pm 7.2$
$R_{\text{puls}} = R(\tau_c = 2/3)$		
$v_{\text{rad gauss}}$	$276.0 \pm 7.2$	$274.9 \pm 7.2$
$v_{\text{rad min}}$	$274.6 \pm 7.2$	$274.8 \pm 7.2$

the integration of the pulsation velocity deduced from the radial velocity and the projection factor leads to an estimation of the radius variation of the star. This leads to an angular variation curve:

$$\theta_{\text{model}}(\phi_i) = \bar{\theta} + 9.305 \left( \frac{\Delta R(\phi_i)}{d} \right) [\text{mas}], \quad (13)$$

where  $\Delta R(\phi_i) = \int v_{\text{rad}}(\phi_i) \cdot p_{\text{const}}$ . Finally, applying a classical  $\chi^2$  minimization algorithm, we fit both the average angular diameter  $\bar{\theta}$  and the distance  $d$  to the star. The minimized quantity is:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\theta_{\text{obs}}(\phi_i) - \theta_{\text{model}}(\phi_i))^2}{\sigma_{\text{obs}}(\phi_i)^2}. \quad (14)$$

The values for  $\sigma_{\text{obs}}(\phi_i)$  are arbitrarily fixed to 0.01 mas which is a realistic value considering the measurement precision achieved recently by long-baseline interferometers (see Fig. 5).

Table 2 gives the computed distances using the  $p$ -factors shown in Table 1. The mean angular diameters obtained correspond to the anticipated values of  $\theta_{\text{obs}} = 1.471$  mas for the (ic) case and  $\theta_{\text{obs}} = 1.476$  for (s) and (il) cases. The statistical errors obtained are around 0.001 mas.

Since  $p$  is constant, we have  $\Delta R \sim \Delta R_{\text{puls}}$ , and any departure from the predefined distance (275 pc) is the result of the time-dependence of the projection factor or the choice of the estimator: there is no model effect. It appears that the computed and reference distances are closer for estimator 2. Thus, estimator 2 provides projection factors less biased than those provided by estimator 1 in the frame of the IBW method.

An important conclusion is that for the best  $p$ -factor value, the systematic error in the derived distance does not exceed 0.2%, independent of the radial and pulsation velocities considered. This important result indicates that a time-dependent  $p$ -factor is not required at the moment since the final error of 0.2% is well below our best estimation of recent distance determination.

Finally, note that the initial uncertainty of 0.01 mas in theoretical angular diameters leads to a final statistical error in the distance of 7.2 pc.

## 6. Conclusion

A self-consistent nonlinear model for  $\delta$  Cephei was generated reproducing the main observational features of this star.

On the basis of this model we studied the effect of the projection factor which links radial and pulsation velocity on the IBW method for distance determination. Two methods were considered for deriving the radial velocity curve: a Gaussian fit and the profile-minimum method. Similarly, three pulsation velocities were defined corresponding to different regions of the stellar atmosphere: two concern the line forming region, while the third corresponds to the photosphere. These three pulsation velocities are linked to different observational techniques such as spectrometry and wide-band or spectral-line interferometry. An important result of this study is the very weak influence of the time-dependence of the  $p$ -factor on distance determination. The choice of a *constant*  $p$ -factor instead of one that is time-dependent gives a systematic error in the final distance of the order of 0.2%, which is below the best estimations of current distance determination. More important, the projection factor should be chosen depending on the observational techniques used. For spectroscopic observations, if we use the Gaussian method to derive the radial velocity, we propose  $p = 1.35$ . For wide-band interferometry, the best value is  $p = 1.27$ , and for interferometric observations in a specific (metal) line it is  $p = 1.32$ . Note that this latter value has been determined for a given line: considering lines formed in other atmospheric regions should lead to different values. An extensive study of this dependence, outside the scope of the present paper, is currently in progress.

Note also that these values have been determined for  $\delta$  Cep. The generalization of our results to other classical Cepheids will require the study of a larger sample of stars. The AMBER instrument (Petrov et al. 2000) will also permit observations in one particular line with a good resolution (“Interferometry in one Line”). Cepheids are bright sources and observations in an absorption line of their atmospheres appears feasible in terms of signal to noise ratio of as long as one can use large telescopes and adaptive optics. It will be then possible to compare the same layer of the star with interferometry and spectrometry.

*Acknowledgements.* We thank Ph. Berio for having provided the  $\chi^2$  minimization algorithm and for useful discussions. A. Fokin acknowledges the Observatoire de la Côte d’Azur for financial support.

## References

- Albrow, M. D., & Cottrell, P. L. 1994, MNRAS, 267, 584
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., et al. 2002, AJ, 124, 1695
- Breitfellner, M. G., & Gillet, D. 1993, A&A, 277, 524B
- Burki, G., Mayor, M., Benz, W. 1982, A&A, 109, 258
- Caroll, M. A. 1928, MNRAS, 88, 548
- Chiosi, C., Wood, P. R., & Capitanio, N. 1993, ApJS, 86, 541
- Eddington, A. S. 1926, The Internal Constitution of the Stars (Cambridge University Press), 185
- Fernley, J. A., Skillen, I., & Jameson, R. F. 1989, MNRAS, 237, 947
- Fokin, A. B. 1990, Ap&SS, 164, 95
- Fokin, A. B. 1991, MNRAS, 250, 258
- Fokin, A. B. 2001, in Stellar pulsation – nonlinear studies ASSL series, ed. M. Takeuti, & D. D. Sasselov, 257, 103
- Fokin, A. B., & Gillet, D. 1994, A&A, 290, 875
- Fokin, A. B., & Gillet D. 1997, A&A, 325, 1013
- Fokin, A. B., Gillet, D., & Breitfellner, M. G. 1996, A&A, 307, 503
- Fokin, A. B., Mathias, Ph., Chapellier, E., Gillet, D., & Nardetto, N. 2004, A&A, 426, 687
- Fouqué, P., & Gieren, W. P. 1997, A&A, 320, 799
- Getting, I. A. 1935, MNRAS, 95, 141
- Hindsley, R., & Bell, R. A. 1986, PASP Conf. Ser., 98, 881
- Jeannin L., Fokin A. B., Gillet D., & Baraffe I. 1997, A&A, 326, 203
- Karp, A. H. 1973, ApJ, 180, 895
- Karp, A. H. 1975, ApJ, 201, 641
- Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., et al. 2004a, A&A, 416, 941
- Kervella, P., Bersier, D., Mourard D., Nardetto, N., & Coudé Du Foresto, V. 2004b, A&A, 423, 327
- Kervella, P., Fouqué, P., Storm, J., et al. 2004, ApJ, 604, L113
- Lane, B. F., Creech-Eakman, M., & Nordgren, T. E. 2002, ApJ, 573, 330
- Parsons, S. B. 1972, ApJ, 174, 57
- Petrov, R., Malbet, F., Richichi, A., et al. 2000, Proc. SPIE, 4006, 68
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, ApJ, 589, 975
- Montañés Rodríguez, P., & Jeffery, C. S. 2001, A&A, 375, 411
- Mourard, D., Bonneau, D., Koechlin, L., et al. 1997, A&A, 317, 789
- Nordgren, T. E., Armstrong, J. T., Germain, M. E., et al. 2000, ApJ, 543, 972
- Sabbey, C. N., Sasselov, D. D., Fieldus, M. S., et al. 1995, ApJ, 446, 250
- Sasselov, D. D., & Lester, J. B. 1990, ApJ, 362, 333
- Szabados L. 1980, Comm. Konkoly Obs. Hungary., 76, 1
- Van Hoof, A., & Deurinck, R. 1952, ApJ, 115, 166
- Welch, D. L. 1994, AJ, 108, 1421

#### 4.2.4 Vers une confirmation spectro-interférométrique du facteur de projection

Il s'agit dans cette partie d'exploiter les profils d'intensité (ou distribution d'intensité, à ne pas confondre avec les profils de raie) fournis par le modèle hydrodynamique. Nous parlerons de l'intérêt de la spectro-interférométrie pour le facteur de projection, mais également de l'assombrissement centre-bord. Ce dernier peut en effet être étudié au moyen des profils d'intensité calculés dans le continu.

##### L'effet d'un assombrissement centre-bord *constant* pour la détermination des distances

L'assombrissement centre-bord (ACB) est très important dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation. Cependant, il reste difficile de savoir si la variation de l'ACB avec la phase doit être prise en compte dans le traitement des données interférométriques. Une étude importante sur la variation temporelle et spectrale de l'ACB a néanmoins déjà été effectuée par Marengo et al. (2002), (2003). Ils concluent que la variation dans le visible est plus grande (environ 1%) que dans l'infrarouge (environ 0.2%). L'étude présentée ici est réalisée dans le visible.

La figure 4.4 montre, dans un diagramme à 3 dimensions, les profils d'intensité dans le continu obtenus à partir du modèle hydrodynamique. Ces profils sont plus ou moins assombris selon la phase de pulsation. Pour avoir une idée de l'impact de cet assombrissement centre-bord sur la détermination de distance, j'adopte la stratégie suivante.

Je calcule d'abord, le diamètre angulaire uniforme associé à ces profils d'intensité ( $\theta_{UD}$ ), comme ce serait le cas sur une observation réelle. Par définition ce diamètre angulaire ne prend pas en compte l'assombrissement centre-bord de l'étoile, par contre il y est sensible, que ce soit du point de vue de sa valeur moyenne ou de sa variation avec la phase. Il existe alors un facteur, noté  $k$ , qui permet de déterminer la valeur du véritable diamètre photosphérique de l'étoile ( $\theta_{photo}$ ) à partir du diamètre angulaire uniforme :

$$k(\phi) = \frac{\theta_{UD}(\phi)}{\theta_{photo}(\phi)}, \quad (4.30)$$

On peut alors séparer la valeur moyenne de la variation temporelle du facteur- $k$  :  $k(\phi) = k_{moy} + \Delta k(\phi)$ . Ainsi, la valeur moyenne permet de corriger le diamètre angulaire uniforme de la valeur moyenne de l'ACB, tandis que la variation temporelle de  $k$  contient exclusivement les effets de variations du profil d'intensité et donc de l'assombrissement centre-bord.

On peut alors définir un diamètre angulaire prenant en compte l'assombrissement moyen de l'étoile ( $\theta_{LD}$ ) de la manière suivante :

$$\theta_{UD} = k_{moy}\theta_{LD} \quad (4.31)$$

Ce diamètre est au plus proche du diamètre photosphérique de l'étoile, mais ne prend pas en compte les variations d'assombrissement centre-bord avec la phase. La figure 4.5 illustre ce résultat. On obtient ainsi  $k_{moy} = 0.954$ , et l'amplitude pic à pic de la variation de  $k$  en fonction de la phase est d'environ 0.015.

Ainsi, de manière arbitraire, on associe une distance  $d = 275$  pc au diamètre angulaire photosphérique de l'étoile. Si au lieu d'utiliser ce diamètre pour la détermination de distance on utilise  $\theta_{LD}$ , on a alors directement l'impact de la variation de l'assombrissement centre-bord sur la distance. Or, en appliquant cette méthode, on obtient exactement la distance de référence. Ceci est lié

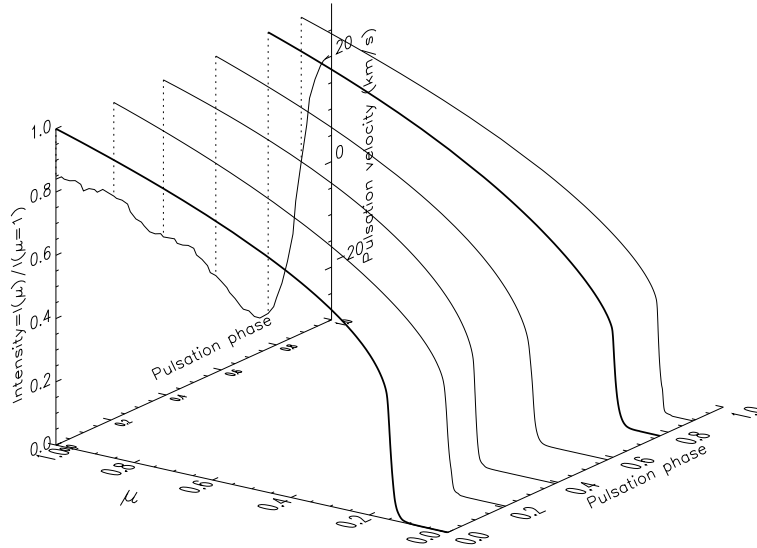


FIG. 4.4 – Profils d'intensité dans le continu en fonction de la phase de pulsation de l'étoile. Dans le plan du fond est indiquée la vitesse pulsante photosphérique. Il semblerait qu'il existe un lien entre la vitesse et l'assombrissement centre-bord de l'étoile.

au fait que dans la méthode de la parallaxe de pulsation, c'est l'amplitude de la courbe de diamètre qui donne la distance, or celle-ci est approximativement la même que l'on considère  $\theta_{LD}$  ou  $\theta_{photo}$ . La différence obtenue entre les deux courbes apparaît plutôt comme un décalage en phase de l'ordre de 0.02. Ainsi, d'après cette étude la variation de l'assombrissement centre-bord avec la phase ne devrait pas avoir une incidence fondamentale sur la détermination des distances des Céphéïdes.

### Les profils d'intensité dans la raie

Les profils d'intensité théoriques offrent une possibilité unique de préparer les observations spectro-interférométriques des Céphéïdes. Jusqu'à présent, la précision des interféromètres, leur résolution spatiale ou spectrale, ne permettaient pas d'exploiter ce champ de recherche. Avec l'avènement de l'instrument AMBER sur le VLTI, de nouvelles voies scientifiques s'ouvrent.

Les figures 4.6, 4.6 montrent les profils d'intensité dans la raie du fer ( $\text{FeI } 6003.012\text{\AA}$ ), pour les phases d'expansion et de contraction maximales de l'étoile. La droite en tirets correspond à la longueur d'onde de référence. On peut interpréter cette figure de la manière suivante. Les canaux spectraux les plus éloignés de la longueur d'onde de référence correspondent à la partie centrale de l'étoile, du fait de la projection géométrique. Ainsi, au niveau des profils, on observe une plus grande absorption au centre que sur les bords. La tendance va ensuite progressivement s'inverser lorsque l'on va se rapprocher du canal spectral correspondant à la longueur d'onde de référence.

En prenant la transformée de Fourier des cartes d'intensité, et en choisissant un pouvoir de résolution pour l'interféromètre, on obtient une courbe de visibilité en fonction de la longueur d'onde très utile pour préparer les observations spectro-interférométriques (Fig. 4.8).

Nous allons maintenant considérer 4 raies métalliques (3 du fer et une du nickel) se formant à différentes altitudes dans l'atmosphère. Pour connaître la zone de formation des raies, il suffit de

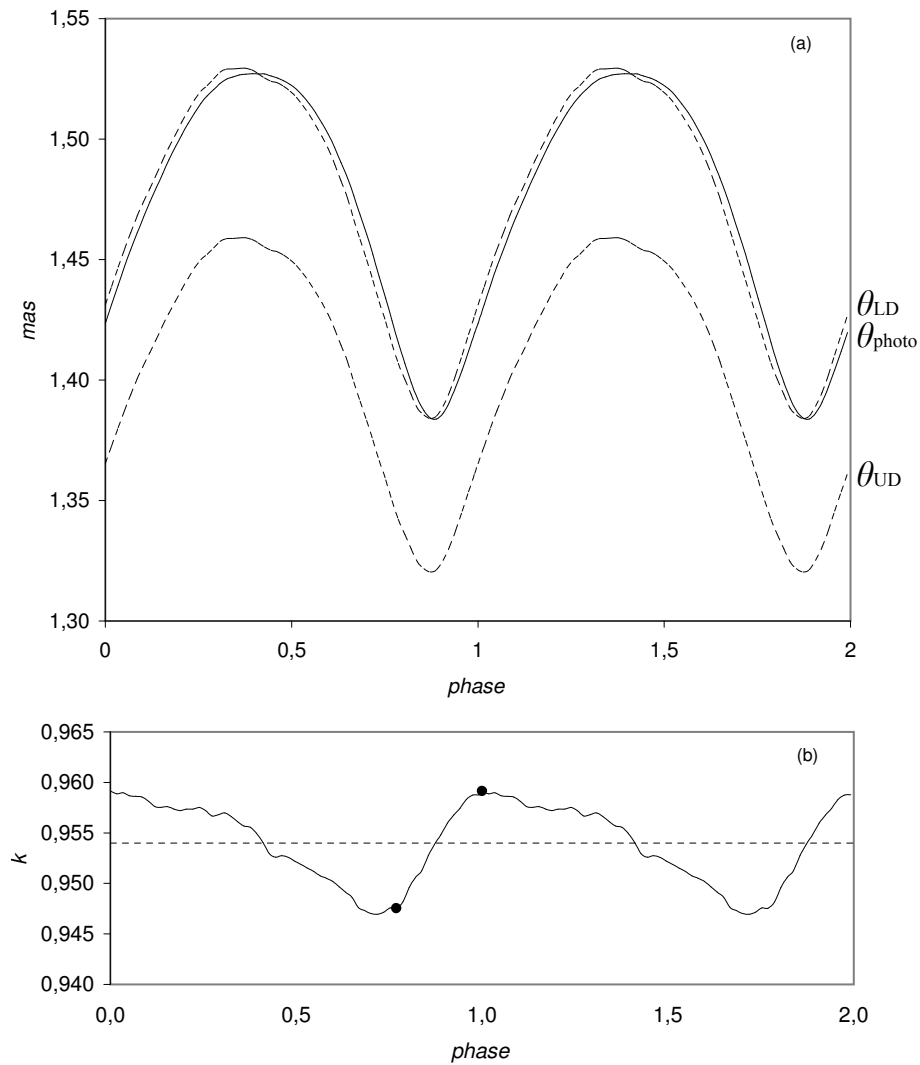


FIG. 4.5 – Diamètres angulaires théoriques et assombrissement centre-bord

(a) Variation de  $\theta_{UD}$ ,  $\theta_{LD}$  et  $\theta_{photo}$  avec la phase tels que définis dans le texte. (b) Variation du  $k$ -facteur avec la phase. Ce dernier est relié directement à l'assombrissement centre-bord. Les deux valeurs extrêmes du  $k$ -facteur sont indiquées, elles correspondent respectivement à la phase d'expansion ( $\phi = 0,0$ , ACB le moins fort) et de contraction ( $\phi = 0,77$ , ACB le plus fort) maximale de l'étoile (voir Fig. 4.4).

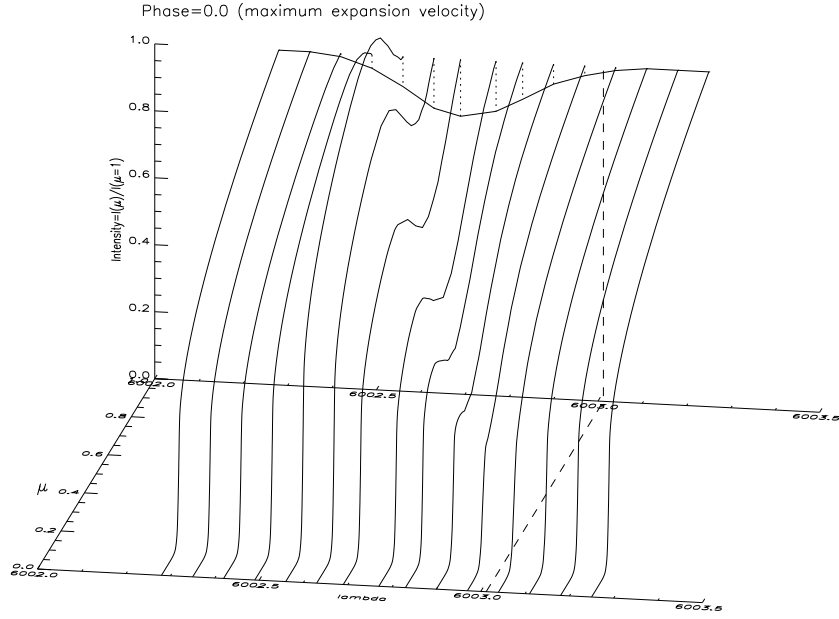


FIG. 4.6 – Figure 3D : les profils d'intensité dans la raie  
 Profils d'intensité dans la raie du fer (FeI 6003.012Å), pour la phase d'expansion maximum ( $\phi = 0$ ).

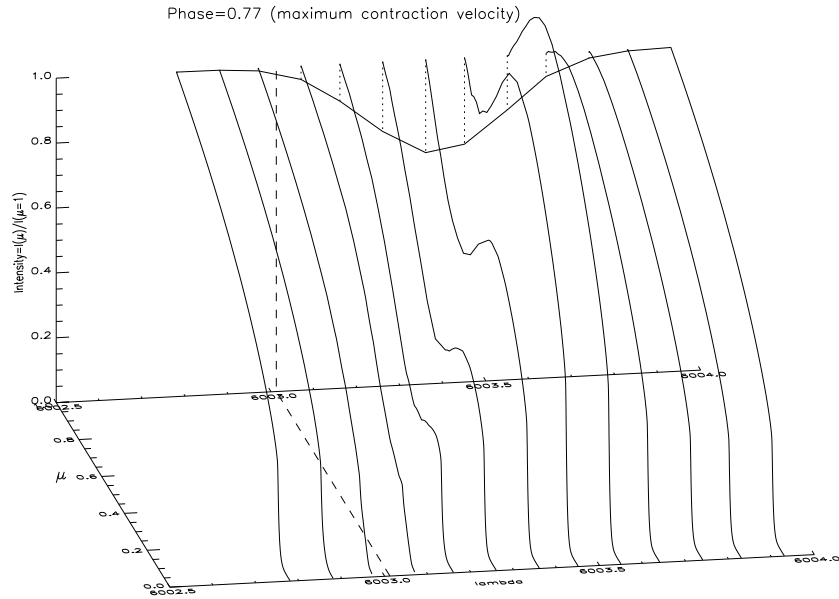


FIG. 4.7 – Figure 3D : les profils d'intensité dans la raie  
 Profils d'intensité dans la raie du fer (FeI 6003.012Å) pour la phase de contraction maximum ( $\phi = 0.77$ ).

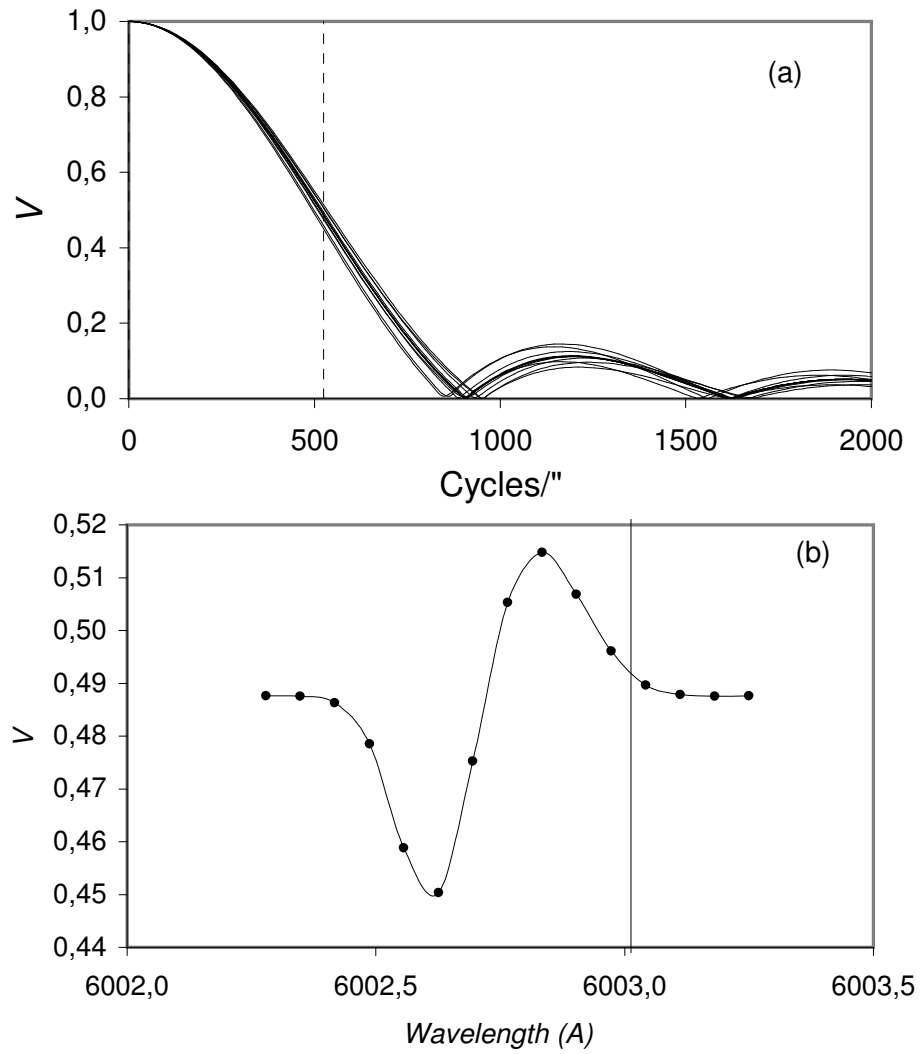


FIG. 4.8 – La signature en visibilité

(a) Transformée de Hankel des profils d'intensité présentés dans la Fig. 4.6 pour la phase  $\phi = 0$  en cycle/". La ligne verticale correspond à la résolution obtenue avec une longueur de base de 65 mètres. (b) La visibilité en fonction de la longueur d'onde.



trouver dans le modèle la couche, et donc le rayon, correspondant à une profondeur optique dans la raie de  $\tau_l = \frac{2}{3}$ . La figure 4.9 résume tous les résultats.

Sur le diagramme (a) est représentée la vitesse photosphérique en fonction de la phase. Les points indiqués correspondent aux phases choisies pour calculer les signatures spectro-interférométriques. Sur le diagramme (b) sont indiqués d'une part le rayon photosphérique défini par une profondeur optique de deux tiers dans le continu ( $\tau_c = 2/3$ ) et, d'autre part, les rayons correspondant aux zones de formation des raies spectrales mentionnées ci-dessus à savoir, dans l'ordre (du bas vers le haut de l'atmosphère) : NiI 6378.247 Å, FeI 6380.743 Å, FeI 6056.005 Å et FeI 6003.012 Å. Il est important de noter à ce niveau que la profondeur des raies est corrélée à leur zone de formation. Par exemple, la raie NiI, qui se forme le plus bas dans l'atmosphère est aussi la plus faible. Un zoom correspondant à l'expansion maximale de l'étoile est donné sur le diagramme (c). La visibilité est représentée en fonction de la vitesse dans le cas des 4 raies spectrales et pour les 6 phases de pulsation. La résolution est ici de  $R = 90000$ . Pour une comparaison entre les raies, j'ai conservé la même résolution spatiale. Ainsi, des longueurs de base différentes sont utilisées pour compenser les effets de la longueur d'onde. On remarque plusieurs choses très intéressantes.

D'abord, pour une raie donnée, l'amplitude de la courbe de visibilité (de pic à pic) est liée à la vitesse pulsante de l'étoile. Ainsi, pour les vitesses pulsantes nulles, c'est-à-dire,  $\phi = 0.39$  et  $\phi = 0.89$  (resp. extension et contraction maximum de l'étoile) la signature spectro-interférométrique est marginale. À l'inverse, dans le cas le plus favorable ( $\phi = 0.77$ ) l'effet sur la visibilité est de l'ordre de 19% pour une résolution de  $R = 90000$ . Pour une résolution de 12000, l'effet se réduit à 7%. Les résultats indiqués ici correspondent au visible. AMBER disposera d'une résolution de 12000 dans l'infrarouge. La signature en visibilité de 7% devrait donc encore diminuer de quelques pourcents tout en restant cependant détectable par l'interféromètre. On s'aperçoit ici de l'importance de projet d'interféromètre dans le visible tel que VEGA (Mourard et al. 2005).

Ensuite, pour une phase donnée (prenons par exemple la phase 0.77), il existe un lien entre l'effet sur la visibilité *et la profondeur* de la raie spectrale. Ainsi, la signature spectro-interférométrique est d'autant plus marquée que la raie est forte. Ceci est confirmé par les figures 4.6 et 4.7.

Enfin, l'impact de la zone de formation de la raie (voir Fig. 4.9bc) sur la visibilité est marginal. En effet, pour contraindre le facteur de projection nous devons nous intéresser, à une phase donnée, à la position différentielle des zones de formation des raies spectrales, ou, de manière équivalente aux gradients de vitesse dans l'atmosphère. Or d'après le modèle hydrodynamique présenté plus haut, un facteur de projection de  $p = 1.32$  est requis pour passer de la vitesse radiale au rayon associé à la zone de formation de la raie (en l'occurrence FeI 6003Å). Dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation, pour accéder au rayon photosphérique, il conviendrait plutôt d'utiliser un facteur de projection de  $p = 1.27$ . Ainsi, du fait des gradients de vitesse, nous avons une différence de 4% entre les deux facteurs de projection. On retrouve cette différence de 4% entre les courbes de variation du rayon photosphérique et du rayon associé à la zone de formation de la raie (voir Fig. 4.9bc). *Cet effet sur la visibilité est présent mais est dominé par l'effet associé à la profondeur de la raie.* Ainsi, pour une vitesse pulsante maximale, nous avons une amplitude relative dans la courbe de visibilité de l'ordre de 19%. En considérant un impact de 4% dû aux gradients de vitesse on obtient un effet sur la visibilité de l'ordre de 1%. Mesurer directement les gradients de vitesse, et donc le facteur de projection, en utilisant la signature en visibilité semble donc un programme difficile. Néanmoins, nous avons considéré ici une base arbitraire de 65 mètres. Avec une base plus importante, il est possible de faire des mesures à l'extrémité du premier lobe de la courbe de visibilité, ce qui permet une meilleure sensibilité (voir Fig. 4.8). Le facteur de projection pourrait

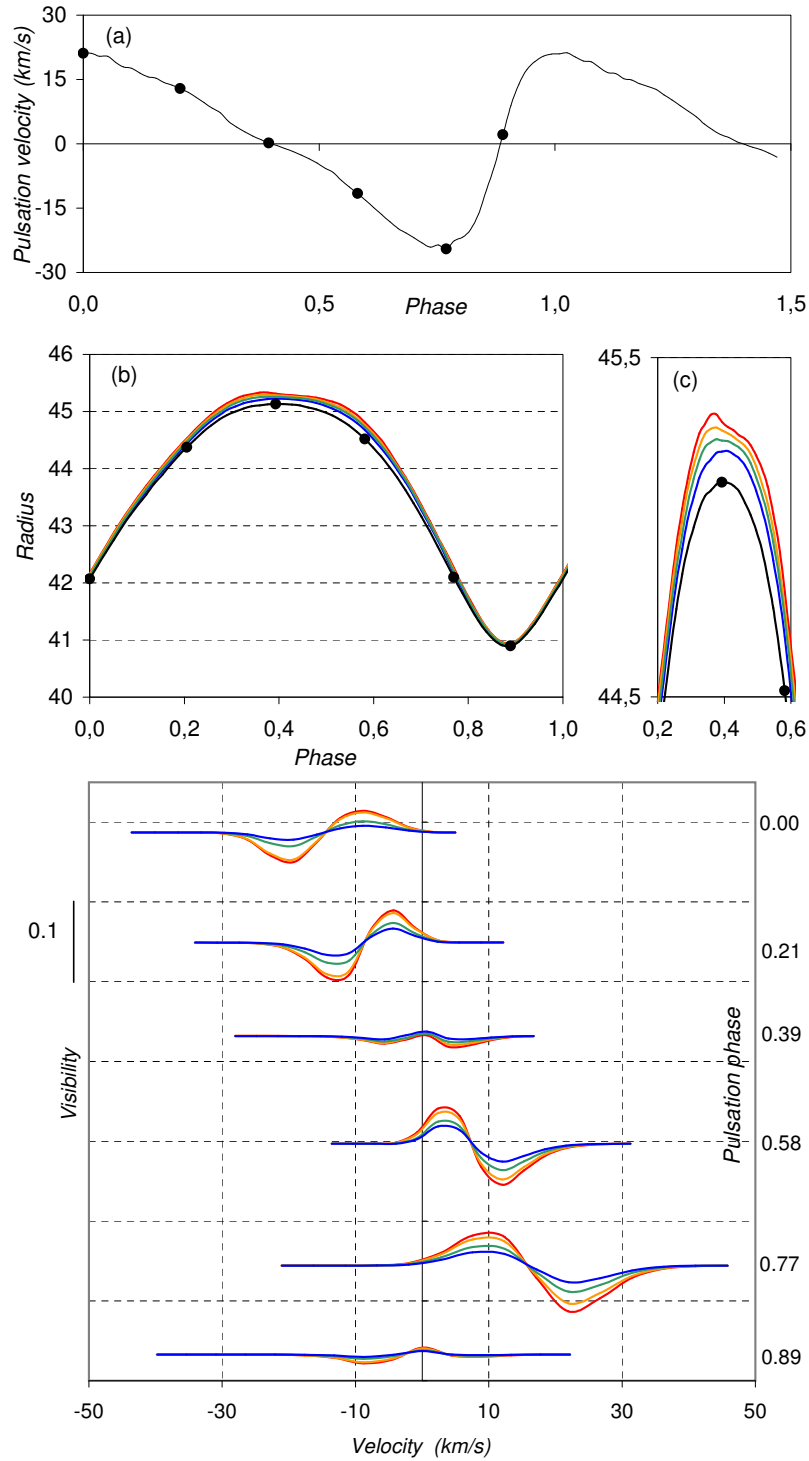


FIG. 4.9 – La structure dynamique de l'atmosphère des Céphéides

Observables théoriques pour la spectro-interférométrie afin de mettre en évidence la structure dynamique de l'atmosphère des Céphéides. Voir le texte pour les explications

alors être mesurable.

Pour de plus amples informations concernant cette étude théorique sur les profils d'intensité, j'invite le lecteur à consulter l'article présenté dans la section suivante.

Dans la partie consacrée aux perspectives, je présente également, dans le prolongement de ce travail, les possibilités offertes par l'interférométrie différentielle pour d'une part contraindre un peu mieux le facteur de projection, et d'autre part pour accéder à la variation du diamètre angulaire des Céphéides.

**4.2.5** *Probing the dynamical structure of Cepheid's atmosphere*

*N. Nardetto, A. Fokin, D. Mourard, Ph. Mathias, 2005, article accepté pour publication dans la revue Astronomy & Astrophysics.*

# Probing the dynamical structure of $\delta$ Cep atmosphere

N. Nardetto<sup>1</sup>, A. Fokin<sup>1,2</sup>, D. Mourard<sup>1</sup>, Ph. Mathias<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Observatoire de la Côte d'Azur, Dpt. Gemini, UMR 6203, F-06130 Grasse, France

<sup>2</sup> Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences, 48 Pjatnitskaya Str., Moscow 109017 Russia

Received ... ; accepted ...

## ABSTRACT

**Context.** Limb darkening and the projection factor are currently two limiting aspects of the interferometric Baade-Wesselink method of Cepheid distance determination.

**Aims.** We first quantify the impact of the phase dependence of limb darkening on the derived distance. We then study a new way to probe the dynamical structure of Cepheid's atmosphere through spectro-interferometric observations.

**Methods.** A hydrodynamical model of  $\delta$  Cep is used to derive stellar disk intensity distribution in the continuum and in different spectral lines, together with the corresponding wavelength- and phase-dependent visibility curves.

**Results.** We find that considering a constant limb darkening in the visible leads to a systematic shift of about 0.02 in phase on the angular diameter curve. The derived distance is, however, not affected by this effect. Otherwise, for a spectroscopic resolution of  $R = 12000$  in the visible, we find in the most favourable case (maximum contraction velocity) a signature on the visibility curve of about 7% that is clearly detectable by current spectro-interferometers. Nevertheless, the projection factor has only a 1% (or less) effect on the visibility curve.

**Conclusions.** The spectro-interferometry provides a new geometric view of Cepheid's atmosphere. However, the combination of different techniques (high resolution spectroscopy, spectro- and differential- interferometry) are now needed to efficiently constrain the physical parameters of Cepheids' atmosphere and, in particular the projection factor.

**Key words.** Techniques : interferometry – Stars: atmospheres – Stars: distances – Stars: oscillations – Stars: Cepheids :  $\delta$  Cep.

## 1. Introduction

Long-baseline interferometers currently provide a new quasi-geometrical way to calibrate the Cepheid period-luminosity relation. Indeed it is now possible to determine the distance of galactic Cepheids up to 1kpc with the interferometric Baade-Wesselink method, hereafter IBW method (Kervella et al. 2004); see also Sasselov & Karovska (1994).

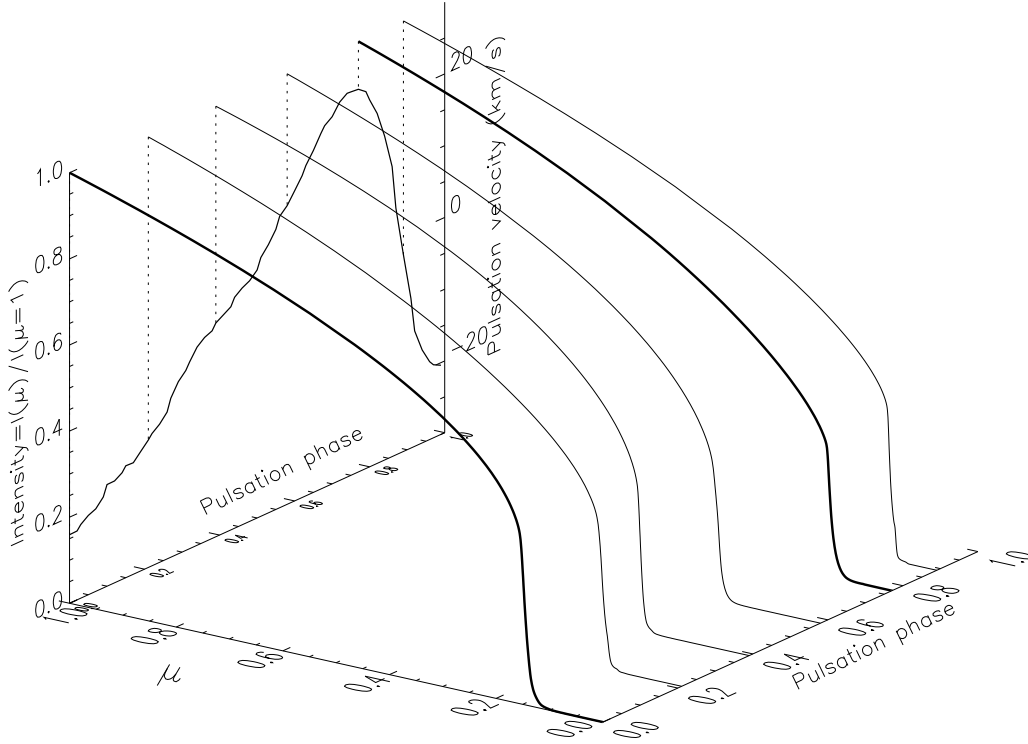
However, the limb darkening and the projection factor remain two limiting aspects of the IBW method. Interferometric measurements lead to angular diameter estimations over the whole pulsation period, while the stellar radius variations can be deduced from the integration of the pulsation velocity curve deduced from line profiles by the so-called projection factor  $p$ . Therefore, in order to provide a correct estimate of the distance, the angular and the linear estimations of the Cepheid diameter used in the IBW method have to correspond to the same layer.

In a previous paper (Nardetto et al. 2004, hereafter Paper I), we quantified the average value of the projection factor in different cases: spectroscopy, spectral-line, and wide-band interferometry. The conclusion is that a bias of 6% is possible on the derived distance if an incorrect

projection factor is used. This theoretical result has been confirmed using the CHARA interferometer by Mérand et al. (2005).

Limb darkening is another important parameter in the IBW method. It must be known correctly to estimate the angular diameter of the star. In addition, its phase-dependence is of crucial importance in the context of the last generation of long-baseline interferometers. An important study of the wavelength- and phase- dependence of the limb-darkening, based on a hydrodynamical model, has been performed by Marengo et al. (2002, 2003). As expected they conclude that limb-darkening variation is larger in the visible (about 1%) than in the infrared (about 0.2%).

Based on the  $\delta$  Cep model of Paper I, we first study the impact of the phase-dependence of the limb-darkening on the derived distance through stellar-disk intensity distribution in the continuum (Sect. 2). In Sect. 3, we present intensity distributions corresponding to four spectral lines formed at different depths in the atmosphere of the star. We then derive wavelength- and phase- dependence of the visibility in order to guide a new geometrical study of the projection factor.



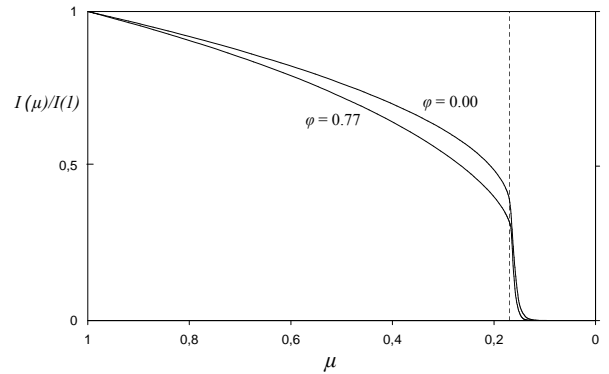
**Fig. 1.** A 3D diagram that represents the normalized stellar disk intensity distribution in the continuum as a function of  $\mu$  (see text) for different phases. The vertical plot (arbitrary unit) represents the photospheric pulsation velocity as a function of the phase (in the heliocentric frame). Two distributions (in accentuated) are interesting because they correspond to extreme cases in limb-darkening.

## 2. The effect of constant limb-darkening on distance determination

We apply the same full-amplitude hydrodynamical model for  $\delta$  Cep that we used in Paper I. Stellar-disk intensity distributions in the continuum (in the vicinity of the Fe I 6003.012 Å line) are used to study the limb-darkening. The photospheric pulsation velocity is represented in Fig. 1 as a function of the phase, together with the corresponding intensity distributions. These distributions are represented as a function of  $\mu = \cos \theta$ , where  $\theta$  is the angle between the line of sight and the normal to the star. Intensity distributions are close to zero at the extreme limb of the disk, according to the atmosphere extension :  $\frac{I(\mu)}{I(1)} < 0.01$  for  $\mu < 0.2$  at the maximum radius phase ( $\phi = 0.39$ ), and for  $\mu < 0.08$  at the minimum radius phase ( $\phi = 0.89$ ).

The two intensity distributions are interesting because they correspond to extreme cases of pulsation velocity. The profile corresponding to the highest velocity at *contraction* ( $\phi = 0.77$ ) is the most limb-darkened, while the profile corresponding to the highest velocity at *expansion* ( $\phi = 0.0$ ) is the least limb-darkened. They are represented in Fig. 2 as a function of  $\mu$ . We also indicate the photosphere of the star defined by  $\tau_c = 2/3$ , where  $\tau_c$  is the optical depth in the continuum.

We now quantify these qualitative results through an estimation of the  $k$ -parameter in the visible continuum



**Fig. 2.** Details of the two intensity distributions for phases 0.77 and 0.00 as a function of  $\mu$ . The profile corresponding to the highest velocity at contraction ( $\phi = 0.77$ ) is the most limb-darkened, while the profile corresponding to the highest velocity at expansion ( $\phi = 0.0$ ) is the least limb-darkened. The vertical dashed line represents the photosphere of the star defined by  $\tau_c = 2/3$ . The photosphere corresponds to the same value of  $\mu$  for the two pulsation phases considered here.

defined as

$$k(\phi) = \frac{\theta_{UD}(\phi)}{\theta_{photo}(\phi)}, \quad (1)$$

where  $\theta_{photo}$  is the photospheric angular diameter derived directly from the model and  $\theta_{UD}$  the angular diameter of

the uniform disk. By definition, the uniform disk-angular diameter does not include the center-to-limb variation of the modeled intensity distribution, but in turn, it is sensitive to the limb darkening variation with the pulsation phase. The  $k$ -parameter is thus indirectly linked to the limb-darkening of the star. We can separate the average value of the  $k$ -factor and its phase-dependence:  $k(\phi) = k_{\text{avg}} + \Delta k(\phi)$ . This allows us to define a limb-darkened angular diameter ( $\theta_{LD}$ ) through the relation  $k_{\text{avg}} = \frac{\theta_{UD}}{\theta_{LD}}$ , which does not include the phase dependence of the limb darkening.

Assuming a distance of  $d = 275\text{pc}$  for  $\delta$  Cep, we can determine the photospheric angular diameter  $\theta_{photo}$ :

$$\theta_{photo}[\text{mas}] = 9.305 \frac{R(\tau_c = 2/3)[R_\odot]}{d[\text{pc}]} \quad (2)$$

where  $R(\tau_c = 2/3)$  is the photospheric radius corresponding to  $\tau = 2/3$  in the continuum, directly deduced from the model of  $\delta$  Cep.

We can derive the uniform angular diameter  $\theta_{UD}$  by applying a classical  $\chi^2$  minimization algorithm between (i) the Hankel transform of the continuum-intensity distribution derived from the model and (ii) the Hankel transform of a uniform disk distribution with only one parameter, the angular diameter  $\theta_{UD}$ , given by the following relationship:

$$V(B_p, \theta_{UD}, \lambda) = \left| \frac{2J_1(x)}{x} \right| \quad (3)$$

where  $x = 15.23 \frac{B_p[m]\theta_{UD}[\text{mas}]}{\lambda[\text{nm}]}$  is the spatial frequency,  $J_1$  is the Bessel function of first order, and  $B_p$  the baseline of the interferometer projected on the sky.

Figure 3a shows  $\theta_{photo}$ ,  $\theta_{UD}$ , and  $\theta_{LD}$  against the pulsation phase. The  $k$ -factor, linked to the limb-darkening of the star, is represented as a function of the pulsation phase in Fig. 3b. We find  $k_{\text{avg}} = 0.954$  and a peak to peak amplitude of 0.015.

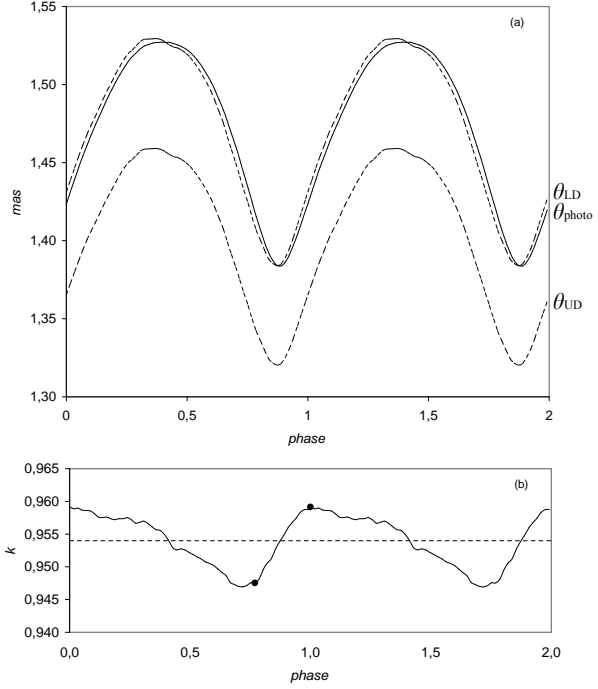
For the pulsation phase  $\phi = 0.77$ , the profile is the most limb-darkened (see Fig. 2), so the  $\theta_{UD}$  and the  $k$ -factor are lower compared to the average value (see Fig. 3b). Also  $\theta_{LD}$  is lower compared to the reference angular diameter  $\theta_{photo}$  (see Fig. 3a). The situation is the opposite at phase  $\phi = 0.0$ .

Comparing  $\theta_{photo}$  and  $\theta_{LD}$  directly shows the impact of the limb-darkening variation on the derived angular diameters. We find that the  $\theta_{LD}$  angular diameter curve is shifted by about 0.02 in phase compared to the photospheric angular diameter curve. Thus, considering a constant limb darkening can lead to a relative error on the angular diameter of no more than 1% in the visible band.

We now derive the distance by applying a classical minimization process between the photospheric radius  $R(\tau_c = 2/3)$  and the  $\theta_{LD}$  using the following relation:

$$d[\text{pc}] = 9.305 \left( \frac{R_{photo}(\phi)[R_\odot]}{\theta_{LD}(\phi)[\text{mas}]} \right). \quad (4)$$

We obtain  $d = 275\text{pc}$ , the reference distance. Thus, considering  $\theta_{LD}$  instead of  $\theta_{photo}$  to derive the distance has no



**Fig. 3.** (a) Different theoretical angular diameters against phase. Dashed lines represent the uniform disk ( $\theta_{UD}$ ) and limb-darkened ( $\theta_{LD}$ ) angular diameters. The solid line is the photospheric angular diameter ( $\theta_{photo}$ ) (b) The theoretical  $k$  factor deduced from Eq. 1. The horizontal dashed line corresponds to  $k_{\text{avg}}$ . This  $k$ -factor is directly linked to the limb darkening of the star. The two dots correspond to the two considered phases.

consequence. This means that the limb-darkening phase dependence does not affect the derived distance. Indeed, the distance is related to the inverse of the amplitude of the angular diameter curve. With the observed shift in phase, the amplitude is not affected (or marginally) and neither is the distance.

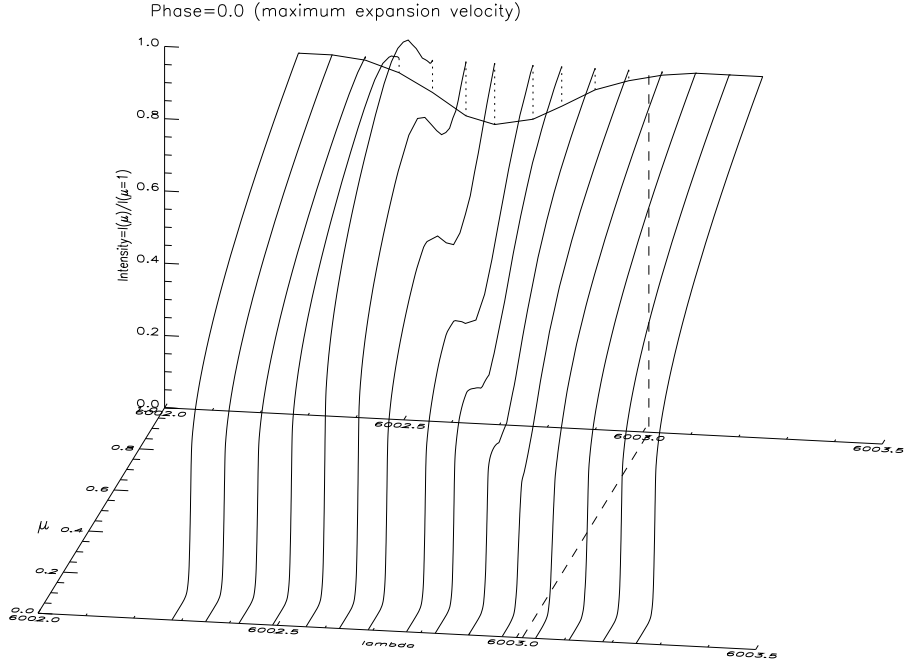
### 3. Intensity distributions in the spectral line

#### 3.1. Visibility versus the wavelength

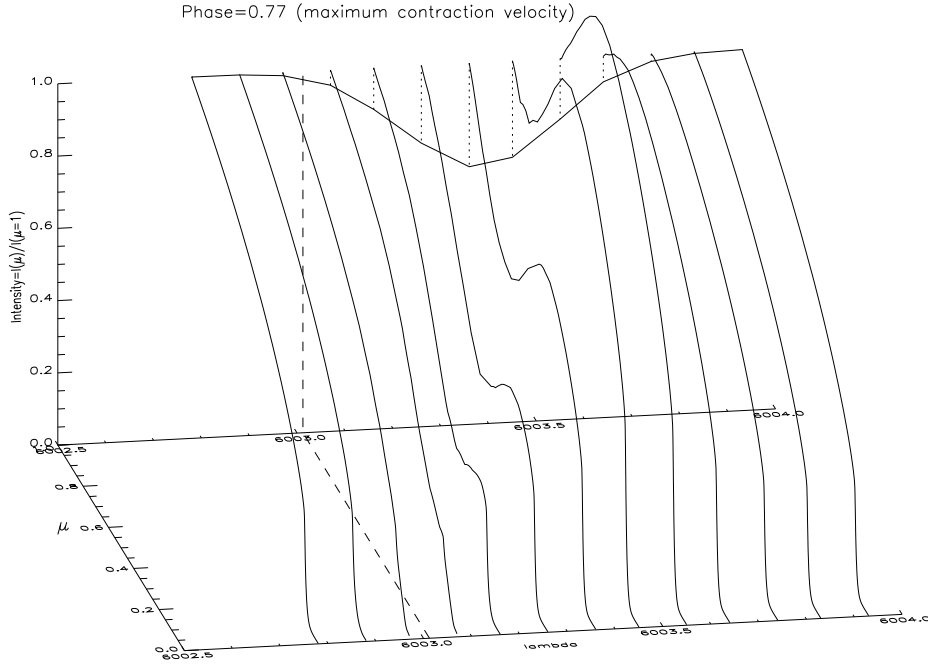
We first consider the Fe I 6003.012 Å spectral line (Table 1) for the two cases  $\phi = 0.77$  and  $\phi = 0.0$ . The synthetic profile is computed for  $R = 90000$ . Results are represented in Figs. 4 and 5.

We can conclude that the limb darkening decreases (i.e. the limb becomes less dark) at wavelengths away from the rest wavelength. In other words, at maximum expansion (resp. contraction) velocity, the limb is less dark in the blue (resp. in the red) part of the spectral line profile.

We then perform a Hankel transform for each intensity distribution of Fig. 4 in the case of the maximum contraction velocity (Fig. 6-a). Considering a typical projected baseline of  $B_p = 65\text{m}$ , we derive the corresponding visibility for each line (Fig. 6-b). The intensity distributions in



**Fig. 4.** A 3D diagram that represents the spectral line profile (FeI 6003.012 Å) for the maximum expansion velocity ( $\phi = 0.00$ ) with the corresponding intensity distributions. The dashed line represents the reference wavelength in the stellar rest frame.



**Fig. 5.** Same as Fig. 4 but for the maximum contraction velocity ( $\phi = 0.77$ ).

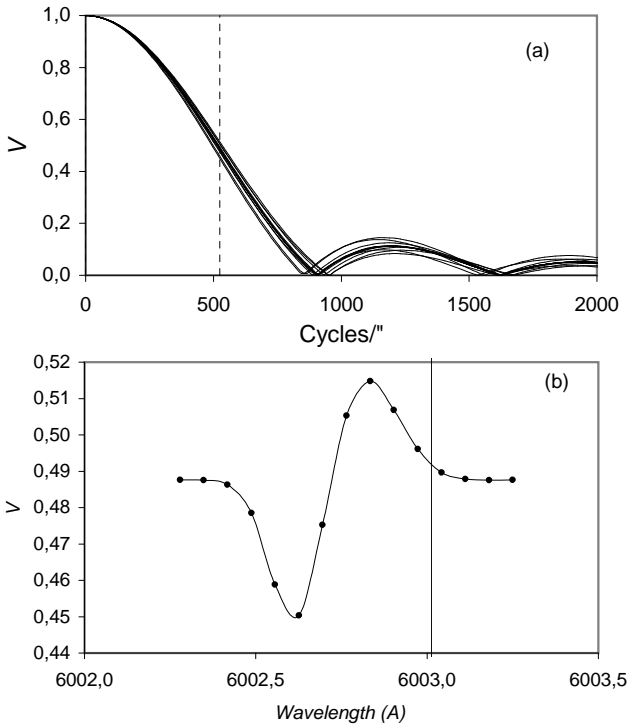
the continuum (first and last points) lead to a visibility of about  $V = 0.485$ . The effect on the visibility is thus about 13% (peak to peak) and looks asymmetric. In particular, the limb of the star is brighter for  $\lambda = 6002.63\text{Å}$  than its centre (Fig. 4), the star appears thus larger, and the corresponding visibility ( $V = 0.450$ ) is lower than in the continuum (Fig. 6b). The relative effect on the visibility

curve is 12%, 8%, and 5%, considering spectral resolutions of  $R = 45000$ ,  $R = 23000$ , and  $R = 12000$  (Fig. 7).



**Table 1.** Spectral lines used in this study. Lines are given depending on their forming region: from the upper part to the lower part of the atmosphere. Line-forming regions have been determined using the hydrodynamical model defined by  $\tau_l = 2/3$  where  $\tau_l$  is the optical depth at the centre of the line (see Fig. 8). The line depth (in percentage of the continuum) is indicated.

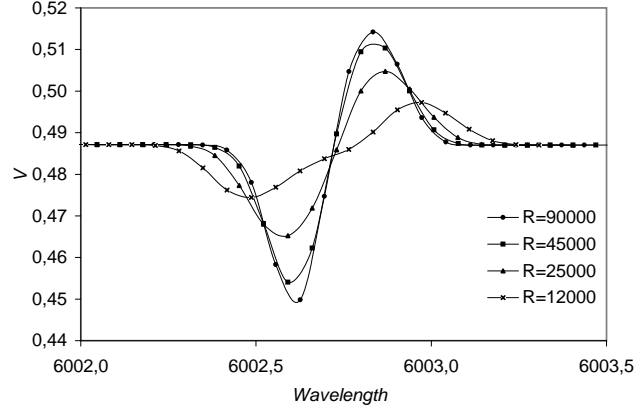
Name	Wavelength (Å)	line depth (% of the continuum)
Fe I	6003.012	18
Fe I	6056.005	16
Fe I	6380.743	9
Ni I	6378.247	5



**Fig. 6.** (a) The Hankel transform of each intensity distribution of Fig. 4 in cycle/". The vertical dashed line corresponds to the resolution obtained with a baseline of 65 meters. (b) Visibility as a function of the wavelength.

### 3.2. Visibility versus the pulsation phase for four metallic lines

The same procedure is performed for the six different pulsation phases indicated in Fig. 8a and for each considered spectral line of Table 1, and the resolution is  $R = 90000$ . The line-forming regions of the four spectral lines chosen for the study, as defined by  $\tau_l = 2/3$ , are spread all over the atmosphere of the star. The corresponding mass zones or radii in the atmosphere of the star are represented on Fig. 8b. A zoom is given in Fig. 8c. From the deeper to upper parts of the atmosphere, we find the photosphere and the radii corresponding to lines : Ni I 6378.247 Å, Fe I



**Fig. 7.** Visibility as a function of wavelength for a projected baseline of 65 meters and for different spectroscopic resolutions.

6380.743 Å, Fe I 6056.005 Å, and Fe I 6003.012 Å. As expected, line depths in percentage of the continuum (indicated in Table 1) are strongly correlated to the line forming regions.

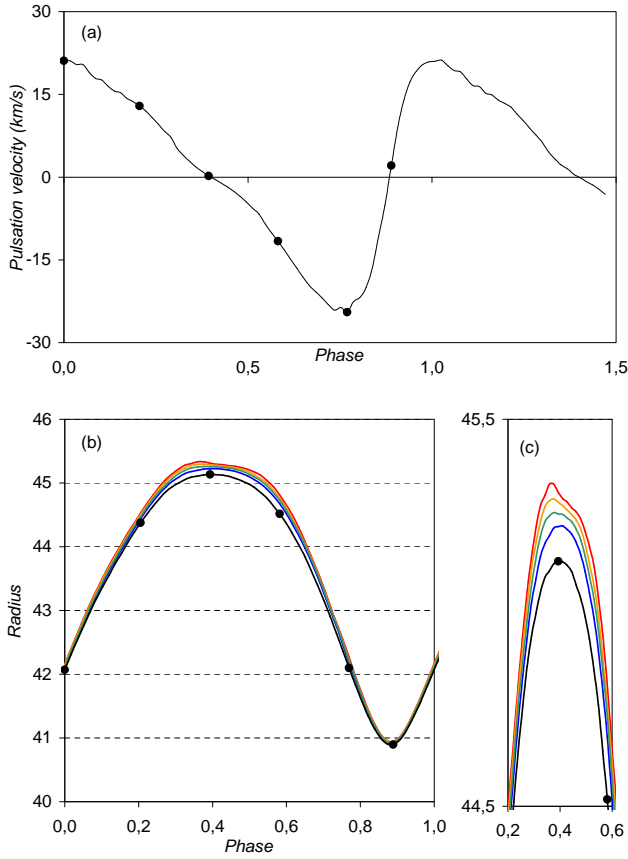
The corresponding visibility curves are presented in Fig. 9 as a function of the velocity. For clarity, we have conserved the same angular resolution for the 4 spectral lines to obtain the same visibility level in the continuum.

## 4. Discussion

First, for a given spectral line, the amplitude of the signal in visibility (from peak to peak) is related to the absolute value of the photospheric pulsation velocity. In particular, when the pulsation velocity is zero, i.e.  $\phi = 0.39$  or  $\phi = 0.89$  (resp. maximum or minimum radius of the star) the visibility signature is marginal. However, we find that in the most favourable case ( $\phi = 0.77$ ), the visibility effect is about 19% for a resolution  $R = 90000$ . For a resolution of  $R = 12000$ , it corresponds to an effect of 7%. This effect should be *easily* detected by spectro-interferometers when observing in the visible (see for example the VEGA project, Mourard et al. 2005a). In the infrared, our model needs to be tested in detail, but a decrease in these effects of a few percent is expected. With the resolution ( $R = 12000$ ) of the AMBER/VLTI instrument (Petrov et al. 2003), in J, H, K bands these signatures in the visibility should be detectable for the maximum contraction or expansion velocity.

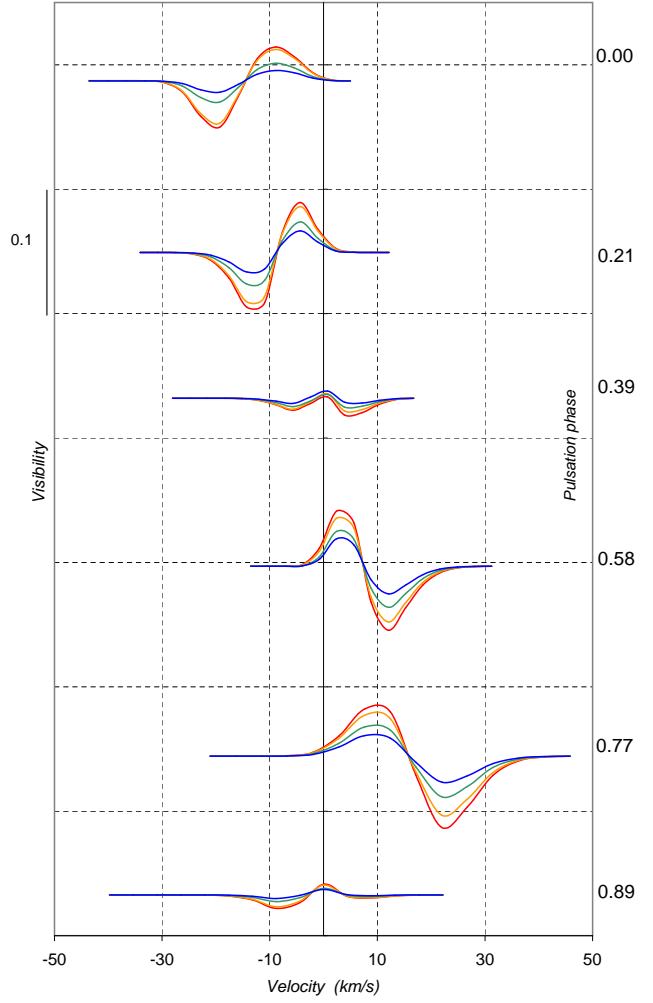
Second, for a given pulsation phase, the relative effect observed on the visibility curve between the four spectral lines is progressive and related to the line depth. Indeed, the intensity distribution signature is more important for a strong line than for a weak line (see for e.g. Fig. 4 and 5).

Third, the effect due to the line-forming region radius (see Fig. 8b and c) is marginal. In fact, to constrain the projection factor we have to derive, for a given pulsation phase, the differential position of the spectral-lines

6 N. Nardetto et al.: Probing the dynamical structure of  $\delta$  Cep atmosphere

**Fig. 8.** (a) The pulsation velocity corresponding to the photosphere is represented against the pulsation phase (in the stellar rest frame). Six different phases (black points) are considered in this study. (b) The photospheric radius, defined as  $\tau_c = 2/3$ , and the line-forming region radius, defined as  $\tau_l = 2/3$ , are represented as functions of the pulsation phase. We have (down to up) the photospheric radius and the radii corresponding to the lines Ni I 6378.247 Å, Fe I 6380.743 Å, Fe I 6056.005 Å, and Fe I 6003.012 Å. (c) The same as (b) but enlarged around the phase of the maximum radius of the star.

forming regions or its equivalent, the velocity gradient in the atmosphere of the star. Nardetto et al. (2004) showed that measuring the radial velocity associated to the Fe I 6003.0123 Å line induces a projection factor of  $p = 1.32$  if one wants to obtain the radius corresponding to the line forming region after integration. Conversely, in the case of the IBW method, the value needed to reach the photospheric radius (corresponding to  $\tau = 2/3$  in the continuum) should be  $p = 1.27$ . Thus, due to velocity gradient in the  $\delta$  Cep atmosphere, we have an average difference between the two projection factors of about 4%. This difference is directly linked to a similar average difference of 4% between the variation in the photospheric and line-forming region radius (see Fig. 8b and c). Such an effect on the amplitude of the visibility signatures is present but dominated by the line-depth effect. As already mentioned, we obtain for the maximum pulsation velocity an effect of 19% on the visibility curve (in the visible).



**Fig. 9.** The visibility is represented as a function of the velocity in the case of the four spectral lines and for each pulsation phase. The resolution is  $R = 90000$ . The pulsation phase is indicated on the right side of the diagram. The visibility curves are in the same order as the radius curves (or line depth), spectral lines forming in the upper part of the atmosphere (strong lines) lead to an important effect on the visibility curve while lines forming in the lower part (weak lines), near the photosphere, lead to a minor effect on the visibility. There is a direct correspondence between the line depth and the visibility signature. The effect due to the line-forming region radius is marginal.

Considering a 4% difference due to velocity gradient, we find an effect of 1%, which is marginally detectable by spectro-interferometers.

Finally, constraining the projection factor by using only the visibility signature seems difficult. This is an important conclusion of this work. However, it should be possible to reach such a goal by using different observables, together with the visibility signature, such as the spectral line profile (Nardetto et al. 2005) and the differential interferometry (i.e. the photocentre displacement). Note that a precision of 1  $\mu$ as can be reached with AMBER/VLTI

( $\lambda = 1\mu\text{m}$  and  $B_p = 200m$ ) in differential interferometry (Mourard & Nardetto 2005b). To prepare such observations, we are currently including the rotation velocity in the radiative transfert of our hydrodynamic model and also testing the model in the infrared.

## 5. Conclusion

We used a hydrodynamical model of  $\delta$  Cep to derive intensity distributions in the continuum and in the four spectral lines for which the model predicts that they form gradually in different regions of the atmosphere of the star Fe I 6003.012 Å, Fe I 6056.005 Å, Fe I 6380.743 Å, and Ni I 6378.247 Å.

Intensity distributions in the continuum have been used to study the limb darkening of the star. We find a peak-to-peak variation of the  $k$ -factor curve of 0.015. This leads to a systematic shift in phase on the derived angular diameter curve of 0.02. However, the derived distance is not affected, because it is linked to the amplitude of the angular diameter curve, which is only slightly changed by the shift effect. Thus, considering the time-dependence of the limb-darkening does not seem to be a priority in the context of the IBW method. In near future, long-baseline interferometers will, however, be able to measure the limb-darkening directly against the pulsation phase. It will be possible to constrain such pulsating star modelling and thus bring new insights in atmospheric dynamics.

Intensity distributions in the spectral lines were used to derive the visibility as a function of wavelength for different pulsation phases. We find an effect on the visibility in most favourable cases (i.e. in the visible and at the maximum pulsation velocity phase) to about 19% for a spectroscopic resolution of  $R = 90000$  and 7% for  $R = 12000$ . Such effects should be detected by spectro-interferometers (in the visible with the VEGA project or in the infrared with AMBER/VLTI instrument).

We note a correspondence between the line depth and the amplitude of the visibility signature. The impact of the line forming region radius on the visibility (important to study velocity gradient and the projection factor) seems to be marginal (about 1%). However, the wavelength- and phase- dependent visibility curves can be used, together with the spectral line profiles and the photocenter displacement (differential interferometry), to constrain Cepheids' physical parameters.

## References

- Breitfellner, M. G., & Gillet, D. 1993, *A&A*, 277, 524  
 Fokin, A.B., Gillet, D., Breitfellner, M. G. 1996, *A&A*, 307, 503  
 Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., et al. 2004a, *A&A*, 416, 941  
 Marengo, M., Sasselov, D. D., Karovska, M., et al. 2002, *ApJ*, 567, 1131  
 Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, *ApJ*, 589, 975  
 Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2004, *ApJ*, 603, 285  
 Mérand A., Kervella P., Coude du Foresto V., et al. *A&A*438 (2005) L9-L12  
 Mourard, D., Antonelli, P., et al. 2005a, ESO Conf., Garching, in press  
 Mourard, D. and Nardetto, N. 2005b, Col. "Stellar Pulsation And Evolution", Rome, in press  
 Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., et al. 2004, *A&A*, 428, 131  
 Nardetto, N., Mourard, D., Kervella, P. et al. 2005, submitted to *A&A*.  
 Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et al. 2003, in *Interferometry for Optical Astronomy II.*, ed. W. A. Traub., Vol. 4838 (SPIE), 924-933  
 Sasselov, D. D., and Karovska, M. 1994, 432, 367

## 4.3 Conclusion et perspectives

### 4.3.1 Impact des gradients de vitesse sur le facteur de projection et sur les résultats VINCI

Dans l'étude HARPS de la partie 3, nous avons montré que le meilleur estimateur de la vitesse radiale est le premier moment de la raie spectrale. Cet estimateur est en effet indépendant de la rotation de l'étoile et de la largeur de la raie spectrale. En somme, à l'exception de l'assombrissement centre-bord et des gradients de vitesse, il est indépendant des propriétés physiques des Céphéides. Ainsi, pour les 9 étoiles observées avec HARPS, on a un facteur de projection correspondant compris entre  $p_c = 1.40$  et  $p_c = 1.38$ .

Nous avons ensuite, grâce à la modélisation hydrodynamique, montré que les gradients de vitesse ont un impact de 6% sur le facteur de projection. Ce résultat, qui a été établi pour les méthodes du minimum de la raie et de l'ajustement gaussien, reste valable dans le cas de la méthode du centroïde. En effet, les gradients de vitesse ont à voir avec la définition de la vitesse pulsante. Le choix de la méthode de détermination de la vitesse radiale a peu d'impact ici, car toutes ces vitesses sont affectées de la même manière par les gradients de vitesse.

Ainsi, la meilleure façon d'utiliser le facteur de projection dans le contexte de la méthode de la parallaxe de pulsation est d'utiliser la méthode du centroïde pour déterminer la vitesse radiale. La valeur moyenne du facteur de projection à utiliser est alors la valeur de  $p$  appartenant à l'intervalle  $[1.38, 1.40]$ , selon l'assombrissement centre-bord de l'étoile. Il faut alors diminuer cette quantité d'environ 6% pour tenir compte des gradients de vitesse. Ainsi, en comparant la vitesse radiale du centroïde avec la vitesse pulsante photosphérique déduite du modèle, on obtient  $p_c = 1.30$ , soit  $p = 1.38$  moins environ 6%. Rappelons que pour la méthode de la gaussienne les valeurs à comparer sont  $p = 1.35$  et  $p = 1.27$ .

Les 6% ont été déterminés dans le cas de  $\delta$  Cep. Il est fort probable à la vue de ce qui a été obtenu dans le cadre de l'étude HARPS, que les gradients de vitesse changent d'une étoile à l'autre, en liaison avec la période de pulsation.

Ainsi, il devrait exister une relation  $p$ -P, liant le facteur de projection à la période de l'étoile. Ce problème a d'ailleurs été récemment soulevé par Gieren et al. (2005) en ce qui concerne les déterminations de distances extragalactiques. Cependant, une telle relation reste hypothétique dans la mesure où des phénomènes liés au mode de pulsation etc. des étoiles peuvent complexifier les choses.

Si l'on s'en tient à la méthode de l'ajustement gaussien, qui a été utilisée pour l'étude VINCI, et si l'on ne prend pas en compte un éventuel effet de période, alors la valeur que nous aurions dû utiliser dans le cadre de l'étude VINCI aurait été  $p = 1.27$  au lieu de  $p = 1.36$ . Ceci implique donc que nous avons surestimé nos distances de 6%. Attention, il ne s'agit ici uniquement des distances qui ont été obtenues avec la méthode de la parallaxe de pulsation, à savoir :  $\eta$  Aql, W Sgr,  $\beta$  Dor et  $\ell$  Car. Par exemple, dans le cas de  $\ell$  Car, on aurait  $d = 567\text{pc}$  au lieu de  $d = 603\text{pc}$ . Or, on peut relier la distance à la magnitude absolue par la relation du module de distance :

$$m - M = 5 \log d - 5 , \quad (4.32)$$

où  $m$  est la magnitude apparente. Ainsi, la différence  $\Delta M$  en terme de magnitude absolue due à la différence de 6% entre les distances est donnée par :

$$\Delta M = 5 \log(1.06) = 0.13 \quad (4.33)$$

Ce résultat est à comparer avec la précision statistique de 0.08 magnitude que nous avons obtenue sur le point-zéro de la relation P-L en bande K. Ainsi, la calibration du point-zéro de la relation P-L est sensible au facteur de projection. Il est incontestable que dans le cadre du survey AMBER, le facteur de projection constituera un point clef auquel nous devons apporter une réponse précise. J'ai d'ores et déjà donné des réponses importantes dans cette thèse, mais beaucoup d'études restent à faire.

D'abord, il faut confirmer cette valeur théorique de 6%. Une voie possible pour cela a déjà été indiquée par Mérand et al. (2005). En combinant des mesures de diamètres angulaires très précises de  $\delta$  Cep obtenues par l'instrument CHARA, avec la détermination de distances très précises de cette étoile mesurée par le HST, les auteurs ont ainsi utilisé la méthode de la parallaxe de pulsation, mais à l'envers : au lieu de déterminer la distance, c'est le facteur de projection qui a été ajusté ! Le résultat de cette étude confirme bien la valeur de 6% trouvée théoriquement !

Il faudrait maintenant obtenir la même chose pour toutes les Céphéides de notre échantillon AMBER et éventuellement définir une relation  $p$ -P.

#### 4.3.2 Le facteur de projection et la période de l'étoile

Pour trouver une telle relation, la voie la plus importante à suivre est certainement celle des gradients de vitesse. Si l'on parvient effectivement à mesurer les gradients dans l'atmosphère des Céphéides et à définir ainsi un facteur de projection *dynamique* pour chacune d'entre elles, alors nous pourrions définir éventuellement une relation  $p$ -P. Celle-ci permettra alors de consolider davantage la méthode de la parallaxe de pulsation, et ainsi apporter une calibration plus fine des relations P-R, P-L et B-S.

Utiliser le modèle pour cela serait délicat, car certaines étoiles sont inévitablement proches du bord rouge de la bande d'instabilité et donc sujettes à des effets de convection. Par ailleurs, la méthode de la parallaxe inversée, décrite ci-dessus, est limitée, car elle nécessite que l'on connaisse avec précision la distance des étoiles, distances que l'on cherche par ailleurs à déterminer avec la méthode de la parallaxe de pulsation. Ainsi, l'utilisation de méthodes indépendantes serait plus appropriée. Il faut néanmoins noter qu'avec l'avènement de GAIA (et même le HST, si d'autres mesures sont effectuées) une telle approche pourrait s'avérer très intéressante. Mais, il existe d'autres possibilités pour étudier les gradients de vitesse atmosphériques.

Nous avons vu en effet que la spectro-interférométrie pourrait s'avérer cruciale pour sonder la dynamique atmosphérique des Céphéides. En alliant une haute résolution spatiale à une bonne résolution spectrale, il devrait être possible de faire le lien entre la signature des courbes de visibilité en fonction de la longueur d'onde et de la phase de pulsation, avec la zone de formation des raies spectrales (ou le rayon), et donc le facteur de projection. Cette nouvelle manière de sonder les gradients de vitesse dans l'atmosphère des étoiles sera mis à profit dans de prochaines observations AMBER (voir aussi l'interférométrie différentielle et la Sect. 5.1.2).

Par ailleurs, une dernière possibilité, comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre précédent, relève à nouveau de la spectrométrie et des observations HARPS. Il s'agirait de sonder les gradients de vitesses dans l'atmosphère de l'étoile en étudiant des groupes de raies se formant à différents niveaux dans l'atmosphère. Ce type d'informations pourrait également être combiné aux effets d'asymétrie de la raie spectrale.

# Chapitre 5

## Perspectives

### Contents

---

<b>5.1</b>	<b>La détermination de distance des Céphéides . . . . .</b>	<b>181</b>
5.1.1	La détermination de distance des Céphéides galactiques avec GAIA . . . .	181
5.1.2	L'interférométrie différentielle pour les mesures de distance dans le LMC . .	183
<b>5.2</b>	<b>La dynamique atmosphérique des Céphéides . . . . .</b>	<b>186</b>
5.2.1	Les profils $H\alpha$ (HARPS) et la perte de masse . . . . .	186
5.2.2	Le cas particulier de X Sgr . . . . .	188
<b>5.3</b>	<b>Modélisation des Céphéides : vers une nouvelle génération de modèles</b>	<b>192</b>

---

Jusqu'à présent nous avons vu que pour une meilleure calibration de la relation P-L des Céphéides, et donc des échelles de distance dans l'univers, il est d'abord nécessaire de déterminer la distance de Céphéides galactiques proches. Nous avons déjà évoqué pour le court terme le survey AMBER. Mais à cela s'ajoutent les mesures de parallaxes uniques du futur satellite GAIA. Par ailleurs, une technique nouvelle basée sur l'interférométrie différentielle est envisageable pour déterminer la distance des Céphéides du LMC. Mais, comme nous l'avons déjà remarqué à plusieurs reprises, pour que les déterminations de distance soient précises et exactes, une connaissance fine de la dynamique atmosphérique est également cruciale. J'ai jusqu'ici proposé un axe fort qui tourne autour de la détermination des gradients de vitesse dans l'atmosphère des Céphéides, et du lien entre ces gradients et le facteur de projection. Mais, d'autres champs d'investigation sont également extrêmement intéressants, tels que la perte de masse des étoiles, ou encore l'étude de Céphéides atypiques comme X Sgr. Enfin, je dirais que pour appuyer efficacement toutes ces études, disposer d'un modèle hydrodynamique performant est indispensable. Je présenterai ainsi à quoi pourrait ressembler un modèle d'étoile pulsante de nouvelle génération, et comment la détermination de la masse des Céphéides binaires pourrait s'avérer indispensable pour contraindre les nouveaux modèles.

### 5.1 La détermination de distance des Céphéides

#### 5.1.1 La détermination de distance des Céphéides galactiques avec GAIA

A très long terme (2011 à 2018), on peut signaler l'importance de GAIA pour la mesure de la distance des Céphéides. GAIA devrait permettre des mesures de parallaxe d'un très grand nombre

de Céphéides avec une précision exceptionnelle de  $5 \mu\text{as}$  pour des étoiles de magnitude inférieure à  $V = 13$ . Cela correspond pour comparaison à une précision sur la distance de  $\delta$  Cep de 0.14%. Cette précision est comparable à la précision que l'on a actuellement sur son diamètre angulaire par interférométrie. Mais il faut préciser que GAIA ne sera malheureusement pas insensible à l'extinction interstellaire et au rougissement.

Les figures et les informations présentées dans cette section sont pour la plupart tirées de Mignard (2005).

La mission spatiale GAIA a pour objectif principal de mesurer la parallaxe d'environ 1 milliard d'objets, de magnitude inférieure à  $V = 20$  avec une précision de  $10 \mu\text{as}$  à  $V = 15$  et  $4 \mu\text{as}$  à  $V = 13$ . Mais, des mesures de vitesses radiales avec une précision de 2 à 10  $\text{km.s}^{-1}$  pour une magnitude de  $V = 17$  seront également possibles. Enfin, d'un point de vue photométrique, 15 bandes, du visible au proche-infrarouge, seront disponibles. Les performances de GAIA sont comparées à celles d'HIPPARCOS dans le tableau 5.1.

	HIPPARCOS	Gaia	
Magnitude limit	12	20 - 21	
Completeness	7.3 - 9	20	
Number of objects	120 000	$35 \times 10^6$	$V < 15$
		$350 \times 10^6$	$V < 18$
		$1.3 \times 10^9$	$V < 20$
Astrometric accuracy	1 mas ( $V < 9$ )	$4 \mu\text{as}$	$V < 12$
	1-3 mas ( $V > 9$ )	$10 \mu\text{as}$	$V = 15$
		$200 \mu\text{as}$	$V = 20$
$\sigma_\pi/\pi < 1\%$	150 stars	$20 \times 10^6$ stars	
$\sigma_\pi/\pi < 5\%$	6,200 stars	$115 \times 10^6$ stars	
$\sigma_\pi/\pi < 10\%$	21,000 stars	$220 \times 10^6$ stars	
Radial velocity	—	$2 - 10 \text{ km s}^{-1}$	$V < 17$
Broad band photometry	—	4-colour	$V < 20$
Narrow band photometry	—	10-colour	$V < 20$
Low resolution spectroscopy	—	R = 11,500	$V < 16 - 17$

FIG. 5.1 – Les performances astrométriques d'HIPPARCOS et GAIA

Ainsi, GAIA permettra de déterminer la parallaxe des Céphéides Galactiques dont la distance est inférieure à 3 kpc avec une précision relative de moins de 1%. La plupart des Céphéides sont brillantes ( $V < 13$ ) et de nombreuses Céphéides pourront ainsi être observées. La précision relative sur la parallaxe est indiquée sur la Fig. 5.2 pour les 400 Céphéides galactiques de la base de données du "David Dunlap Observatory", en considérant les estimations de distances et de luminosité.

Nous voyons ainsi que pour 100 Céphéides une précision relative de  $\sigma_\pi/\pi < 0.5\%$  sur la parallaxe sera possible, ce qui représente pour la plupart d'entre elles une précision sur la distance d'environ 2%. Etant donné le nombre impressionnant d'étoiles observables, une telle étude permettrait de tester les effets de métallicité et l'universalité de la relation P-L. En particulier, les Céphéides du LMC, avec des magnitudes  $13 < V < 16$  seront typiquement observées avec une précision de 30%, permettant de déterminer une possible différence entre les point-zéros galactiques et du LMC.

Outre l'aspect détermination de distance, GAIA constituera une base de données spectrométriques et photométriques d'un grand intérêt pour l'étude des Céphéides Galactiques.

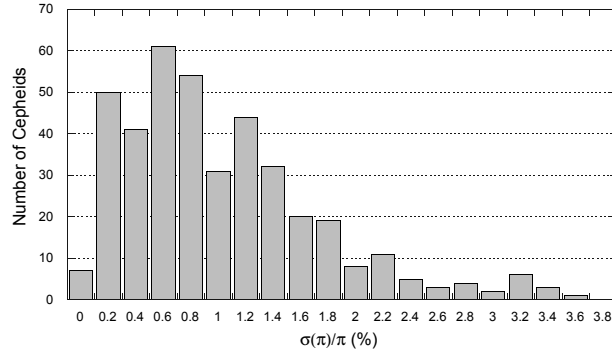


FIG. 5.2 – La précision envisagée sur les mesures de parallaxe des Céphéides avec GAIA

### 5.1.2 L’interférométrie différentielle pour les mesures de distance dans le LMC

La combinaison des vitesses de rotation et de pulsation de la Céphéide affecte la distribution spatiale de brillance de l’objet. Si l’on considère effectivement l’étoile pour différents pixels dans la raie spectrale, le champ d’isovitesse observé est différent et l’image à 2 dimensions de l’étoile est perturbée : en plus de l’effet présenté dans l’article sur les profils d’intensité (pas de rotation, distribution d’intensité à 1 dimension), un effet supplémentaire, dû à la rotation, entraîne une asymétrie dans l’image 2D de l’étoile. En d’autres termes, le photocentre de l’image ne correspond plus au centre de l’étoile. Cet effet peut être détecté grâce à l’interférométrie différentielle par une mesure de déplacement des franges d’interférence. Ainsi, il existe un lien entre :

- la vitesse pulsante associée à la zone de formation de la raie
- la vitesse et l’axe de rotation de l’étoile
- l’assombrissement centre-bord de l’étoile
- la largeur intrinsèque de la raie ( $\sigma_C$ )
- la profondeur de la raie
- la diamètre angulaire
- et le déplacement du photocentre de l’image correspondant au canal spectral et à la phase de pulsation considérés.

Afin d’apporter quelques éléments d’analyse, j’ai réalisé une extension du modèle géométrique simple présenté dans l’étude HARPS (chapitre 3) aux observables spectro-interférométriques. Le modèle est dès lors en mesure de fournir des cartes d’intensité à deux dimensions dont la TF et le photocentre peuvent être calculés sans difficultés. Les paramètres interférométriques sont ainsi principalement : la base projetée ( $B_p$ ), l’orientation de la base (dans cette étude la base est *toujours* perpendiculaire à l’axe de rotation de l’étoile), et la longueur d’onde. Afin de préparer le projet VEGA nous nous plaçons dans le visible ( $\lambda = 6000\text{\AA}$ ).

Tout d’abord, comme nous l’avons déjà mentionné, l’interférométrie différentielle pourrait s’avérer essentielle pour contraindre le facteur de projection. Les diagrammes de gauche de la figure 5.3 représentent les signatures spectrales et spectro-interférométriques obtenues lorsqu’on considère un effet différentiel de 6% sur la vitesse pulsante. Il s’agit de l’ordre de grandeur des gradients de vitesse dans l’atmosphère de  $\delta$  Cep (voir étude sur le facteur de projection, section 4.2.3). Les différents paramètres sont déduits du modèle hydrodynamique de  $\delta$  Cep. Seule la rotation a été rajoutée. Son



estimation est très incertaine, de l'ordre de 8km/s (Breitfellner & Gillet 1993). Ainsi, on obtient un effet maximum de 0.01 sur la visibilité, et de 0.01 mas sur le déplacement photométrique. La détection du facteur de projection via la signature en visibilité semble donc difficile. On retrouve ainsi le résultat obtenu à partir du modèle hydrodynamique (section 4.2.5). Cependant, la précision attendue sur VEGA en interférométrie différentielle étant de l'ordre de  $0.5\mu$  mas ( $\lambda = 0.6\mu$ ,  $B_p = 300$ m), une détection à  $20\sigma$  est envisageable et d'un très grand intérêt.

Ensuite, en mesurant le déplacement du photocentre en fonction de la longueur d'onde, pour différentes phases de pulsation, il devrait être également possible de déterminer la variation temporelle du diamètre angulaire de l'étoile, et, en appliquant la méthode de la parallaxe de pulsation, de déduire la distance de l'étoile. Du fait de la grande précision de cette technique, il serait possible de déterminer directement la distance des Céphéides galactiques lointaines ou même des Céphéides du LMC. Les diagrammes de droite de la Fig. 5.3, donnent les signatures spectrales et spectro-interférométrique de  $\delta$  Cep, en considérant une rotation de 8km/s. Les autres paramètres sont déduits du modèle hydrodynamique (voir Fig. 4.9). Les effets observés sont forts et largement détectables par des instruments tels que AMBER/VLTI (en Infrarouge, base maximale 200m) ou encore VEGA/CHARA (visible, base maximale 330m).

Enfin, concernant les Céphéides du LMC une étude préparative a été menée (Mourard & Nardetto 2005a)). Les travaux récents de Persson et al. (2004) donnent accès aux magnitudes photométriques dans les bandes J,H et K de 90 Céphéides de périodes comprises entre 3 et 48 jours. Afin d'estimer leurs diamètres angulaires, nous avons utilisé des relations empiriques basées sur les paramètres (J, J-K). Les résultats sont présentés sur la Fig. 5.4. La moitié de cet échantillon a une magnitude en bande K comprise entre 10 et 12, et un diamètre angulaire compris entre 20 et 40  $\mu$ as.

Ces diamètres angulaires sont loins d'être résolus par une base de 200 mètres dans le proche infrarouge. Cependant, ces petits diamètres pourraient être mesurés en interférométrie différentielle (Petrov et al. (1986), Thèse de Stéphane Lagarde). En considérant une raie relativement profonde on peut obtenir un déplacement du photocentre de l'ordre de 15% du diamètre angulaire, soit environ 4.5  $\mu$ as. La variation du diamètre angulaire lors de la pulsation est estimée à 15% (cas très favorable), ce qui correspond typiquement à 0.7 $\mu$ as. Pour une base de 200 mètres à une longueur d'onde de 1  $\mu$ m et une précision de  $\frac{\sigma(\phi)}{\phi} = 10^{-3}$  sur la mesure de la phase (caractéristiques de l'instrument AMBER), on peut atteindre la barre des 1 $\mu$ as. La phase mesurée  $\phi$  est reliée au déplacement photométrique  $\epsilon$  par la formule :

$$\phi(u = \frac{B}{\lambda}) = 2 * \pi * \frac{B}{\lambda} \epsilon(\lambda) \quad (5.1)$$

Ainsi, la détermination de la variation de diamètre angulaire des Céphéides du LMC, et donc de leur distance, *via* des mesures spectrométriques, semble envisageable avec les nouvelles générations d'instruments du VLTI. Ces observations seraient préférables dans le visible afin d'accroître la résolution angulaire et avec une résolution spectrale de l'ordre de  $10^4$ . Ces performances sont compatibles avec le projet VEGA de l'instrument CHARA (Mourard et al. 2005b). CHARA (situé dans l'hémisphère nord) pourrait donc être utilisé pour mesurer la distance des Céphéides Galactiques lointaines ou de diamètre angulaire très petit.

Pour mener à bien ces projets, le modèle hydrodynamique s'avérera d'un très grand intérêt. Le modèle fournit en effet, pour chaque phase et pour chaque pixel dans la raie, des profils d'intensité correspondant chacun à une section de l'étoile. De cette représentation polaire de l'étoile, il convient

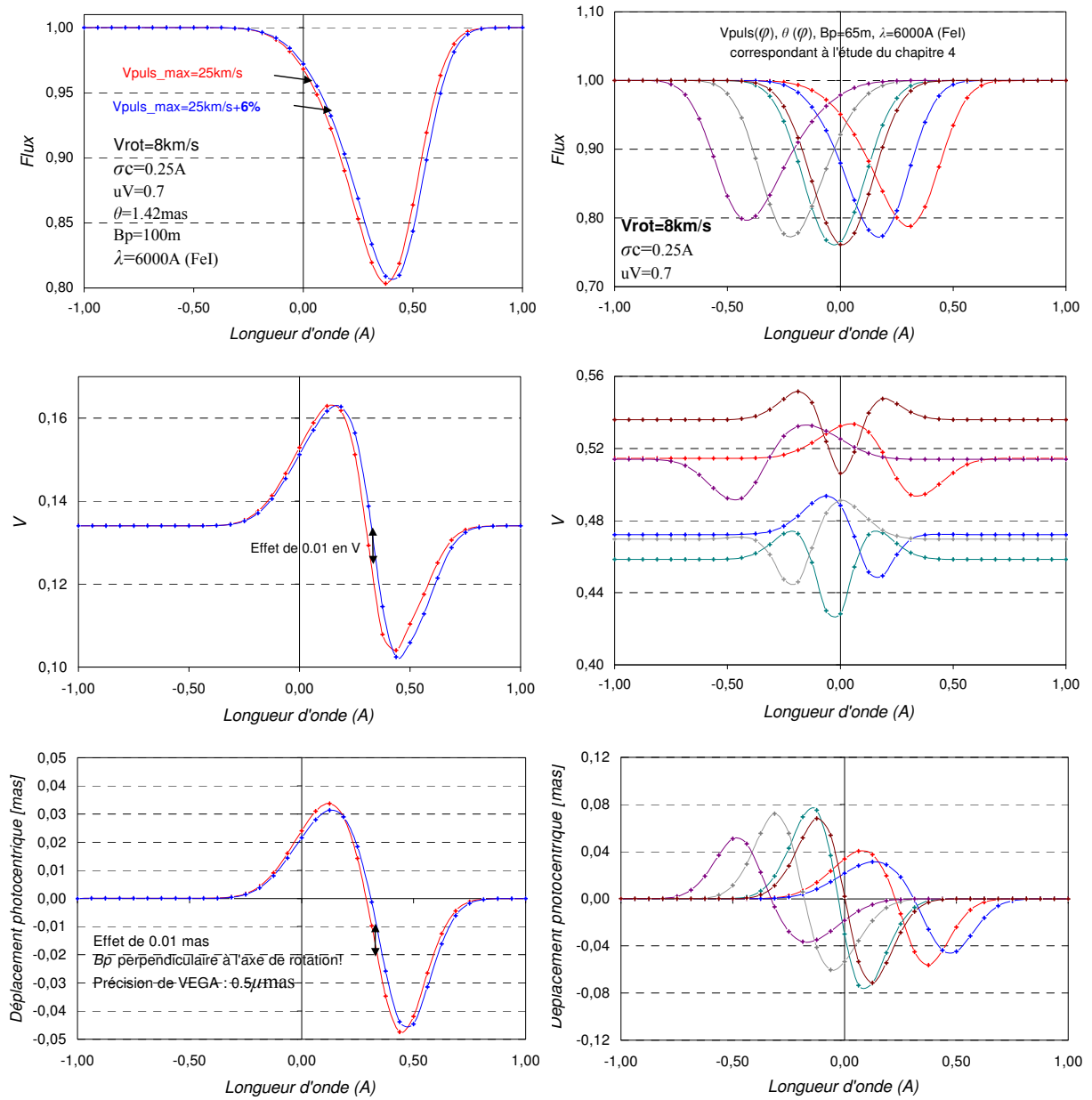


FIG. 5.3 – Observables spectrométriques et spectro-interférométriques.

Ces observables sont déduites du modèle géométrique simple (chapitre 3) dans le cas de  $\delta$  Cep. Sur les diagrammes de gauche, une différence de 6% dans les vitesses pulsantes permet d'évaluer la détectabilité du facteur de projection. Sur les diagrammes de droite, l'étude hydrodynamique de  $\delta$  Cep (chapitre 4) est reprise mais en rajoutant une vitesse de rotation afin d'évaluer la signature en phase différentielle.

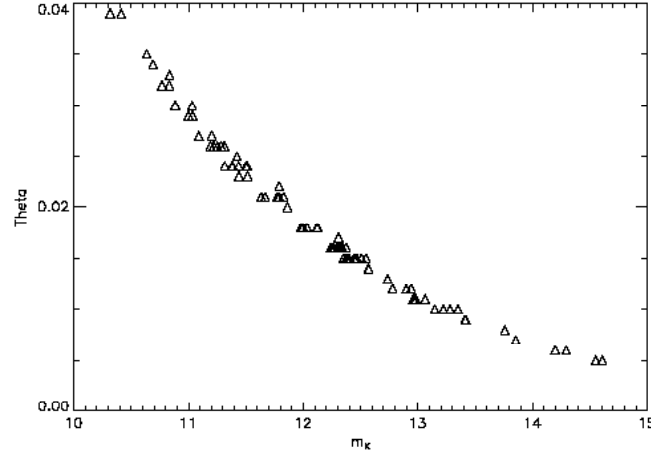


FIG. 5.4 – Détermination de distance des Céphéides dans le LMC

Diamètre angulaire (en mas) pour les Céphéides du LMC correspondant à notre échantillon en fonction de la magnitude en bande K.

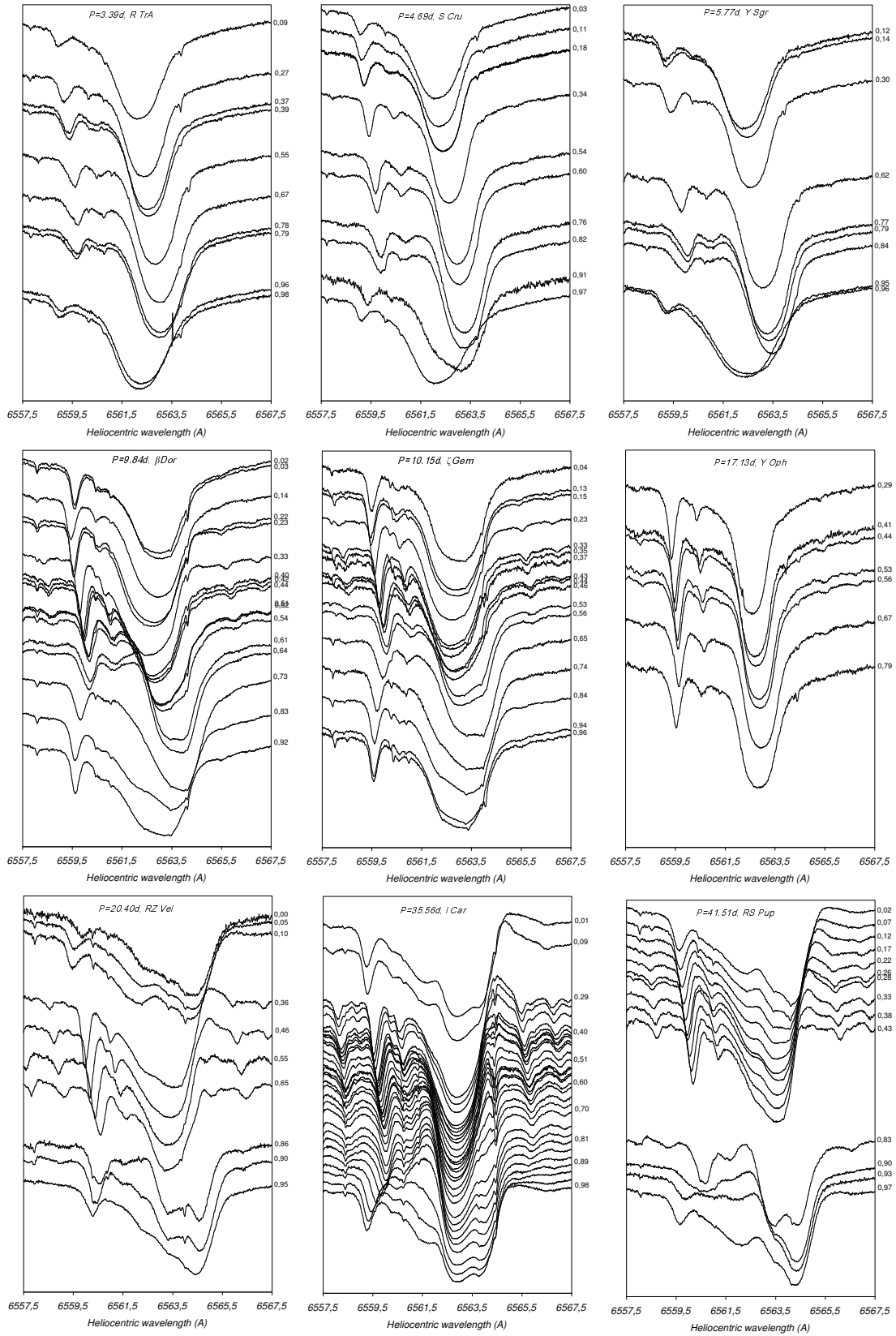
alors de passer en coordonnées (x,y), de faire la transformée de Fourier, et de calculer le produit scalaire entre le vecteur de base et le vecteur photocentre pour obtenir la valeur du point de visibilité théorique. Il faut ensuite refaire le travail pour les différents pixels dans la raie et pour chaque phase de pulsation. Une telle étude devrait apporter des résultats très intéressants pour l'étude du facteur de projection et pour les déterminations de distance des Céphéides.

Dans ce contexte, des observations AMBER de  $\ell$  Car ont d'ores et déjà été obtenues (6 points de visibilité en fonction de la longueur d'onde autour de la raie Brackett  $\gamma$ ). Ces données correspondent à la phase d'expansion maximale de l'étoile, et donc à la phase où la signature spectro-interférométrique (visibilité et phase) devrait être la plus forte. Un traitement de ces données est en cours.

## 5.2 La dynamique atmosphérique des Céphéides

### 5.2.1 Les profils $H\alpha$ (HARPS) et la perte de masse

Etudier les profils  $H\alpha$  ou les profils de Balmer en général peut apporter des informations importantes sur la dynamique atmosphérique des Céphéides, et en particulier sur la perte de masse. En effet, la raie  $H\alpha$  est censée se former sur toute la longueur de l'atmosphère. Elle intègre ainsi, en quelque sorte, toute la dynamique atmosphérique de l'étoile, ce qui est en soit très intéressant. De plus, s'il existe des ondes de compression et/ou choc importantes dans l'atmosphère de l'étoile, une perte de masse est envisageable. Dans ce cas, une coquille de gaz peut se former autour de l'étoile. Cette coquille, essentiellement constituée d'hydrogène est alors statique, impliquant une composante d'absorption statique dans le coeur de la raie. De même, peuvent apparaître dans les ailes de la raie des composantes en émission. Une étude détaillée de ces profils, à l'aide d'un modèle simple d'abord, et hydrodynamique ensuite, peut apporter des informations cruciales sur la perte de masse des Céphéides et donc constituer des contraintes intéressantes sur les modèles d'évolution.

FIG. 5.5 – Profils  $H\alpha$  des Céphéïdes observées avec l'instrument HARPS ( $R = 120000$ ).

J'ai représenté sur la figure 5.5 les profils  $H\alpha$  pour toutes les étoiles observées avec HARPS (excepté X Sgr, voir ci-après). L'évolution de la forme de ce profil en fonction de la période de l'étoile est un point important à étudier pour mieux connaître l'environnement de ces étoiles. Cette étude sera effectuée en détails ultérieurement. Néanmoins, quelques points sont d'ores et déjà à noter. Nous avons vu dans le chapitre 3 de la thèse qu'une importante onde de compression ou de choc traverse l'atmosphère de RS Pup. Ceci a été détecté par un élargissement important d'une raie métallique lors du passage de l'onde. Il existe ainsi un lien à établir entre la pulsation et la perte de masse résultante en étudiant en détails les profils de Balmer. Nous voyons effectivement sur la figure, que le profil  $H\alpha$  de RS Pup est sérieusement affecté. Par ailleurs, une enveloppe de poussière autour de  $\ell$  Car a été observée par l'instrument MIDI du VLTI (Kervella et al. 2005, accepté pour publication dans A&A). Le profil  $H\alpha$  semble confirmer ce résultat. On remarque effectivement une composante statique en absorption au coeur de la raie, due certainement à une enveloppe de gaz, tandis que les raies métalliques observées sur le côté bleu de la raie  $H\alpha$  témoignent de la pulsation de l'étoile.

La connaissance de la perte de masse des Céphéides est cruciale dans le cadre de la méthode de la parallaxe de pulsation, dans le sens où, s'il existe des enveloppes autour des Céphéides, celles-ci pourraient perturber les observations interférométriques, selon la longueur d'onde d'observation, et affecter de ce fait les déterminations de distance.

### 5.2.2 Le cas particulier de X Sgr

Certaines Céphéides présentent des signatures spectrales peu communes. La preuve d'un dédoublement de raie a été détectée pour la première fois par Kraft (1956) pour X Cyg. Ensuite, Kraft (1967) a montré que ce dédoublement variait d'un cycle à l'autre, tandis que Butler (1993) ne retrouva pas ce phénomène. Sasselov et al. (1989) et Sasselov & Lester (1990) notèrent un dédoublement pour X Sgr dans l'infrarouge. Nous retrouvons exactement ce phénomène dans nos observations HARPS.

Kovtyuckh & Andrievsky (1999) détectèrent également un dédoublement anormal dans le spectre de EV Sct et l'attribuèrent à une signature de binaire spectroscopique. Mais la forme des profils sur environ 10 ans ne favorise pas cette hypothèse. Kovtyuck et al. (2003) observèrent la forme des profils de X Sgr, EV Sct, BG Gru et V1334 Cyg. Les auteurs interprétèrent la présence des bumps à un effet combiné d'élargissement dû à la rotation, à la macroturbulence, et à des oscillations non radiales.

Je présente ici une interprétation succincte de profils spectraux en terme d'ondes de choc. Mais un travail plus en profondeur s'avérera nécessaire pour valider ou infirmer cette hypothèse.

La figure 5.6 représente l'évolution de la raie métallique FeI 6056Å en fonction de la phase. Il est clair que deux composantes sont présentes simultanément à toutes phases tandis qu'une troisième apparaît sur la plus grande partie des observations. Un ajustement par moindres carrés est réalisé en considérant 3 gaussiennes, afin de suivre l'évolution des différentes composantes. Il paraît clair également, que pour la plus grande partie des observations les composantes se déplacent régulièrement du bleu vers le rouge, comme le feraient des enveloppes individuelles suivant un mouvement balistique. La figure 5.7 représente les vitesses radiales associées à chaque composante, selon le même code de couleur que la Fig. 5.6. La vitesse du centre de gravité de la raie est également représentée. Toutes ces vitesses semblent présenter une périodicité, mais sur un cycle de 2.5 fois la période de l'étoile ( $P = 7.01281j$  d'après Bernidkov et al. (2000)). En particulier la forme de la

vitesse radiale associée à la méthode du centroïde correspond bien (à l'exception de l'amplitude) à ce que l'on observe habituellement pour les Céphéides. Ainsi, l'ensemble de ces composantes semblent suivre la pulsation de l'étoile.

Ce comportement particulier affecte les raies métalliques faibles et, de manière plus marginale, les raies métalliques fortes (Doublet du Sodium ou Ba II 4924 Å), tandis que les raies de Balmer ne présentent aucun dédoublement. La figure 5.8 représente la variation de la raie H $\alpha$  avec la phase. Ces raies étant très fortes et très larges, s'étendent sur toute l'atmosphère de l'étoile, ce qui peut éventuellement cacher les différentes composantes.

Voici les différentes interprétations que l'on peut faire de ces observations.

D'abord, il faut savoir que X Sgr est un système binaire (Szabados 1990) de période orbitale environ 507 jours et d'excentricité nulle. Le fait que la période orbitale est importante et que l'orbite est circulaire, implique que si les composantes observées étaient dues à la binarité, celles-ci devraient évoluer sur des périodes de temps très longues. Par ailleurs, un effet de marée pourrait expliquer les trois composantes (Moreno et al. 2005). Seulement les deux étoiles devraient alors être relativement proches ce qui est incompatible avec l'excentricité (pratiquement nulle selon Szabados) de l'étoile. D'autres observations sont nécessaires pour lever cette incertitude. Par ailleurs, il pourrait s'agir d'une binaire avec deux Céphéides de périodes similaires (et donc de masses similaires)! Cette hypothèse semble peu probable...

Ensuite, on peut évoquer une activité de surface avec des taches pour expliquer les profils. Seulement, pour produire des composantes aussi larges, les cellules de convection devraient être très larges, de l'ordre du rayon stellaire. Ce phénomène est attendu pour des étoiles froides et non des étoiles F.

Enfin, de telles observations pourraient être la conséquence de la présence de modes de pulsation non radiaux, mais cette hypothèse n'est pas sans difficultés. L'amplitude de ces pulsations non radiales devrait être en effet de l'ordre de grandeur du décalage Doppler entre les composantes (soit environ 40 km.s<sup>-1</sup>), ce qui est trop fort. En effet la vitesse du son étant de l'ordre de 10 km.s<sup>-1</sup> dans les Céphéides (Gillet et al. 1999), la question se pose de savoir comment les différentes parties de l'étoile pourraient être connectées, comme cela est supposé par la théorie des modes non radiaux. De plus la coexistence des modes radiaux et non radiaux n'est toujours pas claire.

Une dernière hypothèse est liée à la dynamique atmosphérique de l'étoile. En effet, le phénomène du dédoublement de la raie est souvent lié au passage d'une onde de choc dans l'atmosphère selon le mécanisme de Schwarzschild (1952). Le comportement observé avec trois composantes peut alors être interprété par le passage successif de deux ondes de choc. A la phase  $\phi = 0.968$ , un choc se propage depuis la partie profonde de l'atmosphère, alors que l'atmosphère est globalement en expansion (la raie est globalement décalée vers le bleu). Le mécanisme de Schwarzschild est en particulier bien observé à la phase  $\phi = 1.111$  (dédoublement de la raie). Par ailleurs il a été montré dans d'autres étoiles comme BW Vulpeculae (voir article en annexe), présentant des comportements fortement non-linéaires, que l'intensité du choc peut présenter des irrégularités dues à la relaxation de l'atmosphère dont le temps caractéristique est plus grand que la période de l'étoile. Ainsi, le choc n'est pas identique d'un cycle à l'autre, ce qui semble être le cas ici, étant donné que les profils observés ne sont pas identiques d'un cycle à l'autre.

En plus de ce phénomène une deuxième onde de choc apparaît aux phases  $\phi = 1.253$  et  $\phi = 2.537$  sur le bord bleu de la raie, lors de la phase d'expansion de l'étoile.

Ainsi le choc principal pourrait être dû au  $\kappa$ -mécanisme lié à la zone d'ionisation de l'hélium comme c'est souvent le cas pour les Céphéides. Par contre, l'origine du deuxième n'est pas clair.

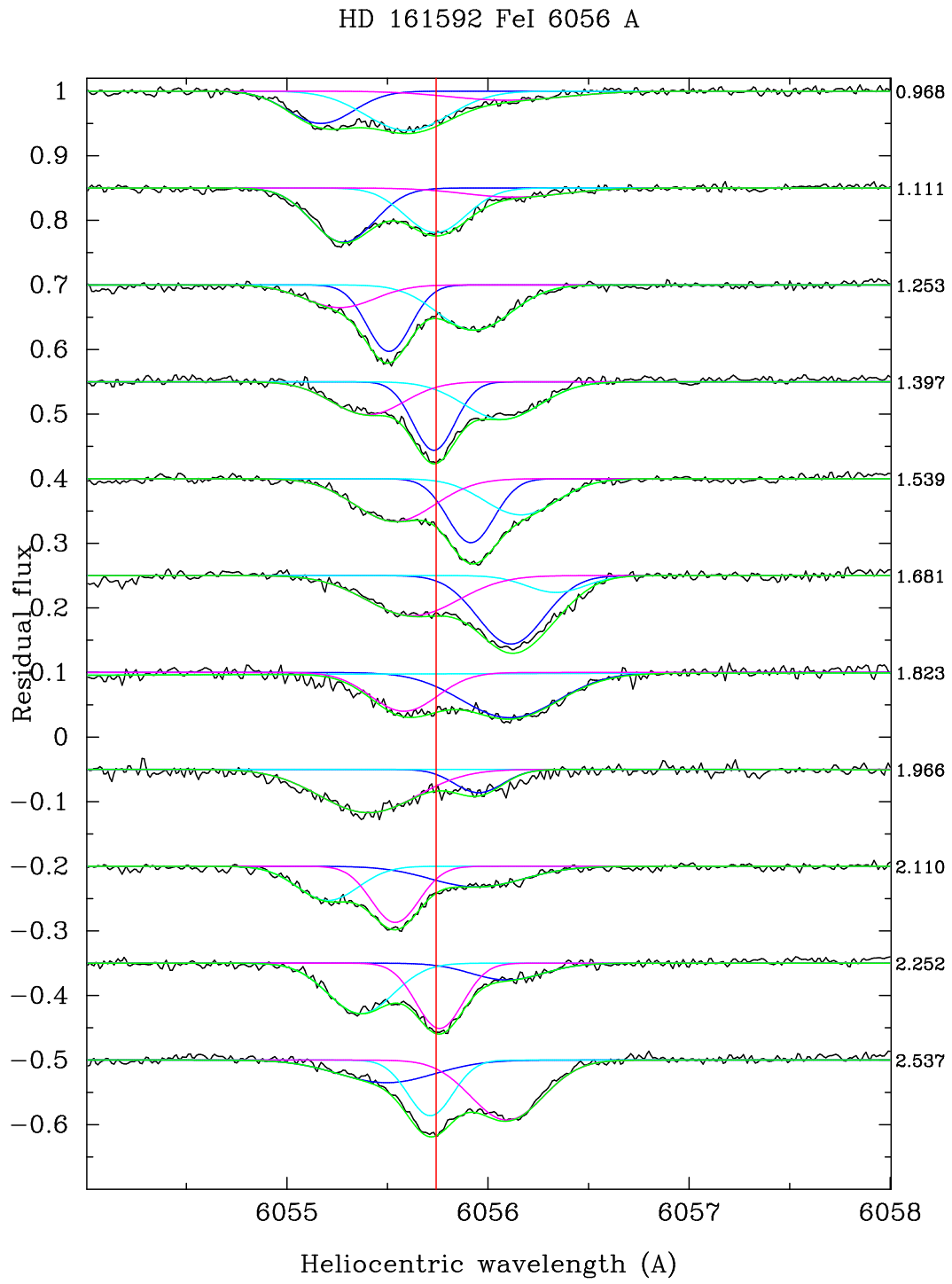


FIG. 5.6 – Evolution du profil de raie de X Sgr

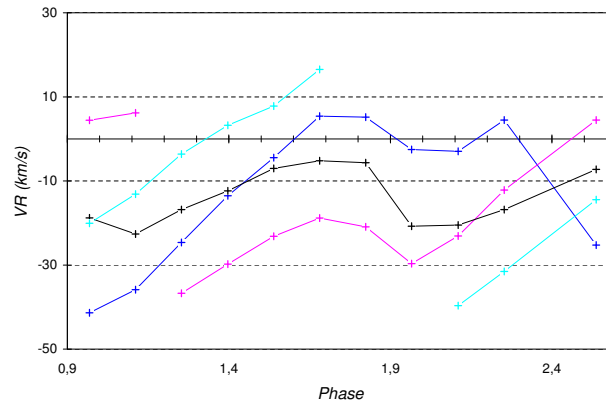


FIG. 5.7 – Vitesses associées aux différentes composantes du profil spectral de X Sgr  
En noir est indiquée la vitesse correspond au premier moment de la raie.

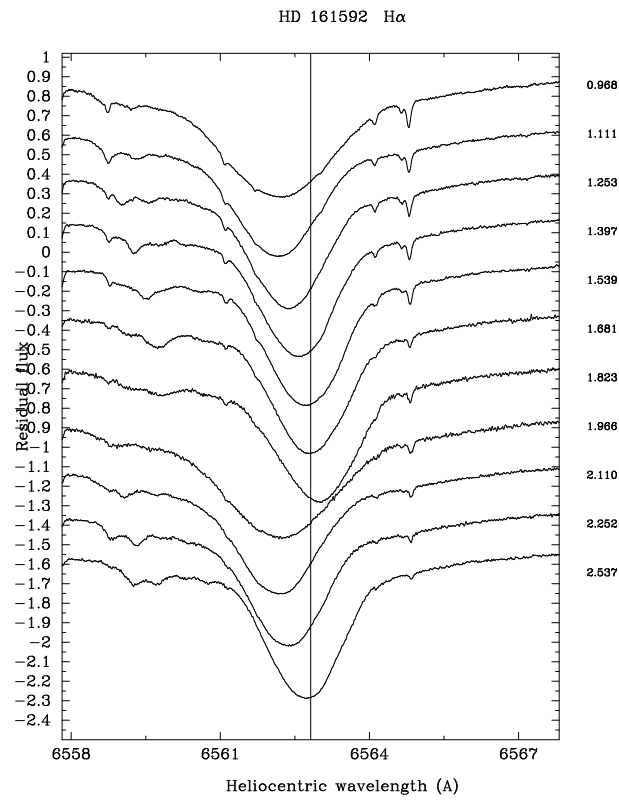


FIG. 5.8 – Profil  $H\alpha$  de X Sgr



Même si la présence de plusieurs chocs n'est pas vraiment rare (voir l'article en annexe sur la  $\beta$ -Céphéide BW Vulpeculae) de tels phénomènes n'ont jamais été démontrés pour des Céphéides. D'autant qu'habituellement le second choc apparaît à la phase de contraction et non d'expansion comme c'est le cas ici. Pour BW Vulpeculae, le premier choc est dû à la zone d'ionisation du Fer, alors que le second est dû à différentes zones d'ionisation. Dans les Céphéides les deux zones d'ionisation de l'hélium He I et He II peuvent contribuer au  $\kappa$  mécanisme. Dans X Sgr il n'est pas impossible que les deux zones fournissent un travail positif, donnant naissance aux deux ondes de chocs. Cependant il est impossible de conclure définitivement à ce stade de l'étude, d'autres observations spectrométriques sont indispensables pour faire progresser l'interprétation.

Par ailleurs, je devrais disposer dans le cadre du temps garanti AMBER de l'Observatoire de la Côte d'Azur, d'observations spectro-interférométriques de X Sgr. En mesurant la taille angulaire de l'étoile dans les différentes composantes de la raie spectrale il devrait être possible de détecter de telles ondes de chocs dans l'atmosphère.

### 5.3 Modélisation des Céphéides : vers une nouvelle génération de modèles

La pulsation permet de sonder la structure physique d'une étoile et d'apporter des informations importantes sur les mécanismes d'évolution. Modéliser les étoiles pulsantes et confronter les résultats obtenus avec des instruments de nouvelles générations toujours plus performants et donnant accès à de nouvelles observables est fondamental pour avancer sur le terrain de la connaissance.

Pour étudier chaque Céphéide de manière individuelle et optimale, une nouvelle génération de modèles devient ainsi indispensable. Si j'obtiens les financements nécessaires, j'aimerais à l'occasion de mon post-doc exploiter ce nouveau champ de recherche. Dans la partie 4 de la thèse, j'ai donné quelques clefs permettant de comprendre les différents types de modèles existants dans le monde. Je décris ici les points importants que devraient inclure, à mon sens, un modèle d'étoiles pulsantes de nouvelle génération. Il s'agirait, dans un premier temps, d'un modèle reproduisant au mieux l'enveloppe et l'atmosphère de l'étoile au cours de la pulsation, ainsi que l'interaction entre ces deux entités. La fusion d'un tel modèle avec les aspects évolutionnaires pourrait constituer une seconde étape à plus long terme.

D'abord, le modèle devrait gérer au mieux les échelles temporelles et spatiales. Etant donné que les processus physiques à l'oeuvre dans l'étoile agissent sur différentes échelles de temps, il faudrait une méthode numérique qui ne soit pas limitée par un *pas de temps* de l'ordre de grandeur de la plus petite échelle temporelle. Les processus nucléaires présents dans le coeur des étoiles n'ont pas d'influence (ou peu) sur la pulsation. Ainsi, les échelles temporelles sont gouvernées d'abord par le temps de Kelvin-Helmholtz ou temps thermique. On peut relier celui-ci au fait qu'il faut plusieurs milliers de cycles pour que l'étoile atteigne un cycle limite (Cox 1980). Ensuite, le temps dynamique, ou le temps de passage du son dans l'étoile, est très important et lié à la période de pulsation de l'étoile. Ainsi le modèle doit combiner ces deux échelles de temps pour reconstituer de manière convenable les phénomènes physiques présents dans l'étoile. Pour cela, un calcul implicite peut être très utile. En effet, pour les modèles stellaires, le fait que la vitesse du son augmente très fortement vers l'intérieur de l'étoile, n'avantage pas les méthodes de calculs explicites, qui, pour des raisons de stabilité, sont limitées par la condition de CFL (Courant, Friedrichs & Lewy, 1928, Dorfi et al. 2005). D'un point de vue spatial maintenant, la modélisation numérique utilise une transformation

d'une quantité physique continue en un nombre fini de valeurs discrétisées, c'est à dire que l'on ne connaît les propriétés physiques de l'étoile que pour certaines valeurs discrètes du rayon ou de la masse, selon que l'on utilise respectivement un référentiel Eulerien ou Lagrangien. Or, durant la pulsation, les variables physiques ne restent jamais à la même localisation dans la grille : les zones d'ionisation et l'opacité, par exemple, se déplacent dans l'étoile au cours de la pulsation. Dans ces conditions, il est plus approprié d'utiliser ce qu'on appelle une grille adaptative (Dorfi & Drury 1987) pour redistribuer, à chaque pas de calcul temporel, la grille de points considérés. Ainsi, on cherche à résoudre davantage les zones de l'étoile où les quantités physiques varient beaucoup sur des temps très courts, permettant ainsi de suivre convenablement, par exemple, les ondes de chocs dans l'atmosphère. Le mouvement de la grille par rapport à la matière physique sous-jacente peut entraîner des termes de transport additionnels indésirables entre les cellules de discrétisation entraînant des erreurs d'advection (voir Leveque 1990, Dorfi et al. 2005).

Ensuite, la description du transport de l'énergie par convection, est l'un des problèmes les plus difficiles, et encore non résolu, qui intervient dans la description de l'étoile (voir revue de Buchler 2000). Beaucoup d'études ont ainsi suggéré de transcrire la dépendance temporelle des flux de convection à trois dimensions en une description unidimensionnelle radiale (Stellingwerf (1982), Kuhfuss (1986), Gehmeyr (1992), Bono & Stellingwerf (1999), Yecko et al. (1998), Wuchterl & Feuchtinger (1998), Feuchtinger (1999)). Pour cela, un certain nombre de paramètres ad-hoc sont indispensables. Pour une bonne description de l'étoile, ceux-ci devraient être calibrés de manière précise et indépendante (si possible) grâce aux observations.

Enfin, le modèle doit résoudre l'équation de transfert de rayonnement dans une atmosphère en mouvement, afin de fournir des profils spectraux et d'intensité d'excellente qualité, toujours en comparaison avec les observations. Dans ce domaine de nombreuses études ont déjà été menées (Dorfi & Feuchtinger 1999, Dorfi & Gautschi 2000, Fokin 1990,1991), et un certain nombre de résultats ont déjà été obtenus.

Parallèlement à cela, des méthodes numériques diverses existent, et une collaboration entre modélisateurs serait très profitable. Ainsi, même si certaines philosophies sont à première vue incompatibles, de nombreux points clefs devraient pouvoir être résolus par l'échange des savoirs et des expériences.

Un dernier point que je voulais mentionner en rapport avec la modélisation est l'importance de la détermination des masses des Céphéides. Il faut en effet savoir qu'il existe une différence non négligeable entre les masses déduites des modèles d'évolution, de pulsation, ou par l'observation de Céphéides binaires (Petersson et al.(2004)). D'après Bono et al. 2005, cette différence pourrait être due justement à la perte de masse des Céphéides. Dans ce cadre, la nouvelle génération d'interféromètres pourrait avoir un rôle important à jouer en résolvant l'orbite des Céphéides binaires.



# Chapitre 6

## Conclusion

L'interprétation d'observations astronomiques de pointe (VLTI, HARPS) à l'aide de modèles géométriques ou hydrodynamiques performants, nous a permis d'étudier en détail la dynamique atmosphérique des Céphéides et l'étalonnage des échelles de distances dans l'Univers.

L'objectif était de déterminer à partir du décalage Doppler des raies spectrales et du facteur de projection, la vitesse pulsante photosphérique de l'étoile. En intégrant cette vitesse sur un cycle de pulsation on obtient la variation du rayon photosphérique de la Céphéide. Ce rayon peut être alors combiné à des estimations interférométriques ou photométriques du diamètre angulaire pour déduire la distance de la Céphéide : il s'agit de la méthode de la parallaxe de pulsation. Nous avons ainsi, en utilisant le pouvoir résolvant du VLTI et de l'instrument VINCI, déterminé la distance de 7 Céphéides Galactiques. Pour  $\ell$  Car, la précision obtenue était de 5% (sans inclure les biais éventuels liés au facteur de projection). Il a ensuite été possible de calibrer les relations P-R, P-L et B-S. Nous avons ainsi obtenu une précision de 0.08 magnitude sur le point zéro de la relation P-L en bande K. Cependant un biais, de l'ordre de grandeur de cette précision, ne peut être exclu dans la mesure où la méthode de détermination de la vitesse radiale et le facteur de projection utilisés n'étaient pas optimum.

Un modèle géométrique nous a permis alors de définir la meilleure méthode de détermination de la vitesse radiale : la méthode du centroïde ou du premier moment de la raie. La vitesse radiale obtenue avec cette méthode est indépendante de la rotation et de la largeur du profil de la raie. Par contre elle reste sensible à l'assombrissement centre-bord (et à sa variation), ainsi qu'à la dynamique atmosphérique de l'étoile. Concernant la variation de l'assombrissement centre-bord avec la phase, un modèle hydrodynamique a permis de montrer que son impact sur la distance est réduit.

La dynamique atmosphérique de l'étoile intervient à différents niveaux. Tout d'abord, elle perturbe la forme de la raie spectrale, c'est à dire son asymétrie ; la vitesse radiale est sensible à cette perturbation. Ensuite, les gradients de vitesse dans l'étoile posent la question de la définition de la vitesse pulsante. Il s'agit de déduire à partir des profils spectraux, la vitesse pulsante photosphérique de l'étoile, et non celle de la zone de formation de la raie. Enfin, tous les effets physiques mentionnés suivent la pulsation de l'étoile, et n'ont donc aucune raison d'être constants avec la phase.

Cette thèse a permis d'apporter des réponses à différents niveaux.

Premièrement, un modèle hydrodynamique a permis d'étudier l'impact de gradients de vitesse dans l'atmosphère de  $\delta$  Cep. La différence obtenue entre la vitesse pulsante photosphérique et la

vitesse pulsante associée à la zone de formation de la raie, entraîne un impact sur le facteur de projection et donc sur la distance de 6%. Ce résultat a d’ores et déjà été confirmé observationnellement par Mérand et al. (2005). Par ailleurs, le modèle hydrodynamique a montré que la variation du facteur de projection avec la phase, n’affecte la distance qu’à 0.2% près.

Deuxièmement, en comparant un modèle géométrique simple à des observations à haute résolution spectrale HARPS, nous avons mis en évidence l’impact de la dynamique atmosphérique de l’étoile sur l’asymétrie des raies. Par ailleurs, un lien a été mis en évidence entre la moyenne sur la phase des courbes d’asymétrie, et la période de l’étoile. Une étude multi-raies de ces observations HARPS est d’ores et déjà en cours pour étudier les gradients de vitesse dans les Céphéides observées afin de confirmer les résultats théoriques obtenus à l’aide du modèle hydrodynamique. Il s’agira de constituer des groupes de raies se formant à différents niveaux dans l’atmosphère, de calculer des profils moyens par cross-corrélation, et de comparer les résultats en terme de vitesse radiale du centroïde, de FWHM, et d’asymétrie.

Troisièmement, le modèle hydrodynamique a permis de faire le lien entre les gradients de vitesse dans l’étoile, le facteur de projection, et les observables spectro-interférométriques. Ceci pourrait constituer un moyen supplémentaire pour contraindre observationnellement le facteur de projection.

Outre ces études axées sur les gradients de vitesse dans l’atmosphère des Céphéides (modélisation, spectrométrie-HARPS, et la spectro-interférométrie), d’autres aspects de la dynamique atmosphérique des Céphéides seront étudiés en détail prochainement. D’abord, les profils  $H\alpha$  des neuf Céphéides HARPS pourraient apporter des contraintes importantes sur la perte de masse de ces étoiles. Ensuite, l’étude de l’étoile atypique X Sgr, sous l’angle de la spectrométrie ou de la spectro-interférométrie semble d’un grand intérêt pour notre compréhension globale des Céphéides.

Connaître la dynamique atmosphérique des Céphéides et le facteur de projection en détail est alors d’un intérêt crucial pour l’étalonnage des distances dans l’Univers. Dans le cadre du survey AMBER, nous espérons d’abord déterminer la distance de 23 Céphéides proches avec une précision meilleure que 5%. Ceci permettrait de contraindre le point-zéro de la relation Période-Luminosité avec une précision de 0.01 en terme de magnitude, ce qui permettrait de gagner un facteur 10 par rapport aux estimations actuelles. De plus, en calibrant la relation sur des Céphéides Galactiques, on s’affranchit des problèmes de métallicité liés au LMC, ainsi la détermination de distance des galaxies lointaines (de même métallicité que la Voie Lactée) serait plus aisée. Ensuite, la technique de l’interférométrie différentielle est une autre possibilité envisagée pour déterminer la distance des Céphéides Galactiques lointaines et du LMC. Elle sera également d’un très grand intérêt pour étudier le facteur de projection. Enfin, à long terme le satellite GAIA devrait apporter des résultats remarquables pour l’étalonnage des échelles de distances dans l’Univers.

Toutes ces études ne saurait être envisagées sans un appui conséquent de la modélisation. Avec l’avènement des nouveaux instruments, le besoin d’une nouvelle génération de modèles se fait de plus en plus sentir. Car la modélisation des étoiles pulsantes, et des Céphéides en particulier, reste un point d’intense recherche pour les années à venir. Un modèle complet, incluant grille adaptative, convection, et fournissant des observables spectro-interférométriques de qualité serait d’une aide cruciale pour l’étude des Céphéides.

Notre voyage se termine. Rétablir la troisième dimension et découvrir de cette manière la profondeur de l’univers, a toujours été une préoccupation centrale de l’astronomie. Cette thèse aura apporté, je pense, une modeste brique à l’échafaudage et à l’étalonnage des distances dans l’univers, contribuant ainsi, je l’espère, à rendre plus lisible et un peu plus claire la “mélodie secrète des Céphéides”.

## Annexe A

Cepheid distances from long-baseline interferometry :

II. Calibration of the period-radius and period-luminosity relations

# Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry

## II. Calibration of the period–radius and period–luminosity relations

P. Kervella<sup>1,2</sup>, D. Bersier<sup>3</sup>, D. Mourard<sup>4</sup>, N. Nardetto<sup>4</sup>, and V. Coudé du Foresto<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LESIA, UMR 8109, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France  
e-mail: pierre.kervella@obspm.fr

<sup>2</sup> European Southern Observatory, Alonso de Cordova 3107, Casilla 19001, Vitacura, Santiago 19, Chile

<sup>3</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA

<sup>4</sup> Observatoire de la Côte d’Azur, Département GEMINI, UMR 6203, BP 4229, 06304 Nice Cedex 4, France

Received 29 October 2003 / Accepted 4 May 2004

**Abstract.** Using our interferometric angular diameter measurements of seven classical Cepheids reported in Kervella et al. (2004, A&A, 416, 941 – Paper I), complemented by previously existing measurements, we derive new calibrations of the Cepheid period–radius (P–R) and period–luminosity (P–L) relations. We obtain a P–R relation of  $\log R = [0.767 \pm 0.009] \log P + [1.091 \pm 0.011]$ , only  $1\sigma$  away from the relation obtained by Gieren et al. (1998, ApJ, 496, 17). We therefore confirm their P–R relation at a level of  $\Delta(\log R) = \pm 0.02$ . We also derive an original calibration of the P–L relation, assuming the slopes derived by Gieren et al. (1998) from LMC Cepheids,  $\alpha_K = -3.267 \pm 0.042$  and  $\alpha_V = -2.769 \pm 0.073$ . With a P–L relation of the form  $M_\lambda = \alpha_\lambda (\log P - 1) + \beta_\lambda$ , we obtain  $\log P = 1$  reference points of  $\beta_K = -5.904 \pm 0.063$  and  $\beta_V = -4.209 \pm 0.075$ . Our calibration in the  $V$  band is statistically identical to the geometrical result of Lanoix et al. (1999, MNRAS, 308, 969).

**Key words.** stars: variables: Cepheids – cosmology: distance scale – stars: oscillations – techniques: interferometric

### 1. Introduction

The period–luminosity (P–L) relation of the Cepheids is the basis of the extragalactic distance scale, but its calibration is still uncertain at a  $\Delta M = \pm 0.10$  mag level. Moreover, it is not excluded that a significant bias of the same order of magnitude affects our current calibration of this relation. On the other hand, the period–radius relation (P–R) is an important constraint to the Cepheid models (see e.g. Alibert et al. 1999).

Traditionally, there have been two ways to calibrate the P–L relation. For Cepheids in clusters one can use main sequence fitting, assuming that the main sequence is similar to that of the Pleiades. This method has been questioned however, following the release of HIPPARCOS data (e.g., Pinsonneault et al. 1998; but see also Pan et al. 2004; Robichon et al. 1999). Another route to the P–L relation is the Baade-Wesselink (BW) method where one combines photometry and radial velocity data to obtain the distance and radius of a Cepheid. Recent applications of the BW method to individual stars can be found for instance in Taylor et al. (1997) and Taylor & Booth (1998), while the calibration of the P–R and P–L relations using BW distances and radii is demonstrated in Gieren et al. (1998, hereafter GFG98). A requirement of this method is a very accurate measurement of the Cepheid’s effective temperature at all observed phases, in order to determine the angular diameter. Interferometry allows us to bypass this step and its associated uncertainties by measuring *directly* the variation of

angular diameter during the pulsation cycle. As shown by Kervella et al. (2004, hereafter Paper I) and Lane et al. (2002), the latest generation of long baseline visible and infrared interferometers have the potential to provide precise distances to Cepheids up to about 1 kpc, using the interferometric BW method (see Sect. 2).

The main goal of the present paper is to explore the application of this technique to the calibration of the P–R and P–L relations, and to verify that no large bias is present in the previously published calibrations of these important relations. Our sample is currently too limited to allow a robust determination of the P–L relation, defined as  $M_\lambda = \alpha_\lambda (\log P - 1) + \beta_\lambda$ , that would include both the slope  $\alpha_\lambda$  and the  $\log P = 1$  reference point  $\beta_\lambda$ . However, if we suppose that the slope is known a priori from the literature, we can derive a precise calibration of  $\beta_\lambda$ . In Sect. 3, we present our determination of the P–R relation using new angular diameter values from Paper I, as well as previously published interferometric and trigonometric parallax measurements. Section 4 is dedicated to the calibration of the P–L relation reference points  $\beta_\lambda$  in the  $K$  and  $V$  bands. The consequences for the LMC distance are briefly discussed in Sect. 4.5.

### 2. Cepheid distances by interferometry

We have obtained angular diameter measurements for seven Cepheids with the VLT interferometer (Kervella et al. 2004, Paper I). These  $K$ -band measurements were made with the

VINCI instrument (Kervella et al. 2003) fed by two 0.35 m siderostats. Several baselines were used, ranging from 60 m to 140 m. Our measurements, described in detail in Paper I, have a typical precision of 1 to 3%. This is good enough to actually *resolve* the pulsation of several Cepheids; in other words we can follow the change in angular diameter. We have combined these measurements with radial velocity data and derived a radius and distance for four Cepheids of our sample. For the remaining three stars, we were able to derive their mean angular diameters, but the pulsation remained below our detection threshold. This sample was completed by previously published measurements obtained with other instruments.

In the present work, we have retained the limb darkened (LD) angular diameters  $\theta_{LD}$  provided by each author. Marengo et al. (2002, 2003) have shown that the LD properties of Cepheids can be different from those of stable stars, in particular at visible wavelengths. For the measurements obtained using the GI2T (Mourard et al. 1997) and NPOI (Nordgren et al. 2000), the LD correction is relatively large ( $k = \theta_{LD}/\theta_{UD} \simeq 1.05$ ), and this could be the source of a bias at a level of a 1 to 2% (Marengo et al. 2004). However, in the infrared, the correction is much smaller ( $k \simeq 1.02$ ), and the error on its absolute value is expected to be significantly below 1%. The majority of the Cepheid interferometric measurements was obtained in the  $H$  and  $K$  bands (FLUOR/IOTA, PTI, VLTI/VINCI), and we believe that the potential bias introduced on our fits is significantly smaller than their stated error bars. The final answer about the question of the limb darkening of Cepheids will come from direct interferometric observations, that will soon be possible with the AMBER instrument (Petrov et al. 2000) of the VLTI.

The radial velocity data were taken from Bersier (2002). They have been obtained with the CORAVEL spectrograph (Baranne et al. 1979). This instrument performs a cross-correlation of the blue part of a star’s spectrum (3600–5200 Å) with the spectrum of a red giant. A Gaussian function is then fitted to the resulting cross-correlation function, yielding the radial velocity.

In Paper I, we have applied three distinct methods (orders 0, 1 and 2) to derive the distances  $d$  to seven Galactic Cepheids from interferometric angular diameter measurements. Not all three methods can be used to derive the distance for every star, depending on the level of completeness and precision of the available angular diameter measurements:

- **Order 0:** constant diameter model.

This is the most basic method, used when the pulsation of the star is not detected. The average linear diameter  $\overline{D}$  of the star is supposed to be constant and known a priori, e.g. from a previously published P–R relations (such as the relation derived by GFG98). Knowing the linear and angular radii, the only remaining variable to fit is the distance  $d$ .

- **Order 1:** variable diameter model.

We still consider that the average linear diameter of the star is known a priori, but we include in our angular diameter model the radius variation curve derived from the integration of the radial velocity of the star. This method is well suited when the intrinsic accuracy of the angular diameter

measurements is too low to measure precisely the pulsation amplitude. The distance  $d$  is the only free parameter for the fit.

- **Order 2:** interferometric BW method.

The interferometric variant of the BW method (Davis 1979; Sasselov et al. 1994) combines the angular amplitude of the pulsation measured by interferometry and the linear displacement of the stellar photosphere deduced from the integration of the radial velocity curve to retrieve the distance of the star geometrically. This method is also called “parallax of the pulsation”. In the fitting process, the radius curve is matched to the observed angular diameter curve, using both the distance and linear diameter as variables. Apart from direct trigonometric parallax, this method is the most direct way of measuring the distance of a Cepheid. It requires a high precision angular diameter curve and a good phase coverage.

The order 0/1 methods, on one hand, and 2 on the other hand, are fundamentally different in their assumptions, and the distance estimates are affected by different kinds of errors. While the order 2 method errors are due to the interferometric measurement uncertainties (mostly statistical), the order 0/1 distances carry the systematic error bars of the assumed P–R relation. As they are fully correlated for all stars in the sample, they cannot be averaged over the sample. In particular, the order 0/1 diameters cannot be used to calibrate the P–R relation, as they assume this relation to be known a priori.

Due to its stringent requirements in terms of precision, the interferometric BW method (order 2) was applied successfully up to now to five Cepheids only:  $\ell$  Car (Paper I),  $\beta$  Dor (Paper I),  $\eta$  Aql (Paper I; Lane et al. 2002), W Sgr (Paper I) and  $\zeta$  Gem (Lane et al. 2002). However, it is expected that many more stars will be measurable with the required precision in the near future (see Sect. 5).

### 3. Period–radius relation

#### 3.1. Method

The period–radius relation (P–R) of the Cepheids takes the form of the linear expression:

$$\log R = a \log P + b. \quad (1)$$

In order to calibrate this relation, we need to estimate directly the linear radii of a set of Cepheids. We have applied two methods to determine the radii of the Cepheids of our sample: the interferometric BW method, and a combination of the average angular diameter and trigonometric parallax. While the first provides directly the average linear radius and distance, we need to use trigonometric parallaxes to derive the radii of the Cepheids for which the pulsation is not detected. We applied the HIPPARCOS parallaxes (Perryman et al. 1997) to all the order 0/1 measurements, except  $\delta$  Cep, for which we considered the recent measurement by Benedict et al. (2002). Table 1 lists the Cepheid linear radii that we obtain.



**Table 1.** Weighted averages of the interferometric mean angular diameters  $\overline{\theta_{LD}}$  and of the geometric distances  $d$  to nearby Cepheids (bold characters). These values were used to compute the linear radii given in the last two columns. The individual measurements used in the averaging process are also given separately for each star. References: (1) Mourard et al. (1997); (2) Nordgren et al. (2000); (3) Lane et al. (2002); (4) Mozurkewich et al. (1991); (5) Paper I; (6) Benedict et al. (2002); (7) Perryman et al. (1997).

Star	$P$ (d)	$\log P$	Ref. $\theta_{LD}$	$\overline{\theta_{LD}}$ (mas)	Ref. $d$	$d$ (pc)	$R$ ( $R_{\odot}$ )	$\log R$
$\delta$ Cep	5.3663	0.7297		<b><math>1.521 \pm 0.010</math></b>		<b><math>274^{+12}_{-11}</math></b>	<b><math>44.8^{+1.9}_{-1.8}</math></b>	<b><math>1.651^{+0.018}_{-0.018}</math></b>
			(1)	$1.60 \pm 0.12$				
			(2)	$1.52 \pm 0.01$				
					(6)	$273^{+12}_{-11}$		
X Sgr	7.0131	0.8459		<b><math>1.471 \pm 0.033</math></b>		<b><math>330^{+148}_{-78}</math></b>	<b><math>52.2^{+23}_{-12}</math></b>	<b><math>1.717^{+0.161}_{-0.118}</math></b>
			(5)	$1.471 \pm 0.033$				
					(7)	$330^{+148}_{-78}$		
$\eta$ Aql	7.1768	0.8559		<b><math>1.791 \pm 0.022</math></b>		<b><math>308^{+27}_{-24}</math></b>	<b><math>59.3^{+5.3}_{-4.6}</math></b>	<b><math>1.773^{+0.037}_{-0.035}</math></b>
			(2)	$1.69 \pm 0.04$				
			(3)	$1.793 \pm 0.070$	(3)	$320^{+32}_{-32}$		
			(5)	$1.839 \pm 0.028$	(5)	$276^{+55}_{-38}$		
					(7)	$360^{+175}_{-89}$		
W Sgr	7.5949	0.8805		<b><math>1.312 \pm 0.029</math></b>		<b><math>400^{+210}_{-114}</math></b>	<b><math>56.4^{+30}_{-16}</math></b>	<b><math>1.751^{+0.184}_{-0.146}</math></b>
			(5)	$1.312 \pm 0.029$	(5)	$379^{+216}_{-130}$		
					(7)	$637^{+926}_{-237}$		
$\beta$ Dor	9.8424	0.9931		<b><math>1.884 \pm 0.024</math></b>		<b><math>323^{+68}_{-42}</math></b>	<b><math>65.4^{+14}_{-8.6}</math></b>	<b><math>1.816^{+0.083}_{-0.061}</math></b>
			(5)	$1.884 \pm 0.024$	(5)	$345^{+175}_{-80}$		
					(7)	$318^{+74}_{-50}$		
$\zeta$ Gem	10.1501	1.0065		<b><math>1.688 \pm 0.022</math></b>		<b><math>362^{+37}_{-34}</math></b>	<b><math>65.6^{+6.7}_{-6.3}</math></b>	<b><math>1.817^{+0.042}_{-0.044}</math></b>
			(2)	$1.55 \pm 0.09$				
			(3)	$1.675 \pm 0.029$	(3)	$362^{+38}_{-38}$		
			(4)	$1.73 \pm 0.05$				
			(5)	$1.747 \pm 0.061$				
Y Oph	17.1269	1.2337		<b><math>1.438 \pm 0.051</math></b>		<b><math>877^{+2100}_{-360}</math></b>	<b><math>136^{+325}_{-56}</math></b>	<b><math>2.132^{+0.531}_{-0.231}</math></b>
			(5)	$1.438 \pm 0.051$				
					(7)	$877^{+2100}_{-360}$		
$\ell$ Car	35.5513	1.5509		<b><math>2.988 \pm 0.012</math></b>		<b><math>597^{+24}_{-19}</math></b>	<b><math>191.2^{+7.6}_{-6.0}</math></b>	<b><math>2.281^{+0.017}_{-0.014}</math></b>
			(5)	$2.988 \pm 0.012$	(5)	$603^{+24}_{-19}$		
					(7)	$463^{+129}_{-83}$		

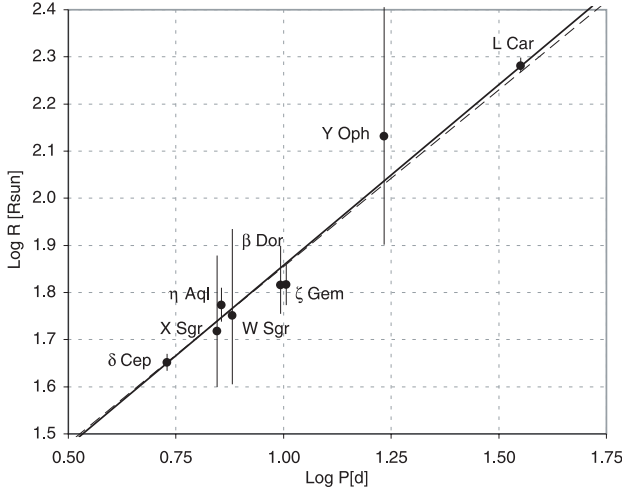
We can use the results from both order 0/1 and 2 methods at the same time, as the obtained linear radii obtained in this way are fully independent on each other. On one hand (BW method), we obtain them considering the *amplitude* of the pulsation and the radial velocity curve, while on the other hand, they are derived from the *average* angular diameter and the trigonometric parallax. As the amplitude of the pulsation and the average diameter values are distinct observables, these two methods can be used simultaneously in the fit.

### 3.2. Calibration results

Figure 1 shows the distribution of the measured diameters on the P–R diagram, based on the values listed in Table 1. When

we choose to consider a constant slope of  $a = 0.750 \pm 0.024$ , as found by GFG98, we derive a zero point of  $b = 1.105 \pm 0.017 \pm 0.023$  (statistical and systematic errors). As a comparison, GFG98 have obtained a value of  $b = 1.075 \pm 0.007$ , only  $-1.6\sigma$  away from our result. The relations found by Turner & Burke (2002) and Laney & Stobie (1995) are very similar to GFG98, and are also compatible with our calibration within their error bars.

Fitting simultaneously both the slope and the zero point to our data set, we obtain  $a = 0.767 \pm 0.009$  and  $b = 1.091 \pm 0.011$ . These values are only  $\Delta a = +0.7\sigma$  and  $\Delta b = +1.2\sigma$  away from the GFG98 calibration. Considering the limited size of our sample, the agreement is very satisfactory. On the other hand, the slopes derived by Ripepi et al. (1997) and



**Fig. 1.** Period–radius diagram deduced from the interferometric observations of Cepheids listed in Table 1. The thin dashed line represents the best-fit P–R relation assuming the slope of GFG98,  $\log R = 0.750 [\pm 0.024] \log P + 1.105 [\pm 0.017 \pm 0.023]$ . The solid line is the best-fit relation allowing both the slope and zero point to vary,  $\log R = 0.767 [\pm 0.009] \log P + 1.091 [\pm 0.011]$ .

**Table 2.** Period–radius relations, assuming an expression of the form  $\log R = a \log P + b$ . For the fitting of  $b$  alone, the slope has been assumed as known a priori from GFG98. In this case, its error bar translates to a systematic uncertainty on the  $b$  value derived from the fit (given in brackets). References: (1) GFG98; (2) Turner & Burke (2002); (3) This work.

Ref.	Fit	$a \pm \sigma_{\text{stat}}$	$b \pm \sigma_{\text{stat}} [\pm \sigma_{\text{syst}}]$
(1)		$0.750 \pm 0.024$	$1.075 \pm 0.007$
(2)		$0.747 \pm 0.028$	$1.071 \pm 0.025$
(3)	$b$ only		$1.105 \pm 0.017 [\pm 0.023]$
(3)	$a, b$	$0.767 \pm 0.009$	$1.091 \pm 0.011$

Krockenberger et al. (1997), both around 0.60, seem to be significantly too shallow.

## 4. Period–luminosity relation

### 4.1. Distance estimates

For the order 0 and 1 methods (Paper I), we used an a priori P–R relation (from GFG98) to predict the true linear diameter of the Cepheids of our sample. This relation relies on the measurement of the photometric flux, effective temperature (classical BW method) and radial velocity. The apparent magnitude also intervenes in the computation of the absolute magnitude, and therefore we cannot use these distance estimates to calibrate the P–L relation without creating a circular reference. For this reason, we have considered only the distances obtained using the interferometric BW method (order 2) for our P–L relation calibration, complemented by the Benedict et al. (2002) trigonometric parallax of  $\delta$  Cep.

**Table 3.** Apparent magnitudes and extinctions in the  $K$  and  $V$  bands for the Cepheid whose distances have been measured directly by interferometry.  $(B - V)_0$  is the mean  $(B - V)$  index as reported in the online database by Fernie et al. (1995). The  $E_{B-V}$  values were taken from Fernie (1990). The extinctions in the  $K$  and  $V$  bands are given respectively in the “ $A_K$ ” and “ $A_V$ ” columns, in magnitudes.

Star	$(B - V)_0$	$E_{B-V}$	$m_K$	$A_K$	$m_V$	$A_V$
$\delta$ Cep	0.66	0.09	2.31	0.03	3.99	0.30
$\eta$ Aql	0.79	0.15	1.97	0.04	3.94	0.49
W Sgr	0.75	0.11	2.82	0.03	4.70	0.36
$\beta$ Dor	0.81	0.04	1.96	0.01	3.73	0.15
$\zeta$ Gem	0.80	0.02	2.11	0.01	3.93	0.06
$\ell$ Car	1.30	0.17	1.09	0.05	3.77	0.58

**Table 4.** Absolute magnitudes of Cepheids measured exclusively using the interferometric Baade-Wesselink method, except for  $\delta$  Cep, whose parallax was taken from Benedict et al. (2002). The same error bars apply to the  $K$  and  $V$  band absolute magnitudes. The Cepheid periods are listed in Table 1. References: (1) Lane et al. (2002); (2) Benedict et al. (2002); (3) Paper I.

Star	Ref.	$d$	$\pm \sigma$	$M_K$	$M_V$	$\pm \sigma$
$\delta$ Cep	(2)	273	$+12$ $-11$	−4.90	−3.49	$+0.09$ $-0.09$
$\eta$ Aql	(1)	320	$+32$ $-32$	−5.60	−4.08	$+0.23$ $-0.21$
$\eta$ Aql	(3)	276	$+55$ $-38$	−5.28	−3.76	$+0.32$ $-0.39$
W Sgr	(3)	379	$+216$ $-130$	−5.10	−3.56	$+0.91$ $-0.98$
$\beta$ Dor	(3)	345	$+175$ $-80$	−5.74	−4.10	$+0.57$ $-0.89$
$\zeta$ Gem	(1)	362	$+38$ $-38$	−5.69	−3.92	$+0.24$ $-0.22$
$\ell$ Car	(3)	603	$+24$ $-19$	−7.86	−5.72	$+0.07$ $-0.08$

### 4.2. Absolute magnitudes

The average apparent magnitudes in  $V$  and  $K$  of  $\delta$  Cep were computed via a Fourier series fit of the data from Moffett & Barnes (1984) and Barnes et al. (1997) for the  $K$  band and Barnes et al. (1997) for the  $V$  band. The sources for the other apparent magnitudes are given in Paper I (Table 1). Following Fouqué et al. (2003), the extinction  $A_\lambda$  has been computed using the relations:

$$A_\lambda = R_\lambda E_{B-V} \quad (2)$$

$$R_V = 3.07 + 0.28 (B - V)_0 + 0.04 E_{B-V} \quad (3)$$

$$R_K = R_V / 11 \approx 0.279. \quad (4)$$

The resulting extinction values are listed in Table 3, and the final absolute magnitudes  $M_\lambda$  of the Cepheids of our sample are listed in Table 4.

### 4.3. Calibration of the P–L relation

We have considered for our fit the P–L slope measured on LMC Cepheids. This is a reasonable assumption, as it can be measured precisely on the Magellanic Clouds Cepheids, and in addition our sample is currently too limited to derive both the slope and the  $\log P = 1$  reference point simultaneously.

**Table 5.** Period–luminosity relation intercept  $\beta_K$  for a 10 days period Cepheid ( $\log P = 1$ ), in the  $K$  band. We assume an expression of the form  $M_K = \alpha_K (\log P - 1) + \beta_K$ . The slope value is taken from GFG98 ( $\alpha_K = -3.267 \pm 0.042$ ). The systematic error corresponds to the uncertainty on the GFG98 slope.

Ref.	$\beta_K$	$\pm\sigma_{\text{stat}}$	$\pm\sigma_{\text{syst}}$
GFG98	-5.701	$\pm 0.025$	
This work, all stars	<b>-5.904</b>	<b><math>\pm 0.063</math></b>	<b><math>\pm 0.005</math></b>
Without $\delta$ Cep and $\ell$ Car	-5.956	$\pm 0.191$	$\pm 0.006$

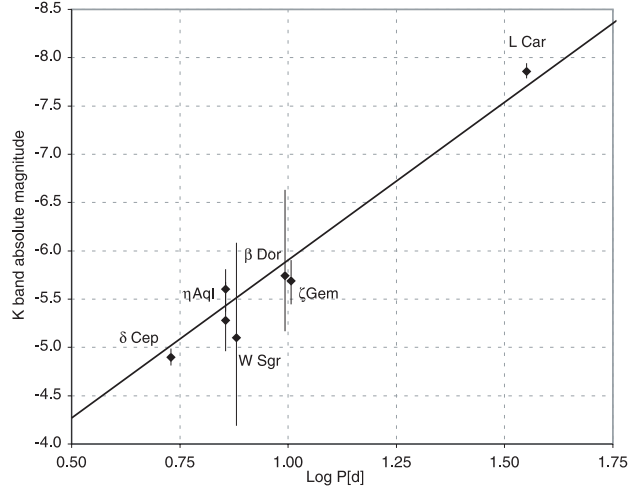
**Table 6.** Period–luminosity relation intercept  $\beta_V$  ( $\log P = 1$ ) in the  $V$  band, derived using the GFG98 slope ( $\alpha_V = -2.769 \pm 0.073$ ).

	$\beta_V$	$\pm\sigma_{\text{stat}}$	$\pm\sigma_{\text{syst}}$
GFG98	-4.063	$\pm 0.034$	
LPG99	-4.21	$\pm 0.05$	
This work, all stars	<b>-4.209</b>	<b><math>\pm 0.075</math></b>	<b><math>\pm 0.001</math></b>
Without $\delta$ Cep and $\ell$ Car	-4.358	$\pm 0.197$	$\pm 0.010$

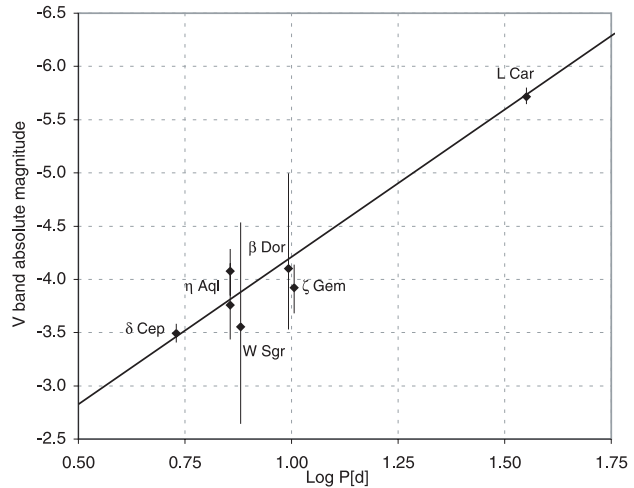
Recently, Fouqué et al. (2003) have revised the P–L slopes derived from the large OGLE2 survey (Udalski et al. 1999), and obtain values of  $\alpha_V = -2.774 \pm 0.042$  and  $\alpha_K = -3.215 \pm 0.037$ . These values are consistent within their error bars with LPG99 ( $\alpha_V = -2.77 \pm 0.08$ ), GFG98 ( $\alpha_V = -2.769 \pm 0.073$ ,  $\alpha_K = -3.267 \pm 0.042$ ) and Sasselov et al. (1997;  $\alpha_V = -2.78 \pm 0.16$ ). Considering this consensus, we have chosen to use the slope from GFG98 to keep the consistence with the P–R relation assumed in Paper I.

Tables 5 and 6 report the results of our calibrations of the P–L relations, and the positions of the Cepheids on the P–L diagram are shown in Figs. 2 and 3. The final  $\log P = 1$  reference points are given in bold characters in Tables 5 and 6. Our calibrations differ from GFG98 by  $\Delta b_K = +0.20$  mag in the  $K$  band, and  $\Delta b_V = +0.14$  mag in  $V$ , corresponding to  $+3.0$  and  $+1.8\sigma$ , respectively. The sample is dominated by the high precision  $\ell$  Car and  $\delta$  Cep measurements. When these two stars are removed from the fit, the difference with GFG98 is slightly increased, up to  $+0.25$  and  $+0.30$  mag, though the distance in  $\sigma$  units is reduced ( $+1.3$  and  $+1.5$ ). From this agreement,  $\ell$  Car and  $\delta$  Cep do not appear to be systematically different from the other Cepheids of our sample.

It is difficult about conclude firmly to a significant discrepancy between GFG98 and our results, as our sample is currently too limited to exclude a small-statistics bias. However, if we assume an intrinsic dispersion of the P–L relation  $\sigma_{\text{PL}} \simeq 0.1$  mag, as suggested by GFG98, then our results point toward a slight underestimation of the absolute magnitudes of Cepheids by these authors. On the other hand, we obtain precisely the same  $\log P = 1$  reference point value in  $V$  as Lanoix et al. (1999, using parallaxes from HIPPARCOS). The excellent agreement between these two fully independent, geometrical calibrations of the P–L relation is remarkable.



**Fig. 2.** Period–luminosity diagram in the  $K$  band using only interferometric BW distances and the  $\delta$  Cep parallax listed in Table 4. The solid line represents the best-fit P–L relation using the slope derived by GFG98 (classical least-squares fit: the individual measurements are weighted by the inverse of their variance).



**Fig. 3.** Period–luminosity diagram in the  $V$  band (slope from GFG98).

#### 4.4. P–L relation slopes in the Galaxy and in the LMC

The question of the difference in slope between the Galactic and LMC Cepheid P–L relations has recently been discussed by Fouqué et al. (2003) and Tammann et al. (2003). These authors conclude that the Galactic slopes are significantly steeper than their LMC counterparts. For example, Tammann et al. (2003) obtain  $\alpha_V[\text{Gal}] = -3.14 \pm 0.10$ , while Fouqué et al. (2003) derive  $\alpha_V[\text{Gal}] = -3.06 \pm 0.11$  and  $\alpha_V[\text{LMC}] = -2.774 \pm 0.042$ .

However, our fit is largely insensitive to the precise value assumed for the P–L relation slope. Considering the steeper Tammann et al. (2003) slope, we obtain a best fit  $\log P = 1$  absolute magnitude of  $\beta_V = -4.211 \pm 0.075 \pm 0.001$ , identical to the calibration obtained using the GFG98 slope. The small systematic error bar that we obtain on  $\beta_V$  (corresponding to the  $\pm 0.10$  error on  $\alpha_V$ ) shows the weakness of the correlation between  $\alpha$  and  $\beta$  in our fit. However, the reduced  $\chi^2$  of the fit

is significantly larger with this steeper slope ( $\chi^2_{\text{red}} = 1.25$ ) than with the LMC slope from GFG98 ( $\chi^2_{\text{red}} = 0.53$ ).

#### 4.5. The distance to the LMC

The apparent magnitudes in  $V$  and  $K$  of a 10 day period Cepheid in the Large Magellanic Cloud (LMC) derived by Fouqué et al. (2003) from the OGLE Cepheids are  $ZP_K = 12.806 \pm 0.026$  and  $ZP_V = 14.453 \pm 0.029$ . These authors assumed in their computation a constant reddening of  $E(B - V) = 0.10$  for all the LMC Cepheids they have used (more than 600). Our calibrations of the Galactic Cepheids P–L relations in  $K$  and  $V$  thus implies LMC distance moduli of  $\mu_K = 18.71 \pm 0.07$  and  $\mu_V = 18.66 \pm 0.08$ , respectively.

From a large number of photometric measurements of LMC and SMC Cepheids obtained in the framework of the EROS programme, Sasselov et al. (1997) have shown that a  $\delta\mu$  correction has to be applied to the LMC distance modulus to account for the difference in metallicity between the LMC and the Galactic Cepheids. They have determined empirically a value of:

$$\delta\mu = \mu_{\text{true}} - \mu_{\text{observed}} = -0.14 \pm 0.06 \quad (5)$$

this correction has been questioned by Udalski et al. (2001), based on Cepheid observations in a low metallicity galaxy (IC 1613), and its amplitude is still under discussion (Fouqué et al. 2003).

Averaging our  $K$  and  $V$  band zero point values (without reducing the uncertainty, that is systematic in nature), we obtain a final LMC distance modulus of  $\mu_0 = 18.55 \pm 0.10$ . This value is only  $+0.8\sigma$  away from the  $\mu_0 = 18.46 \pm 0.06$  value obtained by GFG98, and  $-1\sigma$  from the  $\mu_0 = 18.70 \pm 0.10$  value derived of Feast & Catchpole (1997). It is statistically identical to the LMC distance used by Freedman et al. (2001) for the *HST Key Project*,  $\mu_0 = 18.50 \pm 0.10$ . Alternatively, if we consider the smaller metallicity correction of  $\delta\mu = 0.06 \pm 0.10$ .

#### 5. Conclusion and perspectives

We have confirmed in this paper the P–R relation of GFG98 and Turner & Burke (2002), to a precision of  $\Delta(\log R) = \pm 0.02$ . We also derived an original calibration of the P–L relations in  $K$  and  $V$ , assuming the slopes from GFG98 that were established using LMC Cepheids. Our P–L relation calibration yields a distance modulus of  $\mu_0 = 18.55 \pm 0.10$  for the LMC, that is statistically identical to the value used by Freedman et al. (2001) for the *HST Key Project*. We would like to emphasize that this result, though encouraging, is based on six stars only (seven measurements, dominated by two stars), and our sample needs to be extended in order to exclude a small-number statistical bias. In this sense, the P–L calibration presented here should be considered as an intermediate step toward a final and robust determination of this important relation by interferometry.

While our results are very encouraging, the calibration of the PR and PL relations as described here may still be affected by small systematic errors. In particular the method relies on the fact that the displacements measured through interferometry and through spectroscopy (integration of the radial velocity

curve) are in different units (milli-arcseconds and kilometers respectively) but are the same physical quantity. This may not be the case. The regions of a Cepheid’s atmosphere where the lines are formed do not necessarily move homologously with the region where the  $K$ -band continuum is formed. This means that the two diameter curves may not have exactly the same amplitude; there could even be a phase shift between them. As discussed in Sect. 2, the limb darkening could also play a role at a level of  $\approx 1\%$ . A full exploration of these effects is far beyond the scope of this paper. We can nevertheless put an upper bound on the systematic error that could result from this mismatch. Our PL relation can be compared to that derived from Cepheids in open clusters, whose distances are obtained via main sequence fitting. The two distance scales are in excellent agreement (Gieren & Fouqué 1993; Turner & Burke 2002). These distances are consistent with a Pleiades distance modulus of 5.56; if anything they are slightly larger.

The availability of 1.8 m Auxiliary Telescopes (Koehler et al. 2002) on the VLTI platform in 2004, to replace the current 0.35 m Test Siderostats, will allow to observe many Cepheids with a precision at least as good as the observations of  $\ell$  Car reported in Paper I (angular diameters accurate to 1%). In addition, the AMBER instrument (Petrov et al. 2000) will extend the VLTI capabilities toward shorter wavelengths ( $J$  and  $H$  bands), thus providing higher spatial resolution than VINCI ( $K$  band). The combination of these two improvements will extend significantly the accessible sample of Cepheids, and we expect that the distances to more than 30 Cepheids will be measurable with a precision better than  $\pm 5\%$ . This will provide a high precision calibration of both the  $\log P = 1$  reference point (down to  $\pm 0.01$  mag) and the slope of the Galactic Cepheid P–L. As the galaxies hosting the Cepheids used in the *Key Project* are close to solar metallicity on average (Feast 2001), this Galactic calibration will allow us to bypass the LMC step in the extragalactic distance scale. Its attached uncertainty of  $\pm 0.06$  due to the metallicity correction of the LMC Cepheids will therefore become irrelevant for the measurement of  $H_0$ .

*Acknowledgements.* D.B. acknowledges partial support from NSF grant AST-9979812. P.K. acknowledges support from the European Southern Observatory through a post-doctoral fellowship. Based on observations collected at the VLT Interferometer, Cerro Paranal, Chile, in the framework of the ESO shared-risk programme 071.D-0425 and an unreference programme in P70. The VINCI/VLTI public commissioning data reported in this paper have been retrieved from the ESO/ST-ECF Archive (Garching, Germany). This research has made use of the SIMBAD database at CDS, Strasbourg (France). We are grateful to the ESO VLTI team, without whose efforts no observation would have been possible.

#### References

- Alibert, Y., Baraffe, I., Hauschildt, P., & Allard, F. 1999, *A&A*, 344, 551
- Baranne, A., Mayor, M., & Poncet, J. L. 1979, *Vist. Astron.*, 23, 279
- Barnes, T. G., III, Fernley, J. A., Frueh, M. L., et al. 1997, *PASP*, 109, 645
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., et al. 2002, *AJ*, 124, 1695

- Bersier, D. 2002, *ApJS*, 140, 465
- Claret, A. 2000, *A&A*, 363, 1081
- Davis, J. 1979, *Proc. IAU Coll.* 50, ed. J. Davis, & W. J. Tango, 1
- Feast, M. W. 2001, *Odessa Astron. Pub.*, 14, 144
- Feast, M. W., & Catchpole, R. M. 1997, *MNRAS*, 286, L1
- Fernie, J. D. 1990, *ApJS*, 72, 153
- Fernie, J. D., Beattie, B., Evans, N. R., & Seager, S. 1995, *IBVS*, No. 4148
- Fouqué, P., Storm, J., & Gieren, W. 2003, *Proc. Standard Candles for the Extragalactic Distance Scale*, Concepción, Chile, 9–11 Dec. 2002, *Lect. Notes Phys.*, 635, 21
- Freedman, W., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al. 2001, *ApJ*, 553, 47
- Gieren, W. P., & Fouqué, P. 1993, *AJ*, 106, 734
- Gieren, W. P., Fouqué, P., & Gómez, M. 1998, *ApJ*, 496, 17 (GFG98)
- Kervella, P., Gitton, Ph., Ségransan, D., et al. 2003, *SPIE*, 4838, 858
- Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., Mourard, D., & Coudé du Foresto, V. 2004, *A&A*, 416, 941 (Paper I)
- Koehler, B., Flebus, C., Dierickx, P., et al. 2002, *ESO Messenger*, 110, 21
- Krockenberger, M., Sasselov, D. D., & Noyes, R. W. 1997, *ApJ*, 479, 875
- Lane, B. F., Creech-Eakman, M., & Nordgren, T. E. 2002, *ApJ*, 573, 330
- Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1995, *MNRAS*, 274, 337
- Lanoix, P., Paturel, G., & Garnier, R. 1999, *MNRAS*, 308, 969 (LPG99)
- Marengo, M., Sasselov, D. D., Karovska, M., & Papaliolios, C. 2002, *ApJ*, 567, 1131
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, *ApJ*, 589, 968
- Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., & Sanchez, M. 2004, *ApJ*, 603, 285
- Mourard, D., Bonneau, D., Koechlin, L., et al. 1997, *A&A*, 317, 789
- Moffett, T. J., & Barnes, T. J., III 1984, *ApJS*, 55, 389
- Mozurkewich, D., Johnston, K. H., Richard, S. S., et al. 1991, *AJ*, 101, 2207
- Nordgren, T. E., Armstrong, J. T., Germain, M. E., et al. 2000, *ApJ*, 543, 972
- Pan, X., Shao, M., & Kulkarni, S. R. 2004, *Nature*, 427, 326
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *The HIPPARCOS Catalogue*, *A&A*, 323, 49
- Petrov, R., Malbet, F., Richichi, A., et al. 2000, *SPIE*, 4006, 68
- Pinsonneault, M., Stauffer, J., Soderblom, D. R., King, J. R., & Hanson, R. B. 1998, *ApJ*, 504, 170
- Ripepi, V., Barone, F., Milano, L., & Russo, G. 1997, *A&A*, 318, 797
- Robichon, N., Arenou, F., Mermilliod, J.-C., & Turon, C. 1999, *A&A*, 345, 471
- Sasselov, D. D., & Karovska, M. 1994, *ApJ*, 432, 367
- Sasselov, D. D., Beaulieu, J.-P., Renault, C., et al. 1997, *A&A*, 324, 471
- Tammann, G. A., Sandage, A., & Reindl, B. 2003, *A&A*, 404, 423
- Taylor, M. M., Albrow, M. D., Booth, A. J., & Cottrell, P. L. 1997, *MNRAS*, 292, 662
- Taylor, M. M., & Booth, A. J. 1998, *MNRAS*, 298, 594
- Turner, D. G., & Burke, J. F. 2002, *AJ*, 124, 2931
- Udalski, A., Szymański, M., Kubiak, M., et al. 1999, *Acta Astron.*, 49, 201
- Udalski, A., Wyrzykowski, G., Pietrzyński, O., et al. 2001, *Acta Astron.*, 51, 221

## Annexe B

Cepheid distances from long-baseline  
interferometry :

III. Calibration of the surface  
brightness-color relations

# Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry<sup>★</sup>

## III. Calibration of the surface brightness-color relations

P. Kervella<sup>1,5</sup>, D. Bersier<sup>2</sup>, D. Mourard<sup>3</sup>, N. Nardetto<sup>3</sup>, P. Fouqué<sup>4,5</sup>, and V. Coudé du Foresto<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LESIA, UMR 8109, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France  
e-mail: Pierre.Kervella@obspm.fr

<sup>2</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA

<sup>3</sup> GEMINI, UMR 6203, Observatoire de la Côte d’Azur, Avenue Copernic, 06130 Grasse, France

<sup>4</sup> Observatoire Midi-Pyrénées, UMR 5572, 14, avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>5</sup> European Southern Observatory, Alonso de Cordova 3107, Casilla 19001, Vitacura, Santiago 19, Chile

Received 4 June 2004 / Accepted 15 July 2004

**Abstract.** The recent VINCI/VLTI observations presented in Paper I have nearly doubled the total number of available angular diameter measurements of Cepheids. Taking advantage of the significantly larger color range covered by these observations, we derive in the present paper high precision calibrations of the surface brightness-color relations using exclusively Cepheid observations. These empirical laws make it possible to determine the distance to Cepheids through a Baade-Wesselink type technique. The least dispersed relations are based on visible-infrared colors, for instance  $F_V(V - K) = -0.1336_{\pm 0.0008}(V - K) + 3.9530_{\pm 0.0006}$ . The convergence of the Cepheid (this work) and dwarf star (Kervella et al. 2004c) visible-infrared surface brightness-color relations is strikingly good. The astrophysical dispersion of these relations appears to be very small, and below the present detection sensitivity.

**Key words.** stars: variables: Cepheids – cosmology: distance scale – stars: oscillations – techniques: interferometric

### 1. Introduction

The surface brightness (hereafter SB) relations link the emerging flux per solid angle unit of a light-emitting body to its color, or effective temperature. These relations are of considerable astrophysical interest for Cepheids, as a well-defined relation between a particular color index and the surface brightness can provide accurate predictions of their angular diameters. When combined with the radius curve, integrated from spectroscopic radial velocity measurements, they give access to the distance of the Cepheid (Baade-Wesselink method). This method has been applied recently to Cepheids in the LMC (Gieren et al. 2000) and in the SMC (Storm et al. 2004)

The accuracy that can be achieved in the distance estimate is conditioned for a large part by our knowledge of the SB relations. In our first paper (Kervella et al. 2004a, hereafter Paper I), we presented new interferometric measurements of seven nearby Cepheids. They complement a number of previously published measurements from several optical and infrared interferometers. We used these data in Paper II (Kervella et al. 2004b) to calibrate the Cepheid Period–Radius and Period–Luminosity relations. Nordgren et al. (2002) derived a preliminary calibration of the Cepheid visible-infrared

SB relations, based on the three stars available at that time ( $\delta$  Cep,  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem). In the present Paper III, we take advantage of the nine Cepheids now resolved by interferometry to derive refined calibrations of the visible and infrared SB relations of these stars.

### 2. Definition of the surface brightness relations

By definition, the bolometric surface flux  $f \sim L/D^2$  is linearly proportional to  $T_{\text{eff}}^4$ , where  $L$  is the bolometric flux of the star,  $D$  its bolometric diameter and  $T_{\text{eff}}$  its effective temperature. In consequence,  $F = \log f$  is a linear function of the stellar color indices, expressed in magnitudes (logarithmic scale), and SB relations can be fitted using for example the following expressions:

$$F_B = a_0 (B - V)_0 + b_0 \quad (1)$$

$$F_V = a_1 (V - K)_0 + b_1 \quad (2)$$

$$F_H = a_2 (B - H)_0 + b_2 \quad (3)$$

where  $F_\lambda$  is the surface brightness. When considering a perfect blackbody curve, any color can in principle be used to obtain the SB, but in practice the linearity of the correspondence between  $\log T_{\text{eff}}$  and color depends on the chosen wavelength

<sup>★</sup> Table 3 is only available in electronic form at  
<http://www.edpsciences.org>

bands. The index 0 designates the dereddened magnitudes, and will be omitted in the rest of the paper. The  $a_i$  and  $b_i$  coefficients represent respectively the slopes and zero points of the different versions of the SB relation. Historically, the first calibration of the SB relation based on the  $(B - V)$  index was obtained by Wesselink (1969), and the expression  $F_V(V - R)$  is also known as the Barnes-Evans (B-E) relation (Barnes & Evans 1976). The relatively large intrinsic dispersion of the visible light B-E relations has led to preferring their infrared counterparts, in particular those based on the  $K$  band magnitudes ( $\lambda = 2.0\text{--}2.4 \mu\text{m}$ ), as the color- $T_{\text{eff}}$  relation is less affected by microturbulence and gravity effects (Laney & Stobie 1995). The surface brightness  $F_\lambda$  is given by the following expression (Fouqué & Gieren 1997):

$$F_\lambda = 4.2207 - 0.1 m_{\lambda_0} - 0.5 \log \theta_{\text{LD}} \quad (4)$$

where  $\theta_{\text{LD}}$  is the limb darkened angular diameter, i.e. the angular size of the stellar photosphere.

### 3. Selected measurement sample

#### 3.1. Interferometric observations

Following the direct measurement of the angular diameter of  $\delta$ Cep achieved by Mourard et al. (1997) using the Grand Interféromètre à 2 Télescopes (GI2T), Nordgren et al. (2000) obtained the angular diameters of three additional Cepheids ( $\eta$  Aql,  $\zeta$  Gem and  $\alpha$  UMi) with the Navy Prototype Optical Interferometer (NPOI). These last authors also confirmed the angular diameter of  $\delta$ Cep. Kervella et al. (2001) then determined the average angular size of  $\zeta$  Gem, in the  $K$  band, from measurements obtained with the Fiber Linked Unit for Optical Recombination (FLUOR), installed at the Infrared Optical Telescope Array (IOTA). Simultaneously, the Palomar Testbed Interferometer (PTI) team resolved for the first time the pulsational variation of the angular diameter of  $\zeta$  Gem (Lane et al. 2000) and  $\eta$  Aql (Lane et al. 2002). In Paper I, we have more than doubled the total number of measured Cepheids with the addition of X Sgr, W Sgr,  $\beta$  Dor, Y Oph and  $\ell$  Car, and new measurements of  $\eta$  Aql and  $\zeta$  Gem. These observations were obtained using the VLT Interferometer Commissioning Instrument (VINCI), installed at ESO's Very Large Telescope Interferometer (VLTI).

Including the peculiar first overtone Cepheid  $\alpha$  UMi (Polaris), the number of Cepheids with measured angular diameters is presently nine. The pulsation has been resolved for five of these stars in the infrared:  $\zeta$  Gem (Lane et al. 2002), W Sgr (Paper I),  $\eta$  Aql (Lane et al. 2002, Paper I),  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car (Paper I). The total number of independent angular diameter measurements taken into account in the present paper is 145, as compared to 59 in the previous calibration by Nordgren et al. (2002). More importantly, we now have a significantly wider range of effective temperatures, an essential factor for deriving precise values of the slopes of the SB-color relations.

To obtain a consistent sample of angular diameters, we have retained only the uniform disk (UD) values from the literature. The conversion of these model-independent measurements to limb darkened (LD) values was achieved using the

**Table 1.** Limb darkening corrections  $k = \theta_{\text{LD}}/\theta_{\text{UD}}$  derived from the linear limb darkening coefficients determined by Claret (2000). The  $k_R$  coefficients were used for the GI2T measurements,  $k_{R/I}$  for the NPOI,  $k_H$  for the PTI, and  $k_K$  for VINCI/VLTI and FLUOR/IOTA

Star	$k_R$	$k_{R/I}$	$k_H$	$k_K$
$\alpha$ UMi		1.046		
$\delta$ Cep	1.051	1.046		
X Sgr				1.020
$\eta$ Aql		1.048	1.024	1.021
W Sgr				1.021
$\beta$ Dor				1.023
$\zeta$ Gem		1.051	1.027	1.023
Y Oph				1.024
$\ell$ Car				1.026

linear LD coefficients  $u$  from Claret (2000), and the conversion formula from Hanbury Brown et al. (1974). These coefficients are broadband approximations of the Kurucz (1992) model atmospheres. They are tabulated for a grid of temperatures, metallicities and surface gravities and we have chosen the models closest to the physical properties of the stars. We have considered a uniform microturbulent velocity of  $2 \text{ km s}^{-1}$  for all stars. The conversion factors  $k = \theta_{\text{LD}}/\theta_{\text{UD}}$  are given for each star in Table 1. Marengo et al. (2002, 2003) have shown that the LD properties of Cepheids can be different from those of stable stars, in particular at visible wavelengths. For the measurements obtained using the GI2T (Mourard et al. 1997) and NPOI (Nordgren et al. 2000), the LD correction is relatively large ( $k = \theta_{\text{LD}}/\theta_{\text{UD}} \simeq 1.05$ ), and this could be the source of a bias at a level of 1 to 2% (Marengo et al. 2004). However, in the infrared the correction is much smaller ( $k \simeq 1.02$ ), and the error on its absolute value is expected to be significantly below 1%. Considering the relatively low average precision of the currently available measurements at visible wavelengths, the potential bias due to limb darkening on the SB-color relations fit is considered negligible.

#### 3.2. Photometric data and reddening corrections

We compiled data in the  $BVRI$  and  $JHK$  filters from different sources. Rather than try to use the largest amount of data from many different sources, we decided to limit ourselves to data sets with high internal precision, giving smooth light curves, as we wanted to fit Fourier series to the photometric data. These Fourier series were interpolated to obtain magnitudes at the phases of our interferometric measurements. The  $R$  band magnitudes were only available in sufficient number and quality for three stars:  $\alpha$  UMi,  $\beta$  Dor and  $\ell$  Car. Overall, the number of stars and photometry points per band are the following:  $B$  and  $V$ : 9 stars, 145 points;  $R$ : 3 stars, 35 points;  $I$ : 8 stars, 119 points;  $J$ : 6 stars, 127 points;  $H$ : 5 stars, 100 points;  $K$ : 8 stars, 128 points. We took the periods from Szabados (1989, 1991) to compute phases.

The  $BVRI$  band magnitudes are defined in the Cousins system. There is no widely used standard system in the infrared ( $JHK$ ). We used three sources of data: Wisniewski & Johnson (1968) in the Johnson system, Laney & Stobie (1992)



in the SAAO system, and Barnes et al. (1997) in the CIT system. There is a large body of homogeneous and high quality data for Cepheids (Laney & Stobie 1992) in the SAAO system (Carter 1990). Furthermore, many stars in the list of Laney & Stobie are going to be observed with the VLTI in the near future. For convenience, we thus decided to transform all photometry into this system, using transformation relations in Glass (1985) and Carter (1990).

**$\alpha$  UMi:** For this low amplitude variable ( $\Delta m_V \simeq 0.1$ ), we considered its average photometry, as we have only an average angular diameter measurement by Nordgren et al. (2000). The  $B$  and  $V$  magnitudes were taken from the HIPPARCOS catalogue (Perryman et al. 1997), the  $R$  and  $I$  bands are from Morel & Magnenat (1978), and the  $K$  band is from Ducati (2002).

**$\delta$  Cep:** We used  $BVI$  data from Moffett & Barnes (1984) Barnes et al. (1997) and Kiss (1998). The  $JHK$  data of Barnes et al. (1997) have been transformed to the SAAO system.

**X Sgr:** Optical data come from Moffett & Barnes (1984), Berdnikov & Turner (2001a), Berdnikov & Turner (1999), Berdnikov & Turner (2000), and Berdnikov & Caldwell (2001).

**$\eta$  Aql:** We used  $BVI$  data from Barnes et al. (1997), Kiss (1998), Berdnikov & Turner (2000), Berdnikov & Turner (2001a), Berdnikov & Caldwell (2001), and Caldwell et al. (2001). The  $JHK$  data are from Barnes et al. (1997). They have been transformed to the SAAO system using formulae given in Carter (1990).

**W Sgr:** We used optical data from Moffett & Barnes (1984), Berdnikov & Turner (1999), Berdnikov & Turner (2000), Berdnikov & Turner (2001a), Berdnikov & Turner (2001b), Berdnikov & Caldwell (2001), and Caldwell et al. (2001).

**$\beta$  Dor:** We used  $BVRI$  data from Berdnikov & Turner (2001a), Berdnikov & Turner (2000), Berdnikov & Turner (2001b), and Berdnikov & Caldwell (2001). In the infrared we used the data in Laney & Stobie (1992).

**$\zeta$  Gem:** We used  $BVI$  data from Moffett & Barnes (1984), Shobbrook (1992), Kiss (1998), Berdnikov & Turner (2001a), Berdnikov & Turner (2001b), and Berdnikov & Caldwell (2001). In the  $JK$  bands we used data from Johnson, transformed using formulae in Glass (1985).

**Y Oph:** In the optical we used data from Moffett & Barnes (1984) and Coulson & Caldwell (1985). In the infrared we used the data in Laney & Stobie (1992).

**$\ell$  Car:** We used  $BVRI$  from Berdnikov & Turner (2001a), and Berdnikov & Turner (2000). Infrared data are from Laney & Stobie (1992).

The extinction  $A_\lambda$  (Table 2) was computed for each star and each band using the relations:

$$A_\lambda = R_\lambda E(B - V) \quad (5)$$

where we have (Fouqué et al. 2003; Hindsley & Bell 1989 for the  $R$  band):

$$R_B = R_V + 1 \quad (6)$$

$$R_V = 3.07 + 0.28 (B - V) + 0.04 E(B - V) \quad (7)$$

$$R_R = R_V - 0.97 \quad (8)$$

**Table 2.** Pulsation parameters ( $T_0$  is the Julian date of the reference epoch,  $P$  is the period in days) and color excesses (from Fernie 1990) for the Cepheids discussed in this paper.  $(B - V)_0$  is the mean dereddened  $(B - V)$  color as reported in the online database by Fernie et al. (1995).

Star	$T_0$ (JD)	$P$ (days)	$(B - V)_0$	$E(B - V)$
$\alpha$ UMi	2 439 253.230	3.972676	0.598	-0.007
$\delta$ Cep	2 436 075.445	5.366341	0.657	0.092
X Sgr	2 452 723.949	7.013059	0.739	0.197
$\eta$ Aql	2 445 342.479	7.176769	0.789	0.149
W Sgr	2 452 519.248	7.594904	0.746	0.111
$\beta$ Dor	2 452 214.215	9.842425	0.807	0.044
$\zeta$ Gem	2 442 059.774	10.15097	0.798	0.018
Y Oph	2 452 715.481	17.12691	1.377	0.655
$\ell$ Car	2 452 290.416	35.55134	1.299	0.170

$$R_I = 1.82 + 0.205 (B - V) + 0.0225 E(B - V) \quad (9)$$

$$R_J = R_V / 4.02 \quad (10)$$

$$R_H = R_V / 6.82 \quad (11)$$

$$R_K = R_V / 11. \quad (12)$$

#### 4. General surface brightness relations

The data that we used for the SB-color relation fits are presented in Table 3, that is available in electronic form at <http://www.edpsciences.org/>. The limb darkened angular diameters  $\theta_{LD}$  were computed from the uniform disk values available in the literature, using the conversion coefficients  $k = \theta_{LD}/\theta_{UD}$  listed in Table 1. The  $BVRIJK$  magnitudes are interpolated values, corrected for interstellar extinction (see Sect. 3.2).

The resulting SB relation coefficients are presented in Table 4, and Fig. 1 shows the result for the  $F_V(V - K)$  relation. The other relations based on the  $V$  band surface brightness  $F_V$  are plotted in Fig. 2. The smallest residual dispersions are obtained for the infrared-based colors, for instance:

$$F_B = -0.1199_{\pm 0.0006} (B - K) + 3.9460_{\pm 0.0007} \quad (13)$$

$$F_V = -0.1336_{\pm 0.0008} (V - K) + 3.9530_{\pm 0.0006}. \quad (14)$$

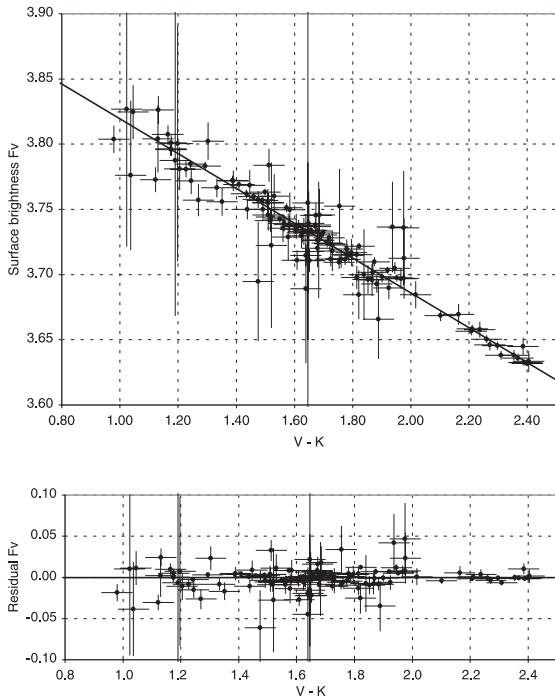
The reduced  $\chi^2$  of all the visible-infrared SB relations fits is below 1.0, meaning that the true intrinsic dispersion is undetectable at the current level of precision.

In the present paper, no error bars have been considered in the reddening corrections. This is justified by the low sensitivity of the visible-infrared SB relations to the reddening, but may create biases in the purely visible SB relations (based on the  $B - V$  index for instance). However, the maximum amplitude of these biases is expected to be significantly below the residuals of the fits  $\sigma_\lambda$  listed in Table 4.

In an attempt to refine the reddening coefficients, we tentatively adjusted their values in order to minimize the dispersion of the fitted SB relations. We confirm the results of Fernie (1990) for most stars, but we find higher color excesses for

**Table 4.** Surface brightness relations using *BVRJHK* based colors:  $F_\lambda(C_\lambda - C_1) = a_\lambda(C_\lambda - C_1) + b_\lambda$ . The  $1\sigma$  errors in each coefficient are given in superscript, *multiplied by 1000* to reduce the length of each line, i.e.  $-0.2944^{2.4}$  stands for  $-0.2944 \pm 0.0024$ . The standard deviation of the residuals  $\sigma$  is listed for each SB relation, together with the reduced  $\chi^2$  of the fit and the total number of measurements  $N_{\text{meas}}$  taken into account (photometric data were unavailable for some stars).

$C_\lambda \downarrow$	$C_1 \rightarrow B$	$V$	$R$	$I$	$J$	$H$	$K$
$a_B$		$-0.2944^{2.4}$	$-0.1978^{1.6}$	$-0.1800^{0.9}$	$-0.1401^{0.8}$	$-0.1224^{0.7}$	$-0.1199^{0.6}$
$b_B$		$3.8813^{1.1}$	$3.8719^{0.9}$	$3.9283^{0.6}$	$3.9297^{0.8}$	$3.9423^{0.8}$	$3.9460^{0.7}$
$\sigma_B/\chi^2_{\text{red}}$		0.017/1.20	0.008/0.46	0.015/1.41	0.015/0.65	0.014/0.63	0.015/0.75
$N_{\text{meas}}$		145	34	119	127	100	128
$a_V$	$0.1956^{1.8}$		$-0.3789^{10.0}$	$-0.3077^{2.4}$	$-0.1759^{1.4}$	$-0.1379^{1.0}$	$-0.1336^{0.8}$
$b_V$	$3.8828^{0.9}$		$3.8516^{2.2}$	$3.9617^{0.7}$	$3.9407^{0.7}$	$3.9490^{0.7}$	$3.9530^{0.6}$
$\sigma_V/\chi^2_{\text{red}}$	0.017/1.75		0.014/0.75	0.016/0.89	0.015/0.57	0.014/0.58	0.015/0.70
$N_{\text{meas}}$	145		34	119	127	100	128
$a_R$	$0.0994^{1.1}$	$0.2868^{8.0}$		$-1.2894^{26.4}$	$-0.2240^{3.2}$	$-0.1458^{1.6}$	$-0.1386^{1.5}$
$b_R$	$3.8746^{0.6}$	$3.8554^{1.7}$		$4.3248^{2.9}$	$3.9532^{0.7}$	$3.9426^{0.6}$	$3.9430^{0.6}$
$\sigma_R/\chi^2_{\text{red}}$	0.008/0.72	0.015/1.10		0.060/1.19	0.006/0.12	0.005/0.14	0.005/0.18
$N_{\text{meas}}$	34	34		34	34	34	34
$a_I$	$0.0808^{0.6}$	$0.2105^{1.9}$	$1.8067^{38.4}$		$-0.2854^{7.1}$	$-0.1713^{2.6}$	$-0.1630^{2.0}$
$b_I$	$3.9304^{0.4}$	$3.9642^{0.5}$	$4.6102^{4.3}$		$3.9323^{1.7}$	$3.9491^{0.9}$	$3.9548^{0.8}$
$\sigma_I/\chi^2_{\text{red}}$	0.015/2.23	0.016/1.37	0.089/1.35		0.013/0.34	0.010/0.40	0.013/0.50
$N_{\text{meas}}$	119	119	34		101	74	102
$a_J$	$0.0399^{0.6}$	$0.0753^{1.1}$	$0.1243^{2.2}$	$0.1877^{5.3}$		$-0.2988^{10.2}$	$-0.2614^{6.8}$
$b_J$	$3.9295^{0.6}$	$3.9403^{0.6}$	$3.9536^{0.5}$	$3.9335^{1.2}$		$3.9679^{1.7}$	$3.9722^{1.3}$
$\sigma_J/\chi^2_{\text{red}}$	0.015/0.89	0.015/0.86	0.006/0.20	0.013/0.54		0.015/0.21	0.016/0.29
$N_{\text{meas}}$	127	127	34	101		100	127
$a_H$	$0.0223^{0.5}$	$0.0375^{0.8}$	$0.0460^{1.1}$	$0.0700^{1.8}$	$0.2060^{7.2}$		$-2.3858^{309.8}$
$b_H$	$3.9422^{0.6}$	$3.9487^{0.5}$	$3.9428^{0.4}$	$3.9480^{0.7}$	$3.9710^{1.2}$		$4.0653^{8.4}$
$\sigma_H/\chi^2_{\text{red}}$	0.014/0.77	0.014/0.74	0.005/0.22	0.010/0.62	0.015/0.35		0.029/0.03
$N_{\text{meas}}$	100	100	34	74	100		100
$a_K$	$0.0197^{0.5}$	$0.0331^{0.7}$	$0.0389^{1.1}$	$0.0618^{1.4}$	$0.1704^{4.7}$	$2.7121^{354.8}$	
$b_K$	$3.9458^{0.5}$	$3.9524^{0.5}$	$3.9435^{0.4}$	$3.9539^{0.5}$	$3.9767^{0.9}$	$4.0970^{9.6}$	
$\sigma_K/\chi^2_{\text{red}}$	0.015/0.94	0.015/0.92	0.005/0.28	0.012/0.80	0.016/0.51	0.034/0.03	
$N_{\text{meas}}$	128	128	34	102	127	100	



**Fig. 1.** Linear fit of  $F_V(V - K)$  (upper part) and the corresponding residuals (lower part). The fitted coefficients are given in Table 4.

X Sgr ( $\approx 0.38$ ) and W Sgr ( $\approx 0.29$ ), and a slightly lower value for Y Oph ( $\approx 0.54$ ). However, these numbers should be considered with caution, as our method relies on the assumption that all Cepheids follow the same SB relations. Considering that we cannot verify this hypothesis based on our data, we did not use these coefficients for the fits presented in this section.

## 5. Specific surface brightness relations

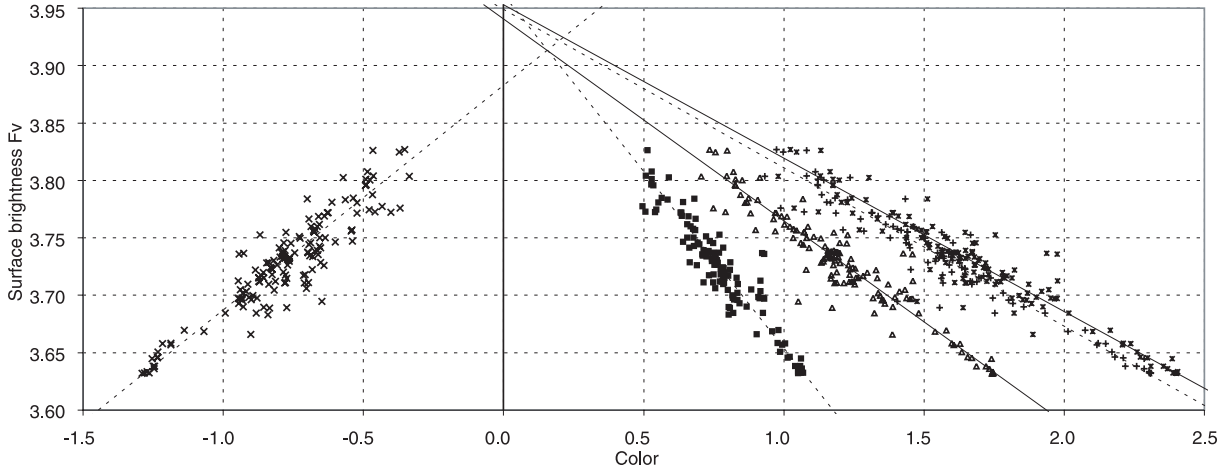
For  $\zeta$  Gem,  $\eta$  Aql and  $\ell$  Car, the pulsation is resolved with a high SNR (Paper I; Lane et al. 2002). Therefore we can derive specific SB relations over their pulsation cycle, and compare them to the global ones derived from our complete sample. In particular, the slope may be different between these Cepheids that cover a relatively broad range in terms of linear diameter and pulsation period. We have limited our comparison to the  $F_V(V - K)$  relations, which give small dispersions. The best fit SB relations are the following:

–  $\eta$  Aql ( $\sigma = 0.011$ ):

$$F_V = -0.1395_{\pm 0.0013} (V - K) + 3.9634_{\pm 0.0004}. \quad (15)$$

–  $\zeta$  Gem ( $\sigma = 0.016$ ):

$$F_V = -0.1098_{\pm 0.0011} (V - K) + 3.9134_{\pm 0.0002}. \quad (16)$$



**Fig. 2.** Surface brightness  $F_V$  relations as a function of color. The error bars have been omitted for clarity, and the fitted models are represented alternatively as solid and dashed lines. From left to right, using the colors:  $(V - B)$ ,  $(V - I)$ ,  $(V - J)$ ,  $(V - H)$  and  $(V - K)$ . The zero-axis intersection does not happen at the same point for all relations.

–  $\ell$  Car ( $\sigma = 0.004$ ):

$$F_V = -0.1355_{\pm 0.0010} (V - K) + 3.9571_{\pm 0.0004}. \quad (17)$$

– All stars ( $\sigma = 0.015$ ):

$$F_V = -0.1336_{\pm 0.0008} (V - K) + 3.9530_{\pm 0.0006}. \quad (18)$$

As shown in Fig. 3, the agreement between the extreme period  $\eta$  Aql ( $P = 7$  days),  $\ell$  Car ( $P = 35.5$  days) and the average of all stars is good. The difference observed for  $\zeta$  Gem could come from the relatively large dispersion of the measurements of this star. The poor infrared photometry available for this star could also explain part of this difference.

This result is an indication that SB-color relations for Cepheids do not depend strongly on the pulsation period of the star. Going into finer detail, it appears that the slope of the  $F_V(V - K)$  relation of  $\eta$  Aql is slightly steeper than the slope of the same relation for  $\ell$  Car. This could be associated with the larger surface gravity of  $\eta$  Aql, but the difference remains small.

## 6. Comparison with previous calibrations

Welch (1994) and Fouqué & Gieren (1997, FG97) proposed a calibration of the SB relations of Cepheids based on an extrapolation of the corresponding relations of giants. The latter obtained the following expression for  $F_V(V - K)$ :

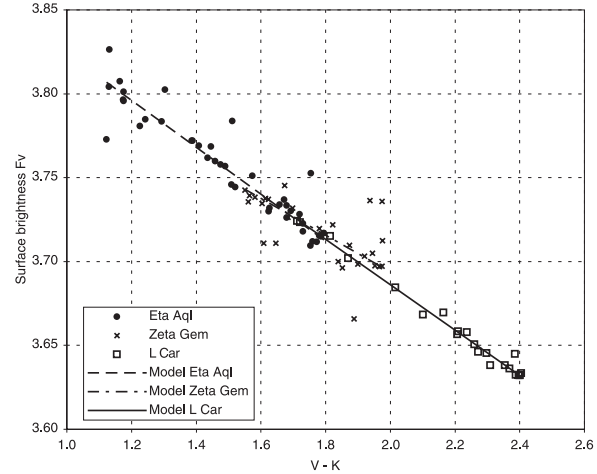
$$F_V(\text{FG97}) = -0.131_{\pm 0.002} (V - K) + 3.947_{\pm 0.003} \quad (19)$$

to be compared with the relation we obtained in the present work:

$$F_V(V - K) = -0.1336_{\pm 0.0008} (V - K) + 3.9530_{\pm 0.0006}. \quad (20)$$

The agreement between these two independent calibrations is remarkable, with a less than  $2\sigma$  difference on both the slope and the zero point.

Nordgren et al. (2002, N02) achieved a similar calibration using a larger sample of 57 stars observed with the NPOI, and



**Fig. 3.** Specific  $F_V(V - K)$  relation fits for  $\eta$  Aql,  $\zeta$  Gem and  $\ell$  Car. The error bars have been omitted for clarity.

find consistent results. In addition, they compared these relations with the ones obtained from interferometric measurements of three classical Cepheids ( $\delta$  Cep,  $\eta$  Aql,  $\zeta$  Gem). They obtained:

$$F_V(\text{N02}) = -0.134_{\pm 0.005} (V - K) + 3.956_{\pm 0.011}. \quad (21)$$

This calibration is statistically identical to our result within less than  $1\sigma$ , but part of the interferometric and photometric data used for the fits is common with our sample.

Several other calibrations of the SB relations for giants have been proposed in recent years, thanks to the availability of interferometric measurements. Van Belle (1999a, VB99) used a sample of 190 giants and 67 carbon stars and Miras measured with the PTI (Van Belle et al. 1999b), IOTA (e.g. Dyck et al. 1998) and lunar occultation observations (e.g. Ridgway et al. 1982) to calibrate the  $F_V(V - K)$  relation of giant and supergiant stars. This author obtained an expression equivalent to:

$$F_V(\text{VB99}) = -0.112_{\pm 0.005} (V - K) + 3.886_{\pm 0.026}. \quad (22)$$

Though the slope and zero point are significantly different from our values, the maximum difference in predicted surface brightness  $F_V$  over the whole color range of the Cepheids of our sample ( $1.0 \leq V - K \leq 2.4$ ) is less than 0.05, only twice the formal error on the zero point. The agreement is thus reasonably good.

## 7. Comparison with the surface brightness relations of dwarf stars

From the interferometric measurement of the angular diameters of a number of dwarfs and subgiants, Kervella et al. (2004c) calibrated the SB-color relations of these luminosity classes with high accuracy. The residual dispersion on the zero-magnitude limb darkened angular diameter was found to be below 1% for the best relations (based on visible and infrared bands). This corresponds to a dispersion in the surface brightness  $F$  of the order of 0.05% only. The metallicities  $[\text{Fe}/\text{H}]$  of the nearby dwarfs and subgiants used for these fits cover the range  $-0.5$  to  $+0.5$ , but no significant trend of the SB with metallicity was detected in the visible-infrared SB relations.

The question of the universality of the SB-color relations can now be addressed by comparing the stable dwarf stars and the Cepheids. The stars of these two luminosity classes represent extremes in terms of physical properties, with for instance linear photospheric radii between 0.15 and  $200 R_\odot$  and effective gravities between  $\log g = 1.5$  and 5.2, a range of three orders of magnitudes. Figure 4 shows the positions of dwarfs and Cepheids in the  $F_V(B - V)$  diagram. It appears from this plot that stable dwarfs tend to have lower SB than Cepheids above  $(B - V) \simeq 0.8$ . The difference is particularly strong in the case of  $\ell$  Car, whose surface brightness  $F_V$  is significantly larger than that of a dwarf with the same  $B - V$  color. A qualitative explanation for this difference is that for the same temperature (spectral type), giants are redder than dwarfs. This can be understood because there is more line blanketing in the super-giant atmospheres, due to their lower surface gravity and lower gas density (more ion species can exist).

Figure 5 shows the same plot for the  $F_V(V - K)$  relation. In this case, the SB relations appear very close to linear for both dwarfs and Cepheids. It is almost impossible to distinguish the two populations on a statistical basis. For instance, we have:

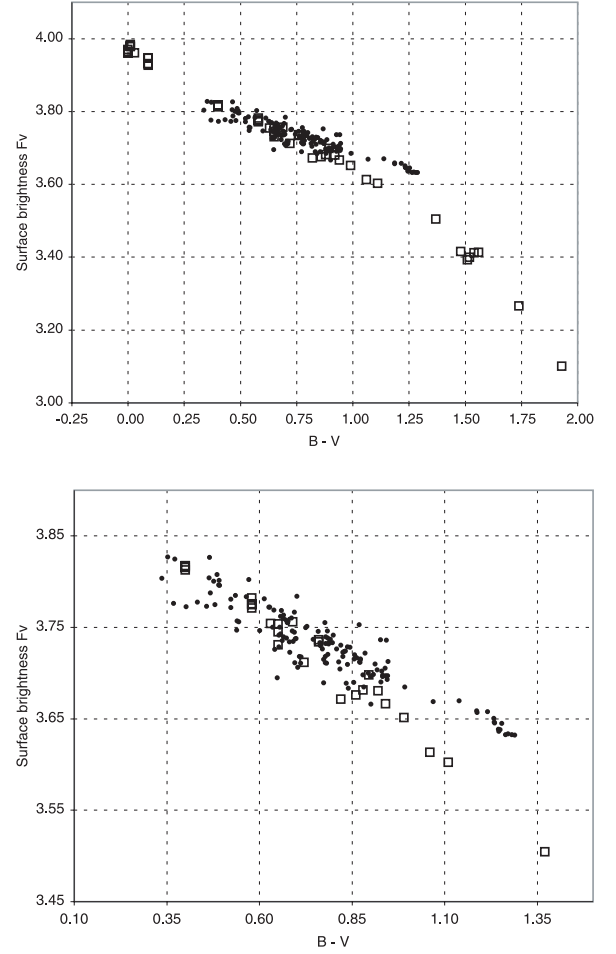
$$F_V(\text{Dwarf}) = -0.1376_{\pm 0.0005} (V - K) + 3.9618_{\pm 0.0011} \quad (23)$$

$$F_V(\text{Ceph.}) = -0.1336_{\pm 0.0008} (V - K) + 3.9530_{\pm 0.0006}. \quad (24)$$

Over the full  $(V - K)$  color range of our Cepheid sample, the difference in surface brightness predicted by these relations is always:

$$F_V(\text{Dwarf}) - F_V(\text{Ceph.}) \leq 0.005. \quad (25)$$

From this remarkable convergence we conclude that the  $V - K$  dereddened color index is an excellent tracer of the effective temperature. Kervella et al. (2004c) have shown that the visible- $L$  band color indices are even more efficient than those based on the  $K$  band, and lead to extremely small intrinsic dispersions of the SB-color relations, down to  $\pm 0.002$ . High precision photometric measurements of Cepheids in the  $L$  band are

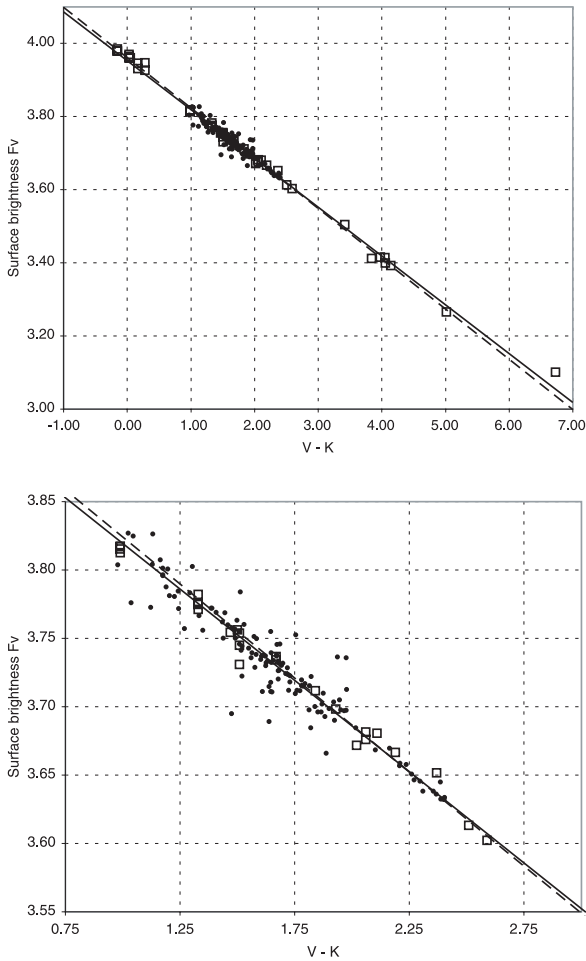


**Fig. 4.** Comparison of the positions of the Cepheids (solid dots) and dwarfs (open squares) in the  $F_V(B - V)$  diagram. The lower part of the figure shows an enlargement of the Cepheid color range. The error bars have been omitted for clarity.

unfortunately not available at present, and we therefore recommend obtaining data in this band, to reach the smallest possible SB relation dispersions.

## 8. Conclusion

Taking advantage of a large sample of interferometric observations, we were able to derive precise calibrations of the SB-color relations of Cepheids. The astrophysical dispersion of the visible-infrared SB relations is undetectable at the present level of accuracy of the measurements, and could be minimal, based on the SB relations obtained for nearby dwarfs by Kervella et al. (2004c). The visible-infrared SB-color relations represent a very powerful tool for estimating the distances of Cepheids. The interferometric version of the Baade-Wesselink method that we applied in Paper I is currently limited to distances of 1–2 kpc, due to the limited length of the available baselines, but the infrared surface brightness technique can reach extragalactic Cepheids, as already demonstrated by Gieren et al. (2000) and Storm et al. (2004) for the Magellanic Clouds. The present calibration increases the level of confidence in the Cepheid distances derived by this method.



**Fig. 5.** Comparison of the positions of the Cepheids (solid dots) and dwarfs (open squares) in the  $F_V(V - K)$  diagram. The dashed line represents the best fit SB-color relation for dwarf stars and the solid line for Cepheids. The lower part of the figure is an enlargement of the Cepheid color range.

**Acknowledgements.** We would like to thank Dr. Jason Aufdenberg for fruitful discussions, and we are grateful to the ESO VLTi team, without whose efforts no observation would have been possible. D.B. acknowledges support from NSF grant AST-9979812. P.K. acknowledges partial support from the European Southern Observatory through a post-doctoral fellowship. Based on observations collected at the VLT Interferometer, Cerro Paranal, Chile, in the framework of the ESO shared-risk programme 071.D-0425 and an unreferenced programme in P70. This research has made use of the SIMBAD and VIZIER databases at CDS, Strasbourg (France).

## References

Barnes, T. G., & Evans, D. S. 1976, *MNRAS*, 174, 489  
 Barnes, T. G., III, Fernley, J. A., Frueh, M. L., et al. 1997, *PASP*, 109, 645  
 Berdnikov, L. N., & Caldwell, J. A. R. 2001, *J. Astron. Data*, 7, 3  
 Berdnikov, L. N., & Turner, D. G. 1999, *A&A Trans.*, 16, 291  
 Berdnikov, L. N., & Turner, D. G. 2000, *A&A Trans.*, 18, 679  
 Berdnikov, L. N., & Turner, D. G. 2001a, *ApJS*, 137, 209  
 Berdnikov, L. N., & Turner D. G. 2001b, *A&A Trans.*, 19, 689  
 Caldwell, J. A. R., Coulson, I. M., Dean, J. F., & Berdnikov, L. N. 2001, *J. Astron. Data*, 7, 4

Carter, B. S. 1990, *MNRAS*, 242, 1  
 Claret, A. 2000, *A&A*, 363, 1081  
 Coulson, I. M., & Caldwell, J. A. R. 1985, *South African Astron. Observ. Circ.*, 9, 5  
 Ducati, J. R. 2002, *NASA Ref. Pub.*, 1294  
 Dyck, H. M., Van Belle, G. T., & Thompson, R. R. 1998, *AJ*, 116, 981  
 Fernie, J. D. 1990, *ApJS*, 72, 153  
 Fernie, J. D., Beattie, B., Evans, N. R., & Seager, S. 1995, *IBVS*, No. 4148  
 Fouqué, P., & Gieren, W. P. 1997, *A&A*, 320, 799  
 Fouqué, P., Storm, J., & Gieren, W. 2003, *Proc. Standard Candles for the Extragalactic Distance Scale*, Concepción, Chile, 9–11 Dec. 2002 [arXiv:astro-ph/0301291]  
 Gieren, W. P., Storm, J., Fouqué, P., Mennickent, R. E., & Gómez, M. 2000, *ApJ*, 533, L107  
 Glass, I. S. 1985, *Ir. Astr. J.*, 17, 1  
 Hanbury Brown, R., Davis, J., Lake, J. W., & Thompson, R. J. 1974, *MNRAS*, 167, 475  
 Hindsley, R. B., & Bell, R. A. 1989, *ApJ*, 341, 1004  
 Kervella, P., Coudé du Foresto, V., Perrin, G., et al. 2001, *A&A*, 367, 876  
 Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., Mourard, D., & Coudé du Foresto, V. 2004a, *A&A*, 416, 941 (Paper I)  
 Kervella, P., Bersier, D., Mourard, D., Nardetto, N., & Coudé du Foresto, V. 2004b, *A&A*, 423, 327 (Paper II)  
 Kervella, P., Thévenin, F., Di Folco, E., & Ségransan, D. 2004c, *A&A*, 426, 297  
 Kiss, L. L. 1998, *MNRAS*, 297, 825  
 Kurucz, R. L. 1992, *The Stellar Populations of Galaxies*, *IAU Symp.*, 149, 225  
 Lane, B. F., Kuchner, M. J., Boden, A. F., Creech-Eakman, M., & Kulkarni, S. R. 2000, *Nature*, 407, 485  
 Lane, B. F., Creech-Eakman, M., & Nordgren, T. E. 2002, *ApJ*, 573, 330  
 Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1992, *A&AS*, 93, 93  
 Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1995, *MNRAS*, 274, 337  
 Marengo, M., Sasselov, D. D., Karovska, M., & Papaliolios, C. 2002, *ApJ*, 567, 1131  
 Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., et al. 2003, *ApJ*, 589, 968  
 Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., & Sanchez, M. 2004, *ApJ*, 603, 285  
 Mourard, D., Bonneau, D., Koechlin, L., et al. 1997, *A&A*, 317, 789  
 Moffett, T. J., & Barnes, T. J., III 1984, *ApJS*, 55, 389  
 Morel, M., & Magnenat, P. 1978, *A&AS*, 34, 477  
 Nordgren, T. E., Armstrong, J. T., Germain, M. E., et al. 2000, *ApJ*, 543, 972  
 Nordgren, T. E., Lane, B. F., Hindsley, R. B., & Kervella, P. 2002, *AJ*, 123, 3380  
 Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *The HIPPARCOS Catalogue*, *A&A*, 323, 49  
 Ridgway, S. T., Jacoby, G. H., Joyce, R. R., & Wells, D. C. 1982, *AJ*, 87, 1044  
 Shobbrook, R. R. 1992, *MNRAS*, 255, 486  
 Storm, J., Carney, B. W., Gieren, W. P., et al. 2004, *A&A*, 415, 531  
 Szabados, L. 1989, *Comm. Konkoly Obs.*, 94, 1  
 Szabados, L. 1991, *Comm. Konkoly Obs.*, 96, 1  
 Van Belle, G. T. 1999a, *PASP*, 11, 1515  
 Van Belle, G. T., Lane, B. F., Thompson, R. R., et al. 1999b, *AJ*, 117, 521  
 Welch, D. L. 1994, *AJ*, 108, 1421  
 Wesselink, A. J. 1969, *MNRAS*, 144, 297  
 Wisniewski, W. Z., & Johnson, H. L. 1968, *Commun. Lunar Planet. Lab.*, 7, 57

P. Kervella et al.: Calibration of the Cepheid surface brightness-color relations, *Online Material p 1*

## Online Material

P. Kervella et al.: Calibration of the Cepheid surface brightness-color relations, *Online Material p 2***Table 3.** Interferometric and photometric data used in the present paper. The references for the interferometric measurements are: Nordgren et al. (2000, N00), Mourard et al. (1997, M97), Nordgren et al. (2002, N02), Lane et al. (2002, L02), and Kervella et al. (2004a, K04). JD is the Julian date of the measurement,  $\lambda$  the interferometric measurement wavelength (in  $\mu\text{m}$ ),  $\phi$  the phase,  $\theta_{\text{UD}}$  the uniform disk and  $\theta_{\text{LD}}$  the limb darkened angular diameters (in mas). The magnitudes are corrected for interstellar extinction (see Sect. 3.2).

Star	Ref.	JD	$\lambda$	$\phi$	$\theta_{\text{LD}}$	$B_0$	$V_0$	$R_0$	$I_0$	$J_0$	$H_0$	$K_0$
$\alpha$ UMi	N00	avg	0.74	avg	$3.284 \pm 0.021$	2.66	1.99	1.55	1.23	–	–	0.49
$\delta$ Cep	M97	2 449 566.6000	0.67	0.032	$1.376 \pm 0.620$	3.60	3.25	–	–	2.51	2.27	2.22
$\delta$ Cep	M97	2 449 572.5000	0.67	0.132	$1.534 \pm 0.767$	3.87	3.40	–	–	2.56	2.27	2.21
$\delta$ Cep	M97	2 449 642.3000	0.67	0.139	$1.440 \pm 0.567$	3.89	3.41	–	–	2.56	2.27	2.21
$\delta$ Cep	M97	2 449 643.3000	0.67	0.325	$2.070 \pm 0.431$	4.33	3.68	–	–	2.63	2.28	2.21
$\delta$ Cep	M97	2 449 541.6000	0.67	0.374	$1.776 \pm 0.504$	4.42	3.74	–	–	2.66	2.28	2.22
$\delta$ Cep	M97	2 449 569.5000	0.67	0.573	$1.660 \pm 0.504$	4.71	3.93	–	–	2.76	2.36	2.28
$\delta$ Cep	M97	2 449 570.5000	0.67	0.759	$1.324 \pm 0.841$	4.83	4.05	–	–	2.87	2.49	2.40
$\delta$ Cep	M97	2 449 640.3000	0.67	0.766	$1.797 \pm 0.462$	4.82	4.04	–	–	2.87	2.49	2.40
$\delta$ Cep	M97	2 449 571.5000	0.67	0.945	$1.671 \pm 0.431$	3.70	3.33	–	–	2.58	2.34	2.30
$\delta$ Cep	N02	2 450 788.6300	0.74	0.754	$1.621 \pm 0.063$	4.83	4.05	–	–	2.87	2.48	2.40
$\delta$ Cep	N02	2 450 994.9100	0.74	0.193	$1.705 \pm 0.094$	4.02	3.48	–	–	2.58	2.27	2.21
$\delta$ Cep	N02	2 450 995.9300	0.74	0.383	$1.485 \pm 0.115$	4.44	3.75	–	–	2.66	2.29	2.22
$\delta$ Cep	N02	2 450 996.9700	0.74	0.577	$1.548 \pm 0.220$	4.71	3.94	–	–	2.76	2.37	2.29
$\delta$ Cep	N02	2 450 997.9300	0.74	0.756	$1.422 \pm 0.115$	4.83	4.05	–	–	2.87	2.48	2.40
$\delta$ Cep	N02	2 450 998.9300	0.74	0.942	$1.328 \pm 0.125$	3.72	3.35	–	–	2.59	2.35	2.30
$\delta$ Cep	N02	2 451 007.9600	0.74	0.625	$1.590 \pm 0.105$	4.78	4.00	–	–	2.81	2.40	2.32
$\delta$ Cep	N02	2 451 008.9200	0.74	0.804	$1.391 \pm 0.084$	4.72	3.99	–	–	2.86	2.49	2.41
$\delta$ Cep	N02	2 451 009.9600	0.74	0.998	$1.548 \pm 0.073$	3.56	3.22	–	–	2.52	2.29	2.24
$\delta$ Cep	N02	2 451 010.9200	0.74	0.177	$1.610 \pm 0.073$	3.98	3.46	–	–	2.57	2.27	2.21
$\delta$ Cep	N02	2 451 011.9100	0.74	0.361	$1.537 \pm 0.073$	4.40	3.72	–	–	2.65	2.28	2.21
$\delta$ Cep	N02	2 451 012.9000	0.74	0.546	$1.569 \pm 0.073$	4.66	3.90	–	–	2.73	2.34	2.27
$\delta$ Cep	N02	2 451 088.8100	0.74	0.691	$1.380 \pm 0.125$	4.83	4.05	–	–	2.85	2.45	2.36
$\delta$ Cep	N02	2 451 089.7800	0.74	0.872	$1.527 \pm 0.073$	4.27	3.73	–	–	2.76	2.44	2.38
$\delta$ Cep	N02	2 451 093.7600	0.74	0.614	$1.475 \pm 0.021$	4.77	3.98	–	–	2.80	2.39	2.31
$\delta$ Cep	N02	2 451 097.7800	0.74	0.363	$1.537 \pm 0.052$	4.40	3.72	–	–	2.65	2.28	2.21
$\delta$ Cep	N02	2 451 098.8500	0.74	0.562	$1.694 \pm 0.063$	4.69	3.92	–	–	2.75	2.36	2.28
X Sgr	K04	2 452 741.9033	2.18	0.560	$1.487 \pm 0.058$	4.88	4.17	–	3.44	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 742.8848	2.18	0.700	$1.541 \pm 0.067$	4.91	4.21	–	3.45	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 743.8965	2.18	0.844	$1.443 \pm 0.065$	4.48	3.94	–	3.20	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 744.8676	2.18	0.983	$1.489 \pm 0.059$	4.02	3.62	–	3.08	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 747.8477	2.18	0.408	$1.528 \pm 0.217$	4.65	4.00	–	3.34	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 749.8324	2.18	0.691	$1.457 \pm 0.104$	4.92	4.21	–	3.46	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 766.8110	2.18	0.112	$1.420 \pm 0.078$	4.18	3.70	–	3.15	–	–	–
X Sgr	K04	2 452 768.8768	2.18	0.406	$1.441 \pm 0.032$	4.65	4.00	–	3.34	–	–	–
$\eta$ Aql	N02	2 450 638.8600	0.74	0.990	$1.959 \pm 0.084$	3.48	3.02	–	2.51	2.23	1.95	1.90
$\eta$ Aql	N02	2 450 640.8800	0.74	0.271	$1.781 \pm 0.094$	3.93	3.27	–	2.61	2.26	1.89	1.82
$\eta$ Aql	N02	2 450 641.8600	0.74	0.408	$1.938 \pm 0.084$	4.24	3.47	–	2.73	2.33	1.93	1.85
$\eta$ Aql	N02	2 450 997.8300	0.74	0.008	$1.697 \pm 0.199$	3.48	3.02	–	2.51	2.22	1.94	1.89
$\eta$ Aql	N02	2 450 998.8800	0.74	0.154	$1.781 \pm 0.063$	3.86	3.23	–	2.60	2.26	1.92	1.84
$\eta$ Aql	N02	2 451 007.8800	0.74	0.408	$1.917 \pm 0.063$	4.24	3.47	–	2.73	2.33	1.93	1.85
$\eta$ Aql	N02	2 451 008.9100	0.74	0.552	$1.603 \pm 0.210$	4.53	3.66	–	2.89	2.43	1.99	1.90
$\eta$ Aql	N02	2 451 009.8500	0.74	0.683	$1.771 \pm 0.084$	4.66	3.80	–	3.00	2.51	2.08	2.00
$\eta$ Aql	N02	2 451 010.8400	0.74	0.821	$1.456 \pm 0.084$	4.25	3.55	–	2.87	2.49	2.12	2.04
$\eta$ Aql	N02	2 451 011.8400	0.74	0.960	$1.509 \pm 0.073$	3.52	3.05	–	2.54	2.25	1.97	1.92
$\eta$ Aql	N02	2 451 012.8700	0.74	0.104	$1.603 \pm 0.105$	3.73	3.16	–	2.57	2.24	1.92	1.86
$\eta$ Aql	L02	2 452 065.4200	1.64	0.764	$1.694 \pm 0.011$	4.53	3.73	–	2.98	2.53	2.13	2.05
$\eta$ Aql	L02	2 452 066.4140	1.64	0.903	$1.694 \pm 0.017$	3.75	3.22	–	2.65	2.34	2.03	1.97
$\eta$ Aql	L02	2 452 067.4050	1.64	0.041	$1.735 \pm 0.041$	3.54	3.05	–	2.52	2.22	1.93	1.87
$\eta$ Aql	L02	2 452 075.3830	1.64	0.153	$1.783 \pm 0.028$	3.86	3.23	–	2.60	2.26	1.92	1.85
$\eta$ Aql	L02	2 452 076.3840	1.64	0.292	$1.843 \pm 0.014$	3.95	3.28	–	2.61	2.26	1.89	1.82
$\eta$ Aql	L02	2 452 077.3720	1.64	0.430	$1.867 \pm 0.022$	4.30	3.51	–	2.76	2.35	1.94	1.86
$\eta$ Aql	L02	2 452 089.3500	1.64	0.099	$1.757 \pm 0.019$	3.71	3.15	–	2.56	2.24	1.92	1.86



Table 3. continued.

Star	Ref.	JD	$\lambda$	$\phi$	$\theta_{LD}$	$B_0$	$V_0$	$R_0$	$I_0$	$J_0$	$H_0$	$K_0$
$\eta$ Aql	L02	2452 090.3540	1.64	0.239	$1.842 \pm 0.020$	3.92	3.26	–	2.61	2.26	1.90	1.83
$\eta$ Aql	L02	2452 091.3460	1.64	0.377	$1.807 \pm 0.023$	4.14	3.41	–	2.69	2.30	1.92	1.84
$\eta$ Aql	L02	2452 095.3600	1.64	0.936	$1.605 \pm 0.050$	3.59	3.10	–	2.58	2.28	1.99	1.94
$\eta$ Aql	L02	2452 099.3370	1.64	0.490	$1.844 \pm 0.026$	4.44	3.60	–	2.83	2.40	1.97	1.88
$\eta$ Aql	L02	2452 101.3290	1.64	0.768	$1.672 \pm 0.038$	4.51	3.72	–	2.97	2.53	2.13	2.05
$\eta$ Aql	L02	2452 103.2930	1.64	0.042	$1.697 \pm 0.041$	3.54	3.05	–	2.52	2.22	1.93	1.87
$\eta$ Aql	L02	2452 105.3000	1.64	0.321	$1.842 \pm 0.025$	3.99	3.31	–	2.63	2.27	1.90	1.82
$\eta$ Aql	L02	2452 106.2830	1.64	0.458	$1.860 \pm 0.016$	4.38	3.56	–	2.79	2.37	1.95	1.86
$\eta$ Aql	L02	2452 107.3020	1.64	0.600	$1.853 \pm 0.028$	4.59	3.71	–	2.93	2.46	2.02	1.93
$\eta$ Aql	L02	2452 108.3080	1.64	0.740	$1.744 \pm 0.033$	4.60	3.77	–	3.00	2.54	2.13	2.04
$\eta$ Aql	L02	2452 116.2760	1.64	0.851	$1.650 \pm 0.024$	4.07	3.43	–	2.79	2.44	2.09	2.02
$\eta$ Aql	K04	2452 524.5643	2.18	0.741	$1.782 \pm 0.124$	4.60	3.77	–	3.00	2.54	2.13	2.04
$\eta$ Aql	K04	2452 557.5462	2.18	0.336	$1.916 \pm 0.105$	4.03	3.34	–	2.64	2.28	1.90	1.83
$\eta$ Aql	K04	2452 559.5346	2.18	0.614	$1.843 \pm 0.045$	4.60	3.73	–	2.94	2.46	2.03	1.94
$\eta$ Aql	K04	2452 564.5321	2.18	0.310	$1.846 \pm 0.053$	3.97	3.30	–	2.62	2.26	1.89	1.82
$\eta$ Aql	K04	2452 565.5155	2.18	0.447	$1.910 \pm 0.032$	4.35	3.54	–	2.78	2.36	1.95	1.86
$\eta$ Aql	K04	2452 566.5185	2.18	0.587	$1.900 \pm 0.034$	4.57	3.70	–	2.92	2.45	2.01	1.92
$\eta$ Aql	K04	2452 567.5232	2.18	0.727	$1.839 \pm 0.040$	4.63	3.79	–	3.00	2.54	2.12	2.04
$\eta$ Aql	K04	2452 573.5114	2.18	0.561	$1.923 \pm 0.057$	4.54	3.67	–	2.90	2.43	2.00	1.91
$\eta$ Aql	K04	2452 769.9372	2.18	0.931	$1.681 \pm 0.031$	3.61	3.12	–	2.59	2.29	2.00	1.95
$\eta$ Aql	K04	2452 770.9222	2.18	0.068	$1.828 \pm 0.049$	3.61	3.09	–	2.54	2.23	1.92	1.86
$\eta$ Aql	K04	2452 772.8988	2.18	0.343	$1.919 \pm 0.051$	4.04	3.35	–	2.65	2.28	1.90	1.83
W Sgr	K04	2452 743.8373	2.18	0.571	$1.438 \pm 0.103$	5.43	4.59	–	3.78	–	–	–
W Sgr	K04	2452 744.9149	2.18	0.713	$1.319 \pm 0.094$	5.55	4.72	–	3.91	–	–	–
W Sgr	K04	2452 749.8676	2.18	0.365	$1.289 \pm 0.147$	5.00	4.32	–	3.59	–	–	–
W Sgr	K04	2452 751.8659	2.18	0.628	$1.348 \pm 0.179$	5.52	4.66	–	3.86	–	–	–
W Sgr	K04	2452 763.8884	2.18	0.211	$1.311 \pm 0.035$	4.75	4.15	–	3.51	–	–	–
W Sgr	K04	2452 764.8766	2.18	0.341	$1.383 \pm 0.030$	4.88	4.24	–	3.55	–	–	–
W Sgr	K04	2452 765.8802	2.18	0.473	$1.341 \pm 0.033$	5.24	4.46	–	3.71	–	–	–
W Sgr	K04	2452 767.8671	2.18	0.735	$1.234 \pm 0.083$	5.52	4.71	–	3.91	–	–	–
W Sgr	K04	2452 769.9137	2.18	0.005	$1.266 \pm 0.064$	4.35	3.92	–	3.42	–	–	–
$\beta$ Dor	K04	2452 215.7953	2.18	0.161	$1.884 \pm 0.082$	4.21	3.46	3.13	2.73	2.30	1.91	1.86
$\beta$ Dor	K04	2452 216.7852	2.18	0.261	$1.999 \pm 0.048$	4.40	3.58	3.22	2.80	2.34	1.92	1.86
$\beta$ Dor	K04	2452 247.7611	2.18	0.408	$1.965 \pm 0.060$	4.76	3.81	3.42	2.97	2.45	1.99	1.93
$\beta$ Dor	K04	2452 308.6448	2.18	0.594	$1.886 \pm 0.076$	4.73	3.85	3.46	3.03	2.53	2.11	2.04
$\beta$ Dor	K04	2452 567.8272	2.18	0.927	$1.834 \pm 0.063$	4.02	3.39	3.09	2.73	2.35	2.01	1.95
$\beta$ Dor	K04	2452 744.5645	2.18	0.884	$1.770 \pm 0.072$	4.12	3.47	3.16	2.79	2.39	2.03	1.98
$\beta$ Dor	K04	2452 749.5139	2.18	0.387	$1.965 \pm 0.110$	4.71	3.78	3.39	2.95	2.43	1.98	1.91
$\beta$ Dor	K04	2452 750.5111	2.18	0.488	$1.907 \pm 0.076$	4.83	3.91	3.48	3.04	2.52	2.05	1.98
$\beta$ Dor	K04	2452 751.5186	2.18	0.591	$1.999 \pm 0.172$	4.74	3.86	3.47	3.04	2.53	2.10	2.04
$\zeta$ Gem	N02	2451 098.9800	0.74	0.477	$1.566 \pm 0.221$	5.06	4.11	–	3.19	2.65	–	2.13
$\zeta$ Gem	N02	2451 229.8300	0.74	0.368	$1.461 \pm 0.231$	4.95	4.02	–	3.10	2.59	–	2.08
$\zeta$ Gem	N02	2451 232.7200	0.74	0.652	$1.619 \pm 0.053$	4.82	3.96	–	3.18	2.67	–	2.18
$\zeta$ Gem	N02	2451 233.7100	0.74	0.750	$1.514 \pm 0.063$	4.61	3.85	–	3.10	2.63	–	2.18
$\zeta$ Gem	L02	2451 605.2260	1.64	0.349	$1.720 \pm 0.015$	4.91	4.00	–	3.08	2.58	–	2.08
$\zeta$ Gem	L02	2451 206.2410	1.64	0.044	$1.719 \pm 0.048$	4.32	3.65	–	2.92	2.48	–	2.07
$\zeta$ Gem	L02	2451 214.1920	1.64	0.827	$1.845 \pm 0.062$	4.46	3.77	–	3.05	2.58	–	2.16
$\zeta$ Gem	L02	2451 615.1800	1.64	0.330	$1.783 \pm 0.032$	4.88	3.97	–	3.06	2.57	–	2.07
$\zeta$ Gem	L02	2451 617.1670	1.64	0.525	$1.629 \pm 0.029$	5.04	4.10	–	3.21	2.67	–	2.15
$\zeta$ Gem	L02	2451 618.1430	1.64	0.622	$1.575 \pm 0.008$	4.89	4.00	–	3.19	2.67	–	2.18
$\zeta$ Gem	L02	2451 619.1680	1.64	0.723	$1.590 \pm 0.018$	4.67	3.88	–	3.12	2.64	–	2.18
$\zeta$ Gem	L02	2451 620.1690	1.64	0.821	$1.627 \pm 0.029$	4.47	3.77	–	3.06	2.58	–	2.16
$\zeta$ Gem	L02	2451 622.1980	1.64	0.021	$1.717 \pm 0.047$	4.30	3.64	–	2.93	2.48	–	2.07
$\zeta$ Gem	L02	2451 643.1610	1.64	0.086	$1.707 \pm 0.012$	4.37	3.68	–	2.91	2.48	–	2.05
$\zeta$ Gem	L02	2451 981.1820	1.64	0.386	$1.730 \pm 0.014$	4.98	4.04	–	3.12	2.60	–	2.09
$\zeta$ Gem	L02	2451 982.1640	1.64	0.482	$1.679 \pm 0.021$	5.06	4.11	–	3.20	2.65	–	2.13



P. Kervella et al.: Calibration of the Cepheid surface brightness-color relations, *Online Material p 4***Table 3.** continued.

Star	Ref.	JD	$\lambda$	$\phi$	$\theta_{LD}$	$B_0$	$V_0$	$R_0$	$I_0$	$J_0$	$H_0$	$K_0$
$\zeta$ Gem	L02	2451 983.2010	1.64	0.584	$1.631 \pm 0.022$	4.96	4.05	–	3.21	2.67	–	2.17
$\zeta$ Gem	L02	2451 894.3870	1.64	0.835	$1.662 \pm 0.020$	4.45	3.76	–	3.05	2.57	–	2.16
$\zeta$ Gem	L02	2451 895.3690	1.64	0.932	$1.672 \pm 0.014$	4.32	3.66	–	2.98	2.52	–	2.11
$\zeta$ Gem	K04	2452 214.8787	2.18	0.408	$1.715 \pm 0.059$	5.01	4.07	–	3.14	2.62	–	2.10
$\zeta$ Gem	K04	2452 216.8357	2.18	0.600	$1.751 \pm 0.088$	4.93	4.03	–	3.21	2.67	–	2.18
$\zeta$ Gem	K04	2451 527.9722	2.12	0.739	$1.643 \pm 0.334$	4.63	3.86	–	3.11	2.63	–	2.18
$\zeta$ Gem	K04	2451 601.8285	2.12	0.014	$1.748 \pm 0.086$	4.30	3.64	–	2.93	2.48	–	2.08
$\zeta$ Gem	K04	2451 259.7790	2.12	0.318	$2.087 \pm 0.291$	4.85	3.95	–	3.05	2.57	–	2.06
$\zeta$ Gem	K04	2451 262.7400	2.12	0.610	$1.730 \pm 0.273$	4.91	4.02	–	3.20	2.67	–	2.18
$\zeta$ Gem	K04	2451 595.8520	2.12	0.426	$1.423 \pm 0.284$	5.03	4.08	–	3.15	2.63	–	2.11
$\zeta$ Gem	K04	2451 602.7640	2.12	0.107	$1.910 \pm 0.216$	4.40	3.69	–	2.91	2.48	–	2.05
Y Oph	K04	2452 742.9056	2.18	0.601	$1.462 \pm 0.120$	4.93	4.10	3.86	3.29	2.96	2.58	2.52
Y Oph	K04	2452 750.8842	2.18	0.067	$1.414 \pm 0.106$	4.26	3.64	3.50	3.00	2.77	2.49	2.44
Y Oph	K04	2452 772.8308	2.18	0.349	$1.478 \pm 0.057$	4.75	3.95	3.72	3.16	2.86	2.50	2.43
Y Oph	K04	2452 786.8739	2.18	0.168	$1.436 \pm 0.046$	4.45	3.76	3.59	3.07	2.79	2.48	2.42
$\ell$ Car	K04	2452 453.4978	2.18	0.587	$3.035 \pm 0.109$	4.73	3.46	2.89	2.41	1.72	1.16	1.06
$\ell$ Car	K04	2452 739.5644	2.18	0.634	$2.859 \pm 0.084$	4.73	3.48	2.91	2.42	1.74	1.19	1.09
$\ell$ Car	K04	2452 740.5691	2.18	0.662	$2.954 \pm 0.046$	4.72	3.47	2.92	2.42	1.75	1.22	1.12
$\ell$ Car	K04	2452 741.7171	2.18	0.694	$2.969 \pm 0.038$	4.71	3.46	2.93	2.42	1.77	1.24	1.15
$\ell$ Car	K04	2452 742.7009	2.18	0.722	$2.874 \pm 0.054$	4.69	3.45	2.94	2.43	1.80	1.27	1.18
$\ell$ Car	K04	2452 743.6985	2.18	0.750	$2.737 \pm 0.073$	4.66	3.44	2.94	2.44	1.81	1.30	1.21
$\ell$ Car	K04	2452 744.6336	2.18	0.776	$2.769 \pm 0.033$	4.62	3.43	2.92	2.43	1.82	1.31	1.22
$\ell$ Car	K04	2452 745.6285	2.18	0.804	$2.652 \pm 0.095$	4.53	3.39	2.88	2.41	1.81	1.32	1.23
$\ell$ Car	K04	2452 746.6198	2.18	0.832	$2.749 \pm 0.045$	4.40	3.33	2.81	2.37	1.79	1.31	1.23
$\ell$ Car	K04	2452 747.5988	2.18	0.860	$2.674 \pm 0.125$	4.22	3.23	2.73	2.30	1.74	1.29	1.21
$\ell$ Car	K04	2452 749.5763	2.18	0.915	$2.620 \pm 0.076$	3.82	2.96	2.53	2.13	1.63	1.23	1.15
$\ell$ Car	K04	2452 751.5785	2.18	0.972	$2.726 \pm 0.032$	3.62	2.79	2.40	2.01	1.54	1.15	1.08
$\ell$ Car	K04	2452 755.6166	2.18	0.085	$2.942 \pm 0.110$	3.78	2.85	2.44	2.01	1.51	1.06	0.98
$\ell$ Car	K04	2452 763.5551	2.18	0.309	$3.157 \pm 0.032$	4.31	3.13	2.63	2.15	1.53	1.01	0.92
$\ell$ Car	K04	2452 765.5545	2.18	0.365	$3.175 \pm 0.033$	4.43	3.19	2.69	2.21	1.56	1.02	0.93
$\ell$ Car	K04	2452 766.5497	2.18	0.393	$3.173 \pm 0.033$	4.48	3.25	2.72	2.23	1.57	1.04	0.95
$\ell$ Car	K04	2452 768.5663	2.18	0.450	$3.155 \pm 0.036$	4.60	3.35	2.78	2.29	1.62	1.07	0.98
$\ell$ Car	K04	2452 769.5746	2.18	0.478	$3.155 \pm 0.021$	4.65	3.39	2.81	2.32	1.64	1.08	1.00
$\ell$ Car	K04	2452 770.5353	2.18	0.505	$3.124 \pm 0.021$	4.69	3.41	2.84	2.35	1.66	1.10	1.01
$\ell$ Car	K04	2452 771.5281	2.18	0.533	$3.100 \pm 0.019$	4.72	3.43	2.86	2.38	1.69	1.12	1.03
$\ell$ Car	K04	2452 786.6200	2.18	0.957	$2.700 \pm 0.064$	3.64	2.82	2.42	2.03	1.56	1.17	1.09

## Annexe C

# The angular size of the Cepheid 1 Carinae : a comparison of the interferometric and surface brightness techniques

# THE ANGULAR SIZE OF THE CEPHEID $\delta$ CARINAE: A COMPARISON OF THE INTERFEROMETRIC AND SURFACE BRIGHTNESS TECHNIQUES

PIERRE KERVELLA,<sup>1,2</sup> PASCAL FOUQUÉ,<sup>1,3</sup> JESPER STORM,<sup>4</sup> WOLFGANG P. GIEREN,<sup>5</sup> DAVID BERSIER,<sup>6</sup>  
DENIS MOURARD,<sup>7</sup> NICOLAS NARDETTO,<sup>7</sup> AND VINCENT COUDÉ DU FORESTO<sup>2</sup>

Received 2004 January 15; accepted 2004 February 12; published 2004 March 5

## ABSTRACT

Recent interferometric observations of the brightest and angularly largest classical Cepheid,  $\delta$  Carinae, with ESO's Very Large Telescope Interferometer have resolved with high precision the variation of its angular diameter with phase. We compare the measured angular diameter curve to the one that we derive by an application of the Baade-Wesselink-type infrared surface brightness technique and find a near-perfect agreement between the two curves. The mean angular diameters of  $\delta$  Car from the two techniques agree very well within their total error bars (1.5%), as do the derived distances (4%). This result is an indication that the calibration of the surface brightness relations used in the distance determination of far-away Cepheids is not affected by large biases.

*Subject headings:* Cepheids — distance scale — stars: distances — stars: fundamental parameters — stars: oscillations — techniques: interferometric

*On-line material:* color figures

## 1. INTRODUCTION

Cepheid variables are fundamental objects for the calibration of the extragalactic distance scale. Distances of Cepheids can be derived in at least two different ways: by using their observed mean magnitudes and periods together with a period-luminosity relation, or by applying a Baade-Wesselink (BW) type technique to determine their distances and mean diameters from their observed variations in magnitude, color, and radial velocity. This latter technique has been dramatically improved by the introduction of the (near-)infrared surface brightness (IRSB) method by Welch (1994) and later by Fouqué & Gieren (1997), who calibrated the relation between the V-band surface brightness and near-infrared colors of Cepheids. For this purpose, they used the observed interferometric angular diameters of a number of giants and supergiants bracketing the Cepheid color range. This method has been applied to a large number of Galactic Cepheid variables, for instance by Gieren et al. (1997, 1998) and Storm et al. (2004).

Applying the surface brightness relation derived from stable stars to Cepheids implicitly assumes that the relation also applies to pulsating stars. The validity of this assumption can now be addressed by comparing direct interferometric measurements of the angular diameter variation of a Cepheid to the one derived from the IRSB technique. It has recently been shown by Kervella et al. (2004, hereafter K04) that the Very Large Telescope Interferometer (VLTI) on Paranal is now in a condition not only to determine accurate *mean* angular diam-

eters of nearby Cepheid variables, but to follow their angular diameter *variations* with high precision. Using the Palomar Testbed Interferometer, Lane et al. (2000, 2002) resolved the pulsation of the Cepheids  $\zeta$  Gem and  $\eta$  Aql as early as 2000, but the comparison that we present in this Letter is the first in which error bars on the derived distance and linear diameter are directly comparable at a few percent level between the interferometric and IRSB techniques.

The star that we discuss in this Letter,  $\delta$  Car, is the brightest Cepheid in the sky. Its long period of about 35.5 days implies a large mean diameter, which together with its relatively short distance makes it an ideal target for resolving its angular diameter variations with high accuracy. In this Letter, we compare the interferometrically determined angular diameter curve of  $\delta$  Car with that determined from the IRSB technique, and we demonstrate that the two sets of angular diameters are in excellent agreement. On the basis of the available high-precision angular diameter and radial velocity curves for this star, we also derive a revised value of its distance and mean radius.

Several authors (Sasselov & Karovska 1994; Marengo et al. 2003, 2004) have pointed out potential sources of systematic uncertainties in the determination of Cepheid distances using the interferometric BW method. In particular, imperfections in the numerical modeling of Cepheid atmospheres could lead to biased estimates of the limb darkening and projection factor. We discuss the magnitude of these uncertainties in the case of  $\delta$  Car.

## 2. INTERFEROMETRIC OBSERVATIONS

The interferometric observations of  $\delta$  Car were obtained with the VLTI (Glindemann et al. 2000), using its commissioning instrument VINCI (Kervella et al. 2000, 2003) and 0.35 m test siderostats. This instrument recombines the light from two telescopes in the infrared K band (2.0–2.4  $\mu$ m), at an effective wavelength of 2.18  $\mu$ m. A detailed description of the interferometric data recorded on  $\delta$  Car can be found in K04.

The limb-darkening (LD) models used to derive the photospheric diameters from the fringe visibilities were taken from Claret (2000). The correction introduced on the uniform disk (UD) interferometric measurements by the LD is small in the K band: for  $\delta$  Car, we determine  $k = \theta_{UD}/\theta_{LD} = 0.966$ . Con-

<sup>1</sup> European Southern Observatory, Casilla 19001, Santiago 19, Chile; pkervell@eso.org, pfouque@eso.org.

<sup>2</sup> LESIA, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, F-92195 Meudon Cedex, France; vincent.forest@obspm.fr.

<sup>3</sup> Observatoire Midi-Pyrénées, UMR 5572, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France.

<sup>4</sup> Astrophysikalisches Institut Potsdam, An der Sternwarte 16, D-14482 Potsdam, Germany; jstorm@aip.de.

<sup>5</sup> Universidad de Concepción, Departamento de Física, Casilla 160-C, Concepción, Chile; wgieren@coma.cfm.udec.cl.

<sup>6</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218; bersier@stsci.edu.

<sup>7</sup> GEMINI, UMR 6203, Observatoire de la Côte d'Azur, Avenue Copernic, F-06130 Grasse, France; denis.mourard@obs-azur.fr, nicolas.nardetto@obs-azur.fr.

sidering the magnitude of this correction, a total systematic uncertainty of  $\pm 1\%$  appears reasonable. However, until the LD of a sample of Cepheids has been measured directly by interferometry, this value relies exclusively on numerical models of the atmosphere. This is expected to be achieved in the next years using, for instance, the longest baselines of the VLTI (up to 202 m) and the shorter  $J$  and  $H$  infrared bands accessible with the AMBER instrument (Petrov et al. 2000).

The LD correction is changing slightly over the pulsation of the star because of the change in effective temperature, but Marengo et al. (2003) have estimated the amplitude of this variation to less than 0.3% peak to peak in the  $H$  band (for the 10 day period Cepheid  $\zeta$  Gem). It is even lower in the  $K$  band and averages out in terms of rms dispersion. As a consequence, we have neglected this variation in the present study.

The limb-darkened angular diameter measurements are listed in Table 1. Two error bars are given for each point, corresponding, respectively, to the statistical uncertainty (internal error) and to the systematic error introduced by the uncertainties on the assumed angular diameters of the calibrator stars (external error). The phases given in Table 1 are based on the new ephemeris derived in § 4. These measurements were obtained during the commissioning of the VLTI, and part of them is affected by relatively large uncertainties (3%–5%) due to instrumental problems. However, the precision reached by VINCI and the test siderostats on this baseline is of the order of 1% on the angular diameter, as demonstrated around the maximum diameter phase.

### 3. THE IRSB TECHNIQUE

The IRSB technique has been presented and discussed in detail in Fouqué & Gieren (1997, hereafter FG97). In brief, the angular diameter curve of a given Cepheid variable is derived from its  $V$  light and  $V-K$  color curve, appropriately corrected for extinction. It is then combined with its linear displacement curve, which is essentially the integral of the radial velocity curve. A linear regression of pairs of angular diameters and linear displacements, obtained at the same pulsation phases, yields both the distance and the mean radius of the star.

While there are several sources of systematic uncertainty in the method, as discussed in Gieren et al. (1997), one of its great advantages is its strong insensitivity to the adopted reddening corrections and to the metallicity of the Cepheid (Storm et al. 2004). With excellent observational data at hand, individual Cepheid distances and radii can be determined with an accuracy of the order of 5% if the adopted  $K$ -band surface brightness–color relation is correct.

A first calibration of this relation coming directly from interferometrically determined angular diameters of Cepheid variables was presented by Nordgren et al. (2002, hereafter N02). They found a satisfactory agreement with the FG97 calibration, within the combined  $1\sigma$  uncertainties of both surface brightness–color calibrations. Considering more closely the results from N02, an even better agreement is found between the  $F_V(V-K)$  relations before the zero point if forced between the different colors. Before this operation, N02 found the relation

$$F_{V_0} = (3.956 \pm 0.011) - (0.134 \pm 0.005)(V-K)_0 \quad (1)$$

TABLE 1  
ANGULAR DIAMETER MEASUREMENTS OF Car

Julian Date	Phase	$\theta_{LD}$ (mas)	Uncertainties
2452453.498 .....	0.618	$3.054 \pm 0.113$	[0.041, 0.105]
2452739.564 .....	0.665	$2.891 \pm 0.087$	[0.076, 0.043]
2452740.569 .....	0.693	$2.989 \pm 0.047$	[0.018, 0.044]
2452741.717 .....	0.726	$2.993 \pm 0.039$	[0.026, 0.029]
2452742.712 .....	0.754	$2.899 \pm 0.056$	[0.035, 0.043]
2452743.698 .....	0.781	$2.758 \pm 0.076$	[0.074, 0.016]
2452744.634 .....	0.808	$2.794 \pm 0.035$	[0.032, 0.013]
2452745.629 .....	0.836	$2.675 \pm 0.098$	[0.097, 0.017]
2452746.620 .....	0.864	$2.775 \pm 0.046$	[0.023, 0.040]
2452747.599 .....	0.891	$2.699 \pm 0.129$	[0.127, 0.026]
2452749.576 .....	0.947	$2.645 \pm 0.078$	[0.077, 0.012]
2452751.579 .....	0.003	$2.753 \pm 0.033$	[0.028, 0.017]
2452755.617 .....	0.117	$2.970 \pm 0.113$	[0.113, 0.013]
2452763.555 .....	0.340	$3.194 \pm 0.034$	[0.009, 0.033]
2452765.555 .....	0.396	$3.212 \pm 0.034$	[0.011, 0.033]
2452766.550 .....	0.424	$3.210 \pm 0.035$	[0.011, 0.033]
2452768.566 .....	0.481	$3.188 \pm 0.037$	[0.011, 0.035]
2452769.575 .....	0.509	$3.189 \pm 0.022$	[0.018, 0.012]
2452770.535 .....	0.536	$3.160 \pm 0.022$	[0.020, 0.009]
2452771.528 .....	0.564	$3.136 \pm 0.020$	[0.017, 0.010]
2452786.620 .....	0.989	$2.727 \pm 0.064$	[0.012, 0.063]

NOTE.—The statistical and systematic calibration uncertainties are in brackets.

that translates, after forcing the zero point to the average of the three selected colors, to the relation

$$F_{V_0} = (3.941 \pm 0.004) - (0.125 \pm 0.005)(V-K)_0. \quad (2)$$

On the other hand, FG97 obtain

$$F_{V_0} = (3.947 \pm 0.003) - (0.131 \pm 0.003)(V-K)_0. \quad (3)$$

From this comparison, it appears that the slope initially determined by N02 for  $F_V(V-K)$  is significantly different both from their final value and from the FG97 relation. This difference could cause a bias because of the averaging of the multicolor zero points. Although small in absolute value, such a bias is of particular importance for Car because of its relatively large  $V-K$  color.

Another argument in favor of the FG97 surface brightness relation is that it relies on a sample of 11 Cepheids with periods of 4–39 days, while the relations established by N02 were derived from the observations of only three Cepheids with periods of 5–10 days. Such short-period Cepheids are significantly hotter than Car ( $P = 35.5$  days), and a local difference of the slope of the IRSB relations cannot be excluded. For these two reasons, we choose to retain the FG97 calibration for our analysis of the Cepheid Car in the following section.

## 4. DIAMETER AND DISTANCE

### 4.1. Angular Diameter

We have combined the photometric data from Pel (1976) and Bersier (2002) to construct the  $V$ -band light curve for Car.

The two data sets are spanning almost 30 years and allow an improved determination of the period of this variable. We find  $P = 35.54804$  days. The time of maximum  $V$  light has been adopted from Szabados (1989), who give a value of  $T_0 = 2440736.230$ , which is also in good agreement with the more recent data. The resulting light curve is shown in Figure 1. The  $K$ -band light curve is based on the data from Laney & Stobie (1992) and is also shown in Figure 1. The  $V-K$  color

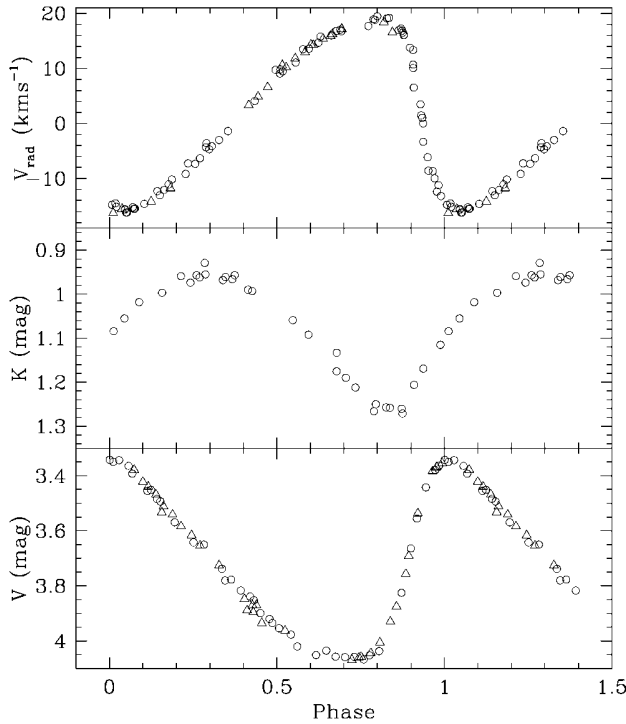


FIG. 1.—Radial velocity curve of  $\delta$  Car (top panel) using data from Taylor et al. (1997) shifted by  $-1.5 \text{ km s}^{-1}$  (circles) and from Bersier (2002; triangles). The  $K$ -band photometric measurements (middle panel) were taken from Laney & Stobie (1992). We have relied on Pel (1976; circles) and Bersier (2002; triangles) for the  $V$ -band data.

curve that is needed by the IRSB method has been constructed on the basis of the observed  $V$ -band data and a Fourier fit to the  $K$ -band data as described in Storm et al. (2004).

For the radial velocity curve we have used the data from Taylor et al. (1997) and Bersier (2002). Using the new ephemeris from above we detected a slight offset of  $1.5 \text{ km s}^{-1}$  between the two data sets. We choose to shift the Taylor et al. (1997) data set by  $-1.5 \text{ km s}^{-1}$  to bring all the data on the well-established CORAVEL system of Bersier (2002). We note that the exact radial velocity zero point is irrelevant as the method makes use of *relative* velocities. The combined radial velocity data are displayed in Figure 1.

The application of the IRSB method has followed the procedure described in Storm et al. (2004). We have adopted the same reddening law with  $R_V = 3.30$  and  $R_K = 0.30$ , a reddening of  $E(B-V) = 0.17$  (Ferne 1990), and a projection factor,  $p$ , from radial to pulsational velocity of  $p = 1.39 - 0.03 \log P = 1.343$  (Hindsley & Bell 1986; Gieren et al. 1993). As discussed by Storm et al. (2004), we only consider the points in the phase interval from 0.0 to 0.8 (phase zero is defined by the  $V$ -band maximum light). We have applied a small phase shift of  $-0.025$  to the radial velocity data to bring the photometric and radial velocity-based angular diameters into agreement. We note that a similar phase shift can be achieved by lowering the systemic velocity by  $1.5 \text{ km s}^{-1}$ .

The angular diameter curve obtained from the photometry has been plotted in Figure 2, together with the linear displacement curve. The photometric and interferometric diameter curves are directly compared in Figure 3, where they are plotted as a function of phase. With these data we can compute the average angular diameters obtained from each technique. For the IRSB, we find an average limb-darkened angular diameter

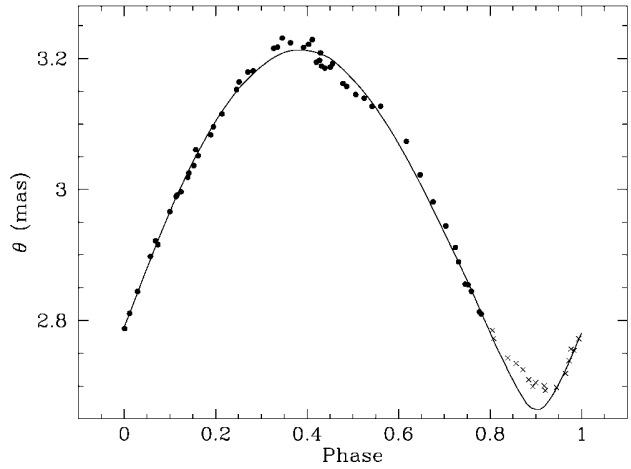


FIG. 2.—Photometric angular diameters plotted against phase for our best-fitting distance. The solid curve represents the integrated radial velocity curve of  $\delta$  Car for the adopted distance. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

$\overline{\theta}_{LD} = 2.974 \pm 0.046 \text{ mas}$ , and for the interferometric measurements we find  $\overline{\theta}_{LD} = 2.992 \pm 0.012 \text{ mas}$ . The agreement between these two values is strikingly good. This is a serious indication that the calibration of the surface brightness–color relation (FG97), based on nonpulsating giant stars, does apply to Cepheids.

#### 4.2. Distance

The surface brightness method yields a distance of  $560 \pm 6 \text{ pc}$  and a mean radius of  $R = 179 \pm 2 R_{\odot}$ . The corresponding mean absolute  $V$  magnitude is  $M_V = -5.57 \pm 0.02 \text{ mag}$ , and the distance modulus is  $(m - M)_0 = 8.74 \pm 0.05$ . The error estimates are all intrinsic  $1 \sigma$  random errors. In addition to these random errors, a systematic error of the order of 4% should be taken into account, as discussed by Gieren et al. (1997). The final IRSB values are thus  $d = 560 \pm 23 \text{ pc}$  and  $R = 179 \pm 7 R_{\odot}$ . Compared to Storm et al. (2004), we find a significantly (0.24 mag) shorter distance modulus for  $\delta$  Car. This

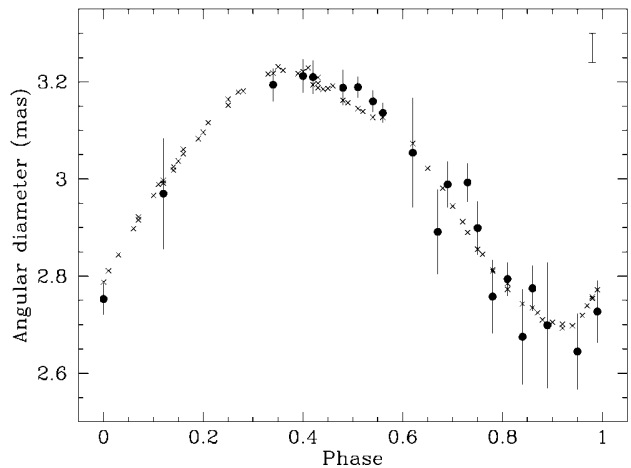


FIG. 3.—Interferometrically determined angular diameters, plotted against phase (filled circles) with the angular diameters derived with the IRSB method overplotted (crosses). In the top right corner a typical error bar for the surface brightness method data is shown. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

can be explained by the use in the present Letter of the new and superior radial velocity data from Taylor et al. (1997) and Bersier (2002).

K04 found  $d = 603_{-19}^{+24}$  pc, using the interferometric angular diameters and a subset of the radial velocity data used here. To make the comparison more relevant, we determined the distance and radius using the same data (interferometric diameters from Table 1 and radial velocity from Taylor et al. 1997 and Bersier 2002; see above), the same ephemeris, and the same projection factor (see § 4.1). Using the method of K04, we find a distance  $d = 566_{-19}^{+24}$  and a linear radius  $R = 182_{-7}^{+8} R_{\odot}$ . This is in excellent agreement with the values obtained from the IRSB method.

This 6% difference in the distances based on interferometric diameters (603 pc for K04 vs. 566 pc here) has two major causes. First, the  $p$ -factor used in the present Letter is  $\sim 1.3\%$  smaller than in K04. The choice of the reference used for the  $p$ -factor has currently an impact of a few percents on its value. This indicates that the average value of the  $p$ -factor for a given Cepheid is currently uncertain by at least a similar amount, and this systematic error translates linearly to the distance determination.

Second, the use of a different—and superior—data set for the radial velocity makes the radius curve different from K04. In particular the amplitude is smaller here than in K04 by  $\sim 3\%$ . This is likely due to the more complete phase coverage that we have here and possibly also to a different choice of spectral lines to estimate the radial velocity. This amplitude difference translates linearly on the distance through the BW method.

## 5. CONCLUSION

The main point of our Letter is to show that with a consistent treatment of the data, the internal accuracy of both methods (IRSB or interferometry) is extremely good: the angular diameter variation observed using the VLTI agrees very well with that derived from the  $F_V(V-K)$  version of the IRSB technique as calibrated by FG97. For all the interferometric measurements, the corresponding IRSB angular diameter at the same phase lies within the combined  $1\sigma$  error bars of the two measurements (Fig. 3). Even more importantly, the mean angular diameter of the Cepheid as derived from both independent

sets of angular diameter determination are in excellent agreement, within a few percents.

Unfortunately, this is not equivalent to say that the Cepheid distance scale is calibrated to a 1% accuracy. We have drawn attention to remaining sources of systematic errors that can affect Cepheid radii and distances up to several percents. As an illustration of these sources, K04 obtain a distance  $d = 603_{-19}^{+24}$  pc for Car, while we obtain  $d = 566_{-19}^{+24}$  pc from the same interferometric data.

We have already shown that most of the 6% difference (equivalent to  $1.3\sigma$ ) can be explained by the use of different radial velocity data and projection factor. Another thing to consider is the phase interval used. K04 used measurements over the whole pulsation cycle whereas in the IRSB technique, one avoids the phase interval 0.8–1 (Fig. 2). During that phase interval, which corresponds to the rebound of the atmosphere around the minimum radius, energetic shock waves are created. As discussed by Sabbey et al. (1995), they produce asymmetric line profiles in the Cepheid spectrum. Recent modeling using a self-consistent dynamical approach also shows that the  $\tau = 1$  photosphere may not be comoving with the atmosphere of the Cepheid during its pulsation, at the 1% level (N. Nardetto et al. 2004, in preparation). Such an effect would impact the  $p$ -factor, modify the shape of the radial velocity curve, and thus bias the amplitude of the radius variation, possibly up to a level of a few percents. As the BW method (either its classical or its interferometric versions) relies linearly on this amplitude, a bias at this level currently cannot be excluded.

The interferometric BW method is currently limited to distances of 1–2 kpc because of the limited length of the available baselines. The IRSB technique, on the other hand, can reach extragalactic Cepheids as already demonstrated by Gieren et al. (2000) for the Large Magellanic Cloud and by Storm et al. (2004) for the Small Magellanic Cloud. Using high-precision interferometric measurements of Car and other Cepheids, it will be possible to calibrate the IRSB method down to the level of a few percents. From the present comparison, we already see that this fundamental calibration will be very similar to the calibration found by FG97 and N02.

W. P. G. acknowledges support for this work from the Chilean FONDAPE Center for Astrophysics 15010003.

## REFERENCES

- Bersier, D. 2002, *ApJS*, 140, 465  
 Claret, A. 2000, *A&A*, 363, 1081  
 Fernie, J. D. 1990, *ApJS*, 72, 153  
 Fouqué, P., & Gieren, W. P. 1997, *A&A*, 320, 799 (FG97)  
 Gieren, W. P., Barnes, T. G., & Moffett, T. J. 1993, *ApJ*, 418, 135  
 Gieren, W. P., Fouqué, P., & Gómez, M. 1997, *ApJ*, 488, 74  
 ———. 1998, *ApJ*, 496, 17  
 Gieren, W. P., Storm, J., Fouqué, P., Mennickent, R. E., & Gómez, M. 2000, *ApJ*, 533, L107  
 Glindemann, A., et al. 2000, *Proc. SPIE*, 4006, 2  
 Hindsley, R. B., & Bell, R. A. 1986, *PASP*, 98, 881  
 Kervella, P., Coudé du Foresto, V., Glindemann, A., & Hofmann, R. 2000, *Proc. SPIE*, 4006, 31  
 Kervella, P., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 858  
 ———. 2004, *A&A*, in press (astro-ph/0311525) (K04)  
 Lane, B. F., Creech-Eakman, M. J., & Nordgren, T. E. 2002, *ApJ*, 573, 330  
 Lane, B. F., Kuchner, M., Boden, A., Creech-Eakman, M., & Kulkarni, S. 2000, *Nature*, 407, 485  
 Laney, C. D., & Stobie, R. S. 1992, *A&AS*, 93, 93  
 Marengo, M., Karovska, M., Sasselov, D. D., & Sanchez, M. 2004, *ApJ*, 603, 286  
 Marengo, M., et al. 2003, *ApJ*, 589, 968  
 Nordgren, T. E., Lane, B. F., Hindsley, R. B., & Kervella, P. 2002, *AJ*, 123, 3380 (N02)  
 Pel, J. W. 1976, *A&AS*, 24, 413  
 Petrov, R., et al. 2000, *Proc. SPIE*, 4006, 68  
 Sabbey, C. N., et al. 1995, *ApJ*, 446, 250  
 Sasselov, D. D., & Karovska, M. 1994, *ApJ*, 432, 367  
 Storm, J., Carney, B. W., Gieren, W. P., Fouqué, P., Latham, D. W., & Fry, A. M. 2004, *A&A*, 415, 531  
 Szabados, L. 1989, *Commun. Konkoly Obs.*, 94, 1  
 Taylor, M. M., Albrow, M. D., Booth, A. J., & Cottrell, P. L. 1997, *MNRAS*, 292, 662  
 Welch, D. L. 1994, *AJ*, 108, 1421



## Annexe D

### Hydrodynamic models for $\beta$ Cephei variables

#### I. BW Vulpeculae revisited



# Hydrodynamic models for $\beta$ Cephei variables

## I. BW Vulpeculae revisited

A. Fokin<sup>1,2,4</sup>, Ph. Mathias<sup>2</sup>, E. Chapellier<sup>2</sup>, D. Gillet<sup>3</sup>, and N. Nardetto<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences, 48 Pjatnitskaya Str., Moscow 109017, Russia

<sup>2</sup> Observatoire de la Côte d’Azur, Dpt. Gemini, UMR 6203, 06304 Nice Cedex 4, France  
e-mail: mathias@obs-nice.fr

<sup>3</sup> Observatoire de Haute Provence, CNRS, 04870 Saint Michel l’Observatoire, France

<sup>4</sup> Isaak Newton Institut Moscow Branch, Russia

received 10 March 2004 / Accepted 11 June 2004

**Abstract.** A hydrodynamical model is generated for the high-amplitude  $\beta$  Cephei star BW Vulpeculae, and the spectral line profiles are calculated for different pulsational phases. The pulsational characteristics and line profiles are compared with recent observational data obtained during seven consecutive nights in August 2000. We found a generally good agreement in the basic photometric and spectral parameters. Two strong shock waves appear during one period, and the “stillstand” is due to the gas dynamics between the passages of these shocks. Note that this good agreement suppose a metallicity  $Z = 0.03$ , while a metallicity  $Z = 0.02$  does not lead to the correct amplitudes and shapes of the curves.

**Key words.** line: profiles – stars: oscillations – stars: variables: general – stars: individuals: BW Vulpeculae

### 1. Introduction

Among the  $\beta$  Cephei stars, BW Vulpeculae (HD 199140, B2 III) exhibits the most extreme variability of light, radial velocity and line profiles. With a period of 0.201 day, the peak-to-peak amplitude of the radial velocity variation amounts to more than  $2K = 200 \text{ km s}^{-1}$ , the total range of the light variation is approximately 0.2 mag in  $V$ , and, finally, the spectra show well-marked line-doubling. A prominent feature of both the radial velocity curve and the light curve is the presence of a bump. This bump occurs around pulsation phase  $\varphi = 0.8$  in the light curve, whereas it occurs at pulsation phase  $\varphi = 1.0$  in the radial velocity variation and is usually called “stillstand”. On each side of the stillstand, the velocity curve shows discontinuities due to line-doubling phenomena.

Different hypotheses have been given to explain such a behaviour. Since the engine of the pulsation involves iron lines, Cox et al. (1992) suggest that the large amplitude of the star could be due to a particular metal enrichment. The peculiar evolutionary status of the star has also been put forward. Indeed, since the period grows at a large rate,  $2.37 \text{ s century}^{-1}$  (Horvath et al. 1998), the star is thought to be rapidly expanding on a time scale compatible with the shell-hydrogen burning phase, and thus should be more evolved than “classical”  $\beta$  Cepheids which are thought to be at the end of the core-hydrogen burning phase (Sterken & Jerzykiewicz 1990).

The interpretation of these unusual observational phenomena in a  $\beta$  Cephei star is not clear yet. Using a linear mode identification technique performed on both spectral and light variations, Aerts et al. (1998) show that the pulsation mode is radial. In this framework, the actual hydrodynamical picture involves two shock waves per pulsation period, which explains the line doubling in the framework of the Schwarzschild mechanism (1954). A possible scenario (Mathias et al. 1998, hereafter MGFC) is that a wave, originating from the inner layers where the  $\kappa$ -mechanism due to iron lines acts, brakes before reaching the photosphere (since even the weak metallic lines are double). This shock imparts an outward motion to the atmospheric layers which then follow a ballistic motion until they fall back. At this stage, the lower layers are more decelerated than the upper ones and induce a velocity gradient that becomes so large that it also brakes into a second shock. In this view, the stillstand in the velocity curve represents a relaxation phase of the atmosphere.

However, this global scenario has several variants. For instance, Young et al. (1981) suggest that a stationary layer is generated during the infalling atmospheric motion by the strong increase in temperature and gas pressure, and that the line doubling is not the result of the propagation of a shock front. Smith & Jeffery (2003) use thermodynamical considerations, especially temperature variations, to explain the Van Hoof effect, since no phase-lag is detected between the

different optical lines they considered. In MGFC we were able to measure a phase-lag between the Si III and H $\alpha$  variations which was interpreted in terms of the presence of progressive waves (Mathias & Gillet 1993).

All the ideas mentioned so far were purely based on good observational material, but a model is desirable to clarify what happens in the star. Up to now, the only attempt to model the observations was performed by Moskalik & Buchler (1994). They used a nonlinear pulsation model where the dynamics was governed by a unique outward propagating shock originating at the bottom of the He II ionization zone. In this view, the consecutive strong compression provokes a sudden jump of the Rosseland mean opacity which contributes to the formation of an apparent discontinuity in the observed radial velocities. However, this results in a stillstand which is at a value of about  $-100 \text{ km s}^{-1}$  in the rest frame of the star, whereas its observed value is around the stellar  $\gamma$ -velocity at  $-9.2 \text{ km s}^{-1}$  (MGFC).

The main objective of this paper is to interpret observations of BW Vulpeculae using an auto-coherent pulsation model which has already been successfully used for different classes of radial pulsators, from RR Lyrae (Fokin & Gillet 1997) to RV Tauri (Fokin 2001) and post-AGB (Jeannin et al. 1997). The paper is organized as follows: in Sect. 2, we briefly describe our new high-time-resolution spectra. The pulsation model is applied to these new data in Sect. 3, while Sect. 4 deals with a comparison of line profile variations derived from observations and those computed from the model. Some concluding remarks are given in Sect. 5.

## 2. Observations

Spectra were obtained at the Observatoire de Haute-Provence with the 1.52 m telescope using the AURELIE spectrograph during 7 consecutive nights, from August 14 to 21, 2000. The spectral resolution was around 25 000 over a 120 Å spectral range centered on the Si III triplet at 4552, 4567 and 4574 Å. This relatively low spectral resolution allowed a very good temporal sampling: with a mean exposure time of 2 min, more than 100 spectra per pulsation period were obtained. The measured signal-to-noise is between 100 and 150. Reductions were performed using the standard IRAF package.

Our observations are presented in phase according to the pulsation period. By convention, the pulsation phase  $\varphi = 0$  corresponds to maximum luminosity. Since we have no simultaneous photometric observations, dates of maximum luminosity were computed following the most recent ephemeris provided by Horvath et al. (1998). Because this ephemeris gives dates concerning light minima, we added 0.1116 d (0.555 P) to retrieve the usual phase convention (Sterken et al. 1987).

## 3. Nonlinear model

### 3.1. Model description

The basic stellar parameters for BW Vul are still uncertain. According to different authors, the mass is between 11 and  $14 M_{\odot}$ , luminosity between  $\log L/L_{\odot} = 4.146$  and  $4.431$

and  $\log T_{\text{eff}}$  between 4.33 and 4.386 (Aerts et al. 1998; Lesh & Aizenman 1978; Heynderickx 1992; Moskalik & Buchler 1994). We tried different sets of parameters, and finally chose a model close to the second turn-over point on the  $11 M_{\odot}$  evolutionary track of Dziembowski & Pamyatnykh (1993). The parameters of this 150-zone model are:  $M = 11 M_{\odot}$ ,  $\log L = 4.176$ ,  $\log T_{\text{eff}} = 4.362$ , which is close to the BW Vul model published by Moskalik & Buchler (1994).

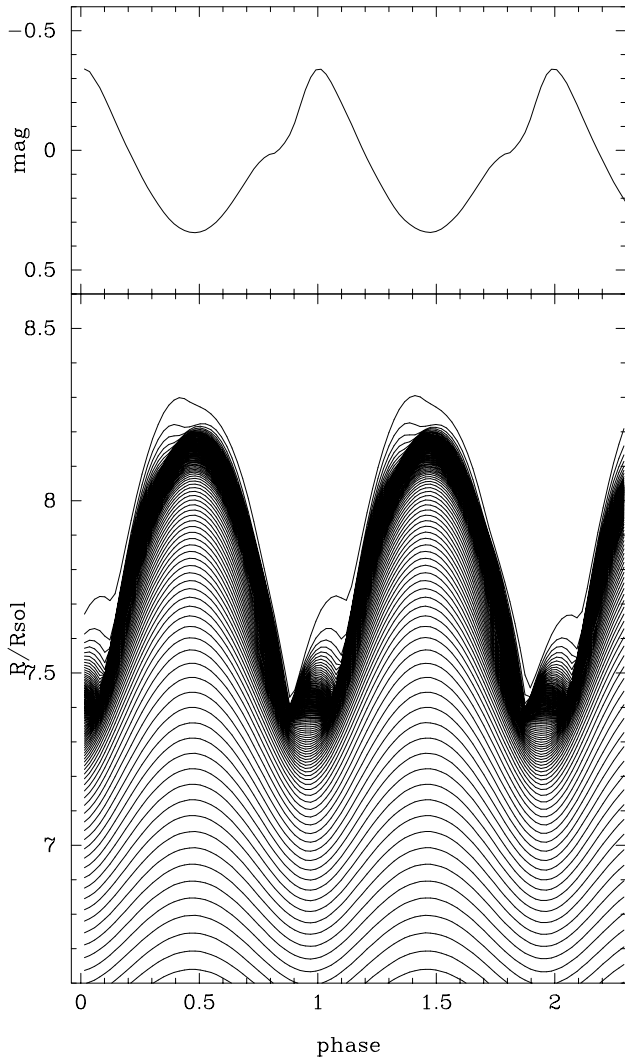
Our model was calculated with the radiative Lagrangian code by Fokin (1990) which uses variable Eddington factors and a time-dependent transfer equation. The inner boundary was fixed to  $T = 4.4 \times 10^7 \text{ K}$ , corresponding to about 5% of the photometric radius and the envelope contained 83% of the stellar mass. We used the OPAL92 opacity tables, and studied both  $Z = 0.02$  and  $0.03$  metallicity. We started the calculations with an initial velocity profile of  $10 \text{ km s}^{-1}$  at the surface.

The  $\beta$  Cepheid models are characterized by an extremely slow growth rate, so usually the limit cycle is achieved after some  $10^5$  pulsational cycles.

The model with  $Z = 0.02$  (the metallicity used by Moskalik & Buchler 1994) reached its fundamental limit cycle with the period of 0.211 days and bolometric and radial velocity amplitudes  $\Delta m = 0.15 \text{ mag}$  and  $2K = 40 \text{ km s}^{-1}$ , respectively. The relative radial amplitude at the surface is  $\Delta R/R = 2.5\%$ . Its pulsation is sinusoidal and synchronic in most of the atmosphere. This model represents a typical  $\beta$  Cepheid star, having very small amplitude, but has little in common with BW Vul.

The model with  $Z = 0.03$ , on the contrary, has reached the limit cycle with very large amplitudes,  $\Delta m_{\text{bol}} = 0.7 \text{ mag}$  and  $2K = 260 \text{ km s}^{-1}$ , with the period  $P = 0.217$  days. The relative radial amplitude at the surface is  $\Delta R/R = 12\%$ . This model is presented in Figs. 1–6. In Fig. 1 one can clearly see the bump of the light curve at phase 0.8, as well as complicated motions in the upper atmosphere with shock waves. According to Barry et al. (1984), the estimated bolometric magnitude should be about 0.75 mag, which is close to our theoretical value of 0.7 mag. Unfortunately, the bolometric light curve cannot be directly compared with the observational curve since the observations give only the photometry in a few selected spectral bands. On the other hand, the theoretical estimation of the visual light curve is not very certain. Notably, it is difficult to estimate  $T_{\text{eff}}$  with sufficient accuracy (i.e. the temperature at  $\tau = 2/3$  in the chosen continuum) in a Lagrangian mesh because of strong variations of  $\tau$  and  $T$  over only a few mass zones.

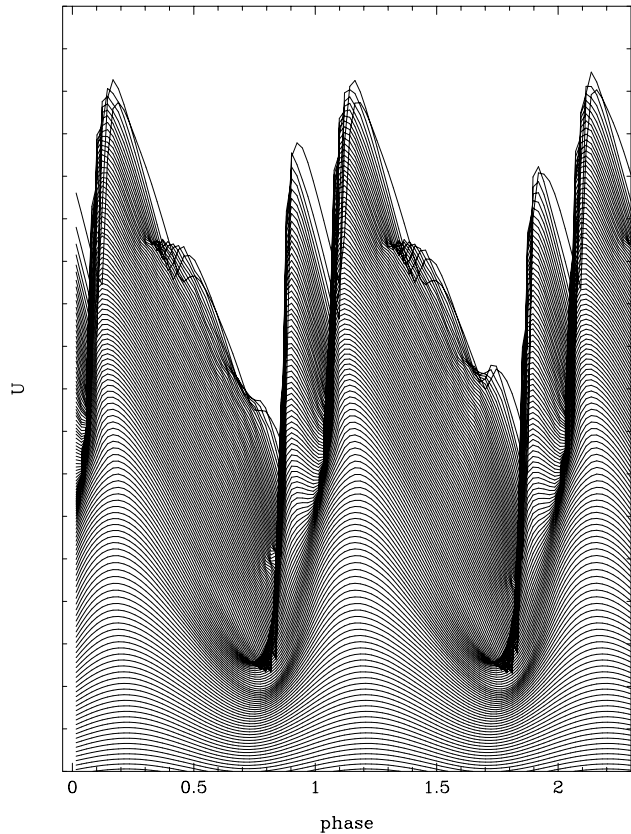
We note that, as further test calculations have shown, the amplitudes and the character of the pulsation are not sensitive to small variations of  $L$ ,  $T_{\text{eff}}$  and  $M$ . For instance, we tried several models located on the evolutionary tracks for  $M$  from 10 to  $14 M_{\odot}$ . We varied  $T_{\text{eff}}$  by 16% and  $L$  from 10 000 to  $18 600 L_{\odot}$ , and obtained only slight variations in  $\Delta m$  (from 0.5 to 0.7) and  $2K$  (from 195 to  $270 \text{ km s}^{-1}$ ). All these models have the characteristic bump in their light curves and a stillstand in the velocity curves. The period of the models varied as well, so our choice of the BW Vul model was motivated by the closeness of the theoretical to the observed periods.



**Fig. 1.** Theoretical bolometric light curve (*upper diagram*) and displacement of different mass zones (*lower panel*) for a BW Vul model with  $M = 11 M_{\odot}$ ,  $\log L/L_{\odot} = 4.176$ ,  $\log T_{\text{eff}} = 4.362$  and  $Z = 0.03$ .

As we show below, the bump and the stillstand are the results of a passage of two strong shocks formed close to the region of instability ( $T \approx 2.5 \times 10^5$  K). The Linear Non Adiabatic (LNA) analysis reveals that there is no low-mode resonance in the BW Vul model up to the third overtone, so the Cepheid-like explanation of the bump is not relevant.

In Fig. 2 we represent the velocity curves for all mass zones in the outer atmosphere. The scale is the same for all zones, and the curves are shifted to each other for clarity. Two main shocks are clearly seen, at about  $\varphi = 0.8$  and  $1.0$ . To confirm them, we plot the maxima of the compression rate for the most important compression/shock waves versus the mass zone in Fig. 3. We also indicate the mass position of the zone  $T = 250\,000$  K where the Z-peak  $\kappa$ -mechanism acts, the photosphere, and both boundaries of the He ionization zone. Figure 4 shows the maxima of the compression rate vs. radius. Here we must note that between phases 0.7 and 0.85 the first shock is receding, as noted by MGFC. Indeed, the velocity of the falling atmosphere during this time largely exceeds the velocity of the shock, so the first shock is captured by the falling matter until



**Fig. 2.** Velocity curves for different mass zones of the BW Vul model  $Z = 0.03$ . The curves are shifted relative to each other for clarity. The scale is the same for all zones,  $30 \text{ km s}^{-1}$  between two tick marks.

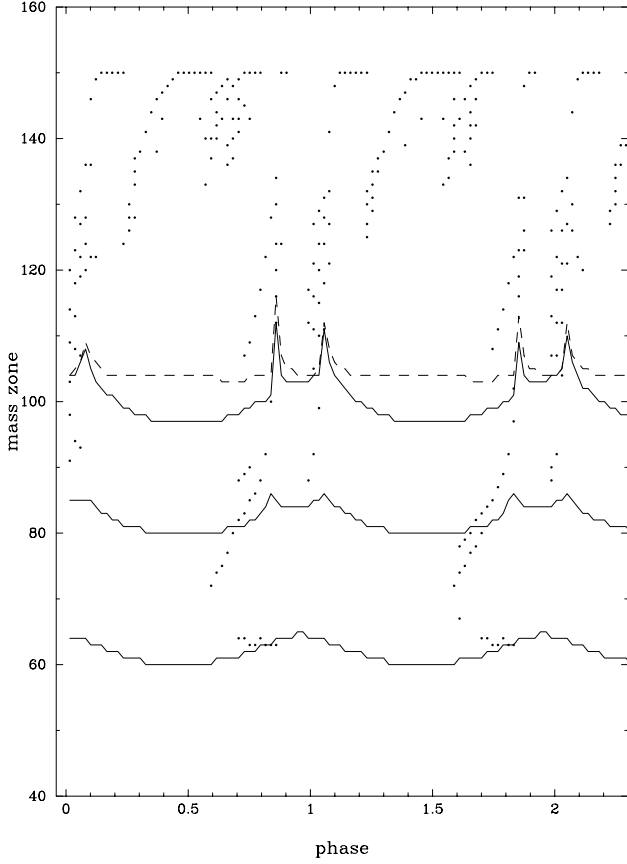
phase 0.85–0.9, when the shock becomes upraising in radius. On the contrary, the second shock is from the beginning upraising in radius. We recall that the shocks are always propagating outwards *in mass*.

We also remark that the outer boundary of the He ionization zone (at about  $T = 40\,000$  K) remains strangely flat during the whole phase of “stillstand” between the two shock waves (Fig. 4).

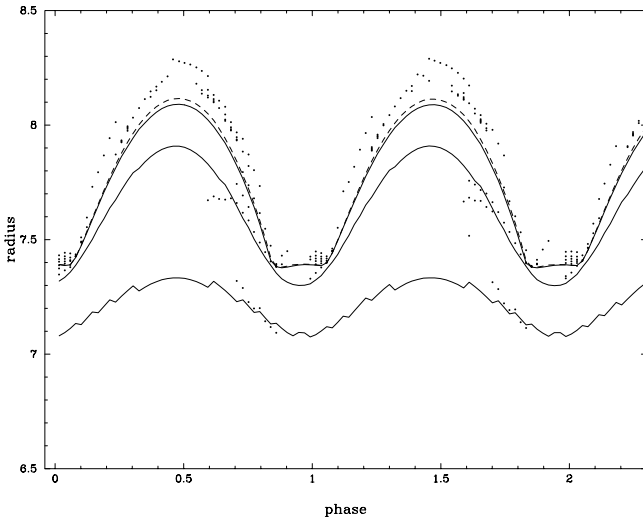
### 3.2. Shock dynamics

The general picture of the shock dynamics in the BW Vul model is as follows. In the expansion phase soon after  $\varphi = 0.1$  the atmosphere decelerates and then (after phase 0.45) falls down – with almost constant deceleration,  $\approx 13 \text{ m s}^{-2}$ , which is about 4 times less than the mean gravity in the model atmosphere. During the contraction phase, the compression of the gas is not homogeneous. At  $\varphi = 0.6$  in the region of  $T = 100\,000$ – $250\,000$  K the rate of compression exceeds that in the regions above.

At the same time the luminosity from the inner zones starts increasing rapidly, but it is effectively absorbed in the outer region of the Z-peak zone ( $T = 200\,000$  K). From phase 0.8 (the beginning of the “stillstand”) until 0.95 this absorption is especially strong (see Figs. 5–6). This absorption creates an over-pressure above the Z-peak zone ( $\kappa$ -mechanism). After

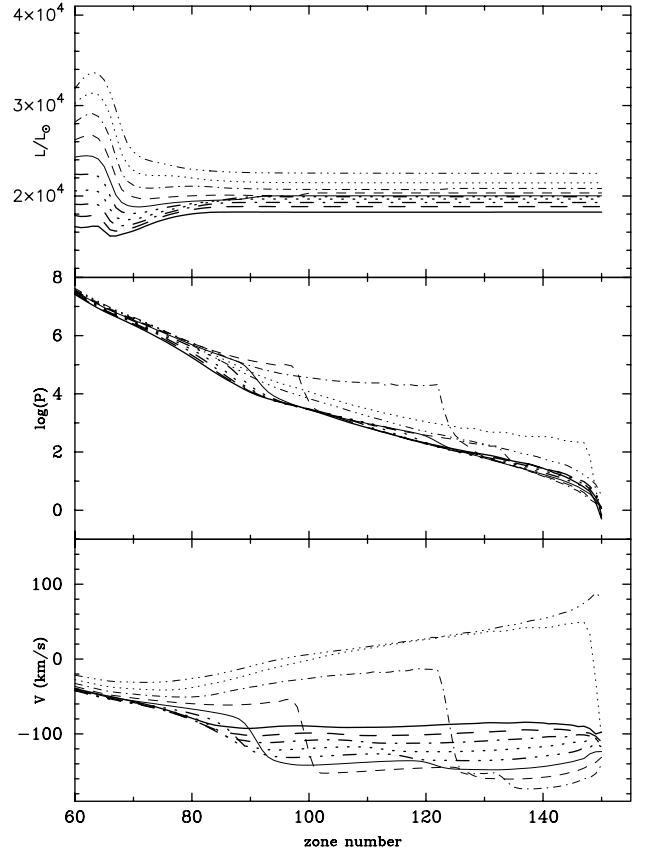


**Fig. 3.** Shock propagation through the mass grid. Points mark the maxima of compression corresponding to the most important compression/shock waves. The lower solid curve below corresponds to the middle of the Z-peak region. The two upper solid curves limit the He ionization region. The dashed curve indicates the level of the photosphere.



**Fig. 4.** Same as in Fig. 3 but versus radius (in  $R_{\odot}$ ).

approximately phase 0.75 the compression wave, caused by this over-pressure, starts propagating outwards and shortly transforms into a shock wave, hereafter called shock 1. This is clearly seen in Fig. 5.

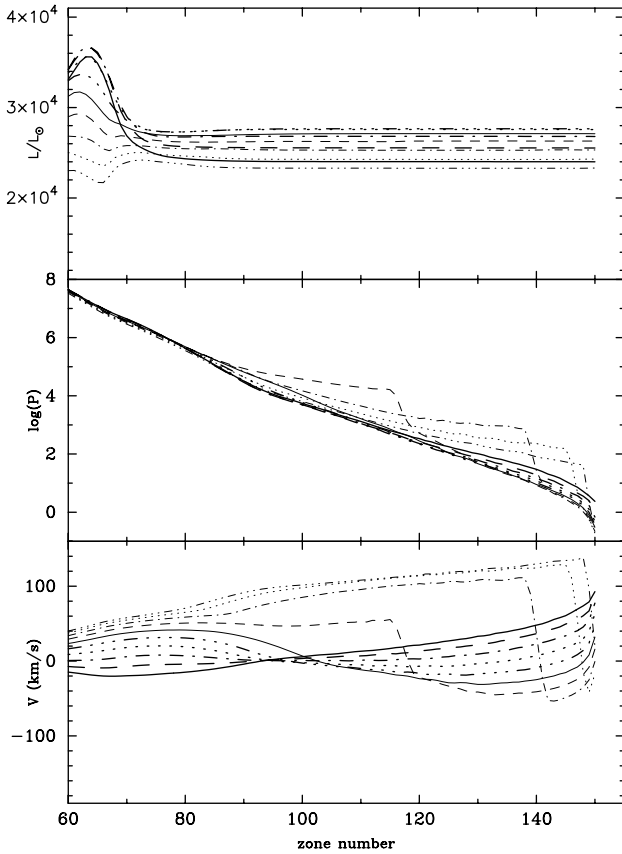


**Fig. 5.** Time evolution of the profiles of luminosity (*upper diagram*), gas pressure (*middle*) and velocity (*bottom*) versus the number of the mass zone between phases 0.69–0.87, corresponding to the generation of shock 1. Phase 0.69 refers to the thick solid curve, and phase 0.87 to the thin three-dotted curve. Mass zone number 60 approximately corresponds to the Z-peak zone having  $T = 250\,000$  K, while mass zone 150 corresponds to the top of the atmosphere.

Soon this shock enters the zone of He ionization, where it reaches a velocity amplitude of about  $100\text{ km s}^{-1}$  and a density compression rate of about 13. Due to the perturbation of the temperature and density of the gas, the opacity in the wake of this shock increases by a factor of 2. Consequently, the strong radiative absorption in the region of the Z-peak and in the wake of shock 1 is the cause of the observed bump in the light curve. On the other hand, as we show below, there is no strict stillstand in both the observed and theoretical velocity curves.

Shock 1 then increases in amplitude, up to  $140\text{ km s}^{-1}$ , and reaches a compression rate of about 100. It rapidly passes through the atmosphere and escapes. During the photometric bump (until the escape of shock 1) the absorption in the Z-peak zone and above it still continues, also due to the increasing opacity in the wake of shock 1.

After the escape of shock 1 the outer envelope starts expanding, while the inner shells are still in compression. The expansion of the outer atmosphere is slow. The absorption in the Z-peak region is still about  $11\,000 L_{\odot}$ , but the luminosity from the inner region increases, so the total stellar luminosity starts increasing after the short bump. However, the accumulation of thermal energy due to absorption in this zone continues.



**Fig. 6.** Same as Fig. 5 for phases 0.91–1.09, corresponding to the generation of shock 2.

Near phase 0.95 the compression starts expanding outwards from the inner zones (see Fig. 6). Soon after, a new shock is formed in the helium ionization zone (“shock 2”).

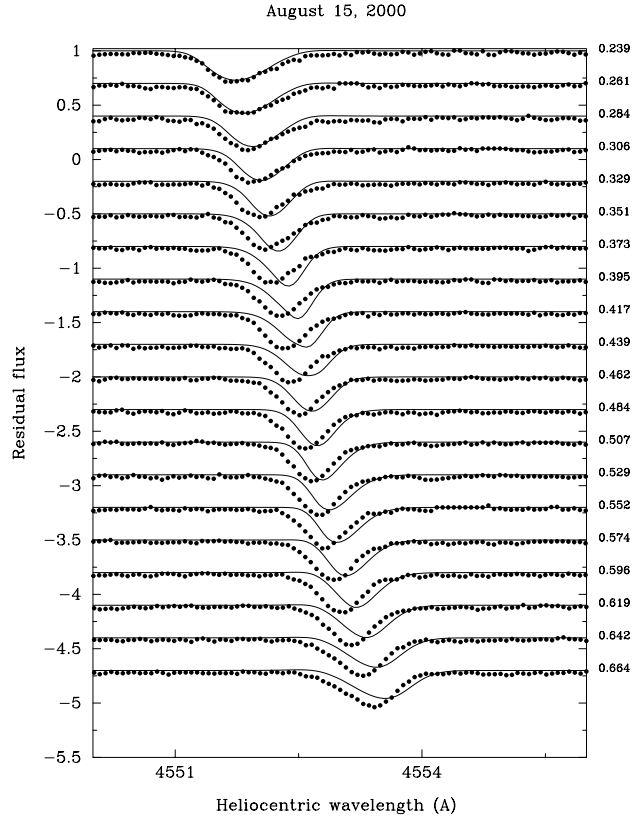
The outer atmospheric layers are now falling, accelerated by the gravity. The absorption in the Z-peak region stops, but the luminosity from the inner region also becomes less, so the surface luminosity soon starts decreasing.

Just before phase 1.1 the inner (postshock) envelope expands with a velocity of  $110 \text{ km s}^{-1}$ , while the outmost (preshock) atmospheric layers fall with a velocity of  $50 \text{ km s}^{-1}$ . At  $\varphi = 1.1$  the second shock arrives at the surface, and the whole envelope starts expanding again (main expansion).

An important result from the above analysis is that both shock waves have their origin in the region lying well below the photosphere (the Z-peak zone for shock 1, and the Helium ionization zone for shock 2), and are seemingly due to the  $\kappa$ -mechanism in the Z-peak zone.

#### 4. Line profiles: theory vs. observations

After the model was generated, we calculated a series of snapshots of the atmospheric structure (about 50 per pulsational period) to study the theoretical line profiles. The line transfer problem for each model atmosphere was solved with the code of Fokin (1991) under the LTE assumption. For all phases we assumed the same microturbulent velocity of  $1 \text{ km s}^{-1}$ , and we considered a projected rotation velocity of  $v \sin i = 24 \text{ km s}^{-1}$



**Fig. 7.** The sequences of calculated (solid curves) and observed (dots) profiles of the Si III 4553 Å line for phases 0.239–0.664.

(Stankov et al. 2003). The line profiles have been convolved with the relevant instrumental profile.

In Figs. 7 and 8 we present the comparison of the theoretical and observed profiles of the Si III 4553 Å line for almost a full pulsational cycle.

Although there are phases where both profiles fit well, some disagreement appears near the phases of the shock development, which can be explained by shortcomings of the nonlinear model, as it is based on only four initial parameters. Also, during these phases the LTE hypothesis may be insufficient.

In Figs. 9–11 we present the detailed comparison of different features of the predicted profiles versus the observational ones obtained on 7 consecutive nights in August 2000. Note that the theoretical curve is the same in each diagram, and is compared with the observed curves for different nights. These three diagrams show, respectively, the *FWHM* (Fig. 9), the residual flux (RF: Fig. 10) in the minima, and the radial velocities measured at the minima of the principal absorption components (Fig. 11).

Note that the observational curves are noticeably variable from cycle to cycle. If we fix some phases, we shall see that the discrepancy between the observed and predicted curves also varies significantly from night to night. This behaviour cannot be explained by our model, which is strictly periodic.

The comparison of the *FWHM* curves (Fig. 9) is good, and for most phases and nights even excellent. This is due to the fact that the *FWHM* is less sensitive to opacity or temperature variations.

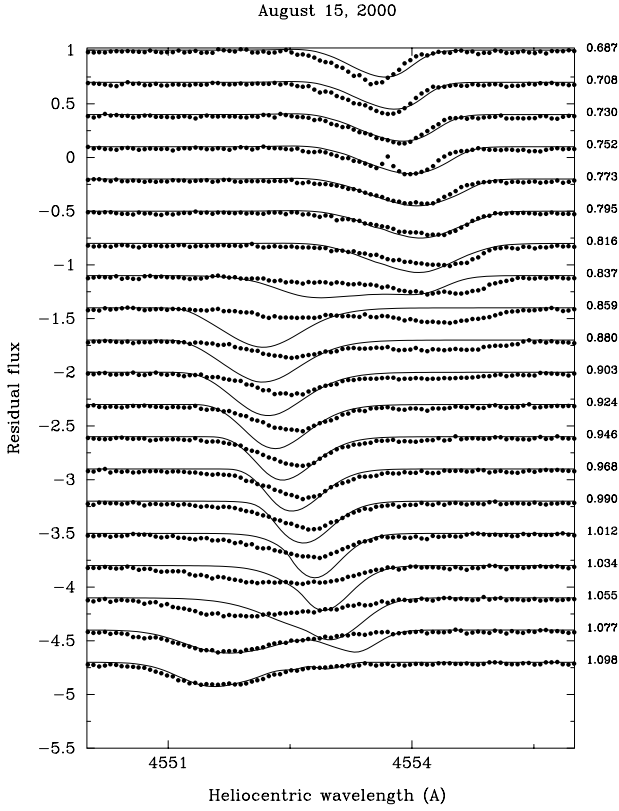


Fig. 8. Same as Fig. 7 for phases 0.687–1.098.

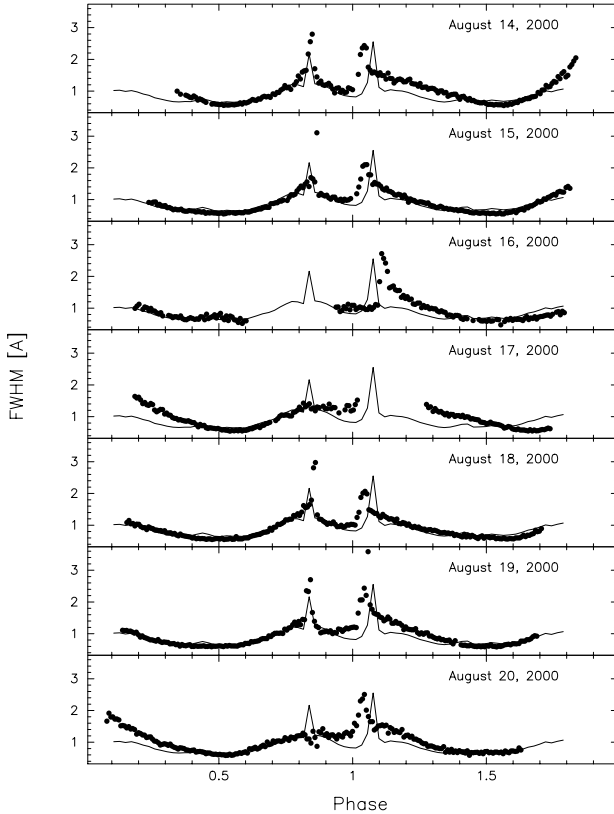


Fig. 9. Theoretical (solid) and observational (points) Full Widths at Half Magnitude of the Si III 4553 Å line. The comparison is presented for all seven consecutive nights, with the dates indicated in each diagram.

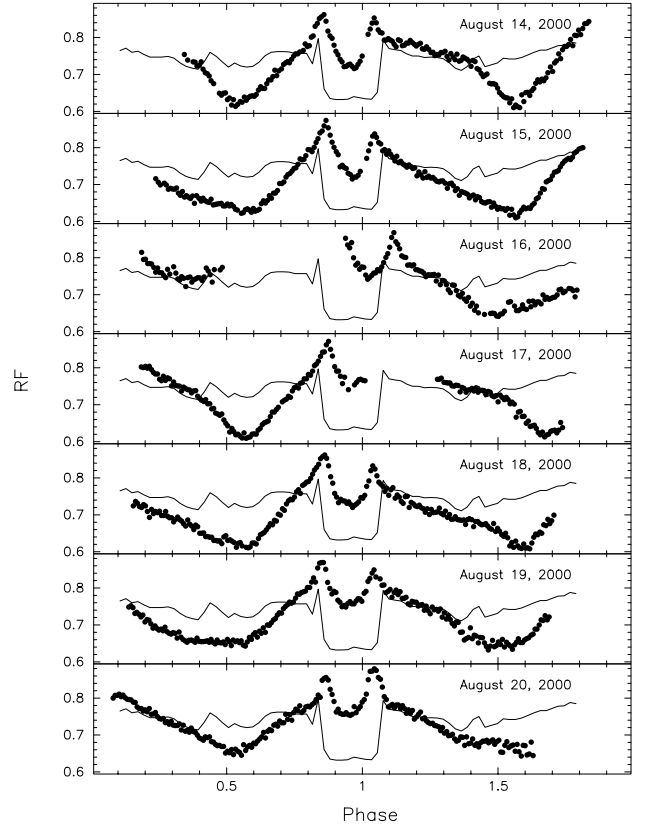


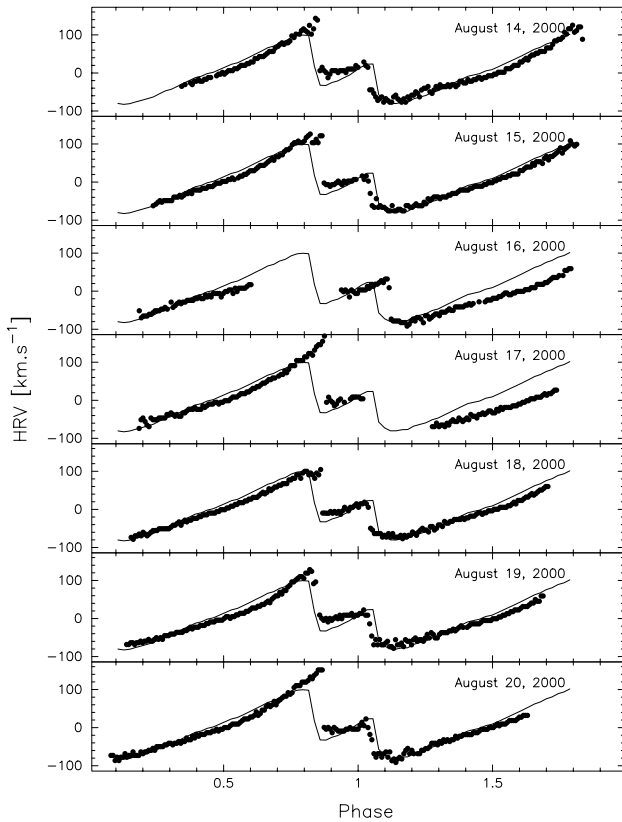
Fig. 10. Same as in Fig. 9 for the residual flux of the principal component. We note that the theory–observation discrepancy in flux is normally less than 0.1, or less than 15%.

In contrast with the *FWHM* curves, the RF diagrams (Fig. 10) show greater differences between theory and observations. A good agreement is obtained at phases 0.07–0.4 and 0.75, while between the phases of the shock passages the difference reaches more than 0.1. We suggest that the temperature of the gas after the first shock passage is not correct in the model. This can probably be improved after correction of the radiative cooling rate in the shock wake. Nevertheless, we are optimistic about these diagrams since the relative discrepancy of the flux is less than 15%.

Finally, the radial velocity curves (Fig. 11) show very good agreement with the observations for almost all the nights. We note that the “stillstand” is rather an idealization, especially clearly seen in the curve of August 16: during this period the velocity varies significantly, a fact confirmed by our model.

## 5. Discussion and conclusion

Our nonlinear model represents reasonably well the main observed features of BW Vulpeculae, i.e. period, amplitudes, stillstand and bump, light and velocity curves. We also confirm that two shocks are generated consecutively in the stellar envelope – one at each phase of the observed velocity discontinuities (and not one shock as previously stated by Moskalik & Buchler 1994). These shocks are extremely rapid, so the corresponding line-doublings are very short (less than 0.02 P). The physical origin of these shocks is not very clear yet, but we



**Fig. 11.** Same as in Fig. 9 for the radial velocities measured from the minima of the principal absorption component.

suggest that the main mechanism is a strong radiative absorption in the zone of the “Z-peak”. Also, the characteristic asynchronous motions of the upper and lower envelope regions can contribute to the shock generation. We stress that both shocks are generated below the photosphere.

It is noteworthy that the first shock revealed by the model is at first receding in radius, while the second one is always rising, in agreement with what was described in MGFC.

We found that a metallicity  $Z = 0.02$  is too low, and that the observed amplitudes can be reproduced only with  $Z = 0.03$ . In the limit cycle regime the maxima of the kinetic energy  $\log E_k$  for these two metallicities are 42.47 and 43.26, respectively. The linear analysis shows that the only driving zone in the models is that of the “Z-peak” of opacity at  $\log T = 5.2\text{--}5.4$ . Just above and below there are two regions of positive dissipation, with the deep one being more effective. LNA calculations show that the model with  $Z = 0.03$  is unstable in the F-mode, while the  $Z = 0.02$  model is only marginally unstable. We found that the lower damping zone becomes more effective as  $Z$  decreases

from 0.03 to 0.02. Apart from being a direct effect of the metal abundance, it seems that this is also due to the fact that the work integrand in the lower dissipation zone increases by an equal amount. The higher relative amplitude in this zone can provoke higher gradients and, consequently, the growth of positive dissipation, including the nonlinear regime. Unfortunately, linear analysis alone cannot explain definitively the low energetics of the  $Z = 0.02$  model, and can give only a rough idea.

We suggest that other members of the  $\beta$  Cepheid group, which have much smaller amplitudes than BW Vul, must have lower metallicity, as is shown in our second model, which is identical except for  $Z = 0.02$ .

*Acknowledgements.* A.F. acknowledges the Observatoire de la Côte d’Azur and personally J.-C. Valtier for their kind reception and financial support.

## References

- Aerts, C., Mathias, P., Van Hoolst, T., et al. 1995, *A&A*, 301, 781
- Barry, D. C., Holberg, J. B., Forrester, W. T., Polidan, R. S., & Furenlid, I. 1984, *ApJ*, 281, 766
- Cox, A. N., Morgan, S. M., Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, *ApJ*, 393, 272
- Dziembowski, W. A., & Pamiatnykh, A. A. 1993, *MNRAS*, 262, 204
- Fokin, A. B. 1990, *Ap&SS*, 164, 95
- Fokin, A. B. 1991, *MNRAS*, 250, 258
- Fokin, A. B., & Gillet, D. 1997, *A&A*, 325, 1013
- Fokin, A. B. 2001, In *Stellar pulsation – nonlinear studies ASSL series*, ed. M. Takeuti, & D. D. Sasselov, 257, 103
- Heynderickx, D. 1992, Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium
- Horvath, A., Gherega, O., & Farkas, L. 1998, *Rom. Astron. J.*, 8, 89
- Jeannin, L., Fokin, A. B., Gillet, D., & Baraffe, I. 1997, *A&A*, 326, 203
- Lesh, J. R., & Aizenman, M. L. 1978, *ARA&A*, 16, 215
- Mathias, P., & Gillet, D. 1993, *A&A*, 278, 511
- Mathias, P., Gillet, D., Fokin, A. B., & Cambon, T. 1998, *A&A*, 339, 525
- Moskalik, P., & Buchler, J. R. 1994, in *Pulsation, Rotation and Mass Loss in Early-Type Stars*, ed. L. A. Balona, H. F. Henrichs, & J.-M. Le Contel (Kluwer Academic Publishers), IAU, 162, 19
- Schwarzschild, M. 1954, in *Transactions of the IAU VIII*, ed. P. Th. Oosterhoff (Cambridge University Press), 811
- Smith, M. A., & Jeffery, C. S. 2003, *MNRAS*, 341, 1141
- Stankov, A., Ilyin, I., & Fridlund, C. V. M. 2003, *A&A*, 408, 1077
- Sterken, C., Young, A., & Furenlid, I. 1987, *A&A*, 177, 150
- Sterken, C., & Jerzykiewicz, M. 1990, in *Confrontation between stellar pulsation and evolution*, ASP, 236
- Young, A., Furenlid, I., & Snowden, M. S. 1981, *ApJ*, 245, 998

## Annexe E

# Bibliographie de l'Auteur

### PUBLICATIONS DANS DES REVUES À COMITÉ DE LECTURE :

1. *Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry - I. VINCI/VLTI observations of seven Galactic Cepheids*,  
Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., Mourard, D., Coude du Foresto, V. 2004 A&A...416..941K
2. *Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry - II. Calibration of the Period-Radius and Period-Luminosity relations*,  
Kervella, P., Bersier, D., Mourard, D., Nardetto, N., Coude du Foresto, V. 2004 A&A...423..327K
3. *Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry - III. Calibration of the Barnes-Evans relation*,  
Kervella, P., Bersier, D., Mourard, D., Nardetto, N., Coude du Foresto, V., 2004 A&A...428...587K.
4. *The angular size of the Cepheid  $\ell$  Car : a comparison of the interferometric and surface brightness techniques*,  
Kervella, P., Fouqué, P., Storm, J., Gieren, W. P., Bersier, D., Mourard, D., Nardetto, N., Coudé du Foresto, V., 2004 ApJ...604L.113K 5.
5. *Hydrodynamic models for  $\beta$  Cephei variables I. BW Vulpeculae revisited*,  
Fokin, A., Mathias, Ph., Chapellier, E., Gillet, D. and Nardetto, N. 2004 A&A...426...687
6. *Self consistent modelling of the projection factor for interferometric distance determination*,  
Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., Mathias, Ph., Kervella, P., Bersier, D., 2004 A&A...428...131
7. *High resolution spectroscopy for Cepheids distance determination - I. Line asymmetry*,  
Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., Mathias, Ph. 2005, accepté pour publication dans A&A
8. *Probing the dynamical structure of  $\delta$  Cep atmosphere*,  
Nardetto, N., Mourard, D., Kervella, P., Mathias, Ph., Mérand, A., Bersier, D., 2005, accepté pour publication dans A&A

### COMMUNIQUÉS DE PRESSE :

1. *Cepheid pulsations resolved by the VLTI*,  
Kervella, P. ; Bersier, D. ; Nardetto, N. ; Mourard, D. ; Fouqué, P. ; Coudé Du Foresto, V. ; ESO, The Messenger, 117, 53-57 (2004)
2. *Le VLTI observe la pulsation de quatre Céphéides : un pas vers l'étalonnage direct de l'échelle des distances extragalactiques*,  
Kervella, P., Bersier, D., Nardetto, N., Mourard, D., Fouqué, P., Coudé Du Foresto, V., 2004, CNRS/INSU (<http://www.insu.cnrs.fr/web/article/art.php?art=1117>)



## PUBLICATIONS DANS DES COLLOQUES INTERNATIONAUX :

1. *Cycle to cycle irregularities in the monop periodic  $\beta$  Cephei star BW Vulpeculae*,  
Garnier, D., Nardetto, N., Mathias, P., Gillet, D., Fokin, A., 2002 rnpp.conf..206G, Belgique
2. *VINCI/VLTI Interferometric Observation of Cepheids*,  
Nardetto, N., Kervella, P., Mourard, D., Bersier, D., Coudé Du Foresto, V. 2004vslg.conf..520N, Nouvelle Zélande
3. *Cepheid distances from interferometry*,  
Kervella, P., Nardetto, N., Bersier, D., Mourard, D., Fouqué, P., and Coudé Du Foresto, V. 2005, Colloque VLTI 2<sup>nd</sup> génération, Garching, Allemagne
4. *VEGA : a visible spectrograph and polarimeter for the VLTI*,  
D. Mourard et al., 2005, Colloquium VLTI 2<sup>nd</sup> génération, Garching, Allemagne
5. *LMC Cepheids with the VLTI*,  
Mourard, D., Nardetto, N., Lagarde, S., Petrov, R., Bonneau, D., Millour, F. Colloque VLTI 2<sup>nd</sup> génération, Garching, Allemagne
6. *Study of the projection factor to break the frontier of accuracy in Cepheid distance determination*,  
Nardetto, N., Mourard, D., Mathias, Ph., Fokin, A. 2005, Colloque VLTI 2<sup>nd</sup> génération, Garching, Allemagne.
7. *The projection factor for Cepheid distances determination*,  
Nardetto, N., Mourard, D., Mathias, Ph., Fokin, A., 2005, Colloque "Stellar Pulsation And Evolution", Rome
8. *Prospects for direct distance determination of LMC Cepheids by differential interferometry*,  
Mourard, D. & Nardetto, N., 2005, Colloque "Stellar Pulsation And Evolution", Rome

## PUBLICATIONS DANS DES COLLOQUES NATIONAUX (SF2A) :

1. *Cepheid parameters from long-baseline interferometry : VINCI/VLTI observations of seven Galactic Cepheids*,  
Kervella, P., Nardetto, N., Mourard, D., Bersier, D., Coudé Du Foresto, V., 2003sf2a.conf..531K, Bordeaux
2. *Self consistent modelling of the projection factor for interferometric distance determination*,  
Nardetto, N., Fokin, A., Mourard, D., Mathias, Ph., Kervella, P., Bersier, D. 2004sf2a.confE.295N, Paris
3. *Breaking the frontier of accuracy in Cepheid distances determination*,  
Nardetto, N., Mourard, D., Mathias, Ph., Fokin, A. 2005, SF2A, Strasbourg

## AUTRES PUBLICATIONS :

1. *Etude à haute résolution temporelle de l'étoile pulsante BW Vulpeculae : les performances du nouveau détecteur CCD d'AURELIE*,  
Garnier, D., Nardetto, N., Mathias, P., Gillet, D., "la lettre de l'OHP Numéro 20", 2001

---

COMMUNICATIONS ORALES DANS DES COLLOQUES NATIONAUX ET INTERNATIONAUX :

1. *VINCI/VLTI Interferometric Observation of Cepheids*,  
2003, Colloque IAU “Variable stars in the local group”, Nouvelle-Zélande
2. *Observation de 7 Céphéïdes avec VINCI/VLTI*,  
2003, SF2A, Bordeaux
3. *Les céphéïdes, des chandelles stellaires pour la détermination des distances extragalactiques : le problème du facteur de projection*,  
2004, SF2A, Paris
4. *The projection factor for interferometric distance determination*,  
2005, “Cepheids Pulsation Workshop”, Paris
5. *The projection factor for interferometric distance determination*  
2005, IAU “Stellar Pulsation and Evolution”, Rome
6. *Vers de plus grandes précisions pour la détermination de distance des Céphéïdes Galactiques*,  
2005, SF2A, Strasbourg

CONFÉRENCES :

1. *Les distances dans l’Univers*,  
2004, Conférence “grand public”, Nuit Coupoles Ouvertes à Calern (Observatoire de la Côte d’Azur).
2. *Breaking the frontier of accuracy in Cepheids distance determination*  
avril. 2005, Conférence à l’Observatoire de Vienne
3. *La dynamique atmosphérique des Céphéïdes et l’étalonnage des échelles de distance dans l’univers*  
déc. 2005, Conférence à l’Observatoire de Lyon - CRAL
4. *La dynamique atmosphérique des Céphéïdes et l’étalonnage des échelles de distance dans l’univers*  
déc. 2005, Conférence à l’Observatoire de Grenoble - LAOG



# Bibliographie

- [1] Albrow M.D., Cottrell P.L., 1994, MNRAS, 267, 584
- [2] Alibert, Y., Baraffe, I., Hauschildt, P., & Allend, F., 1999, A&A, 344, 551
- [3] Allen, P. D., and Shanks, T., 2004, MNRAS, 347, 1011
- [4] Baade, W., 1926, Astron. Narch. 228, 359.
- [5] Baade, W., 1944, Ap. J. 100, 137.
- [6] Baade, W., 1956, Pub. A. S. P., 68, 5.
- [7] Baraffe, I, Alibert, Y, Méra, D. & Chabrier G., 1998, ApJ, 499, 205
- [8] Baranne, A., Mayor, M., Poncet, J. L. 1979, Vistas in Astronomy, 23, 279
- [9] Becker, W., 1940, Z. Astrophys. 19, 289
- [10] Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., et al. 2002, AJ, 124, 1695
- [11] Breitfellner M.G., Gillet D. 1993, ApJ, 277, 524B
- [12] Bohm-Vitense, E., 1985a, Ap. J., 296, 169
- [13] Bohm-Vitense, E., et Proffitt, C., 1985b, Ap. J., 296, 175
- [15] Bono, G., Stellingwerf, R.F. : 1999, ApJS 93, 233
- [15] Bono, G., Marconi, M., Stellingwerf, R.F. : 1999, ApJ 122, 167
- [16] Bozza, U., et Mancini, L., 2004, GReGr, 36, 435B
- [17] Burki, G., Mayor, M., Benz, W. 1982, aap, 109, 258
- [18] Butler, R. P., 1993, ApJ, 415, 323
- [19] Butler, R. P., Bell, R. A., et Hindsley, R. B., 1996, ApJ, 461, 362
- [20] Carroll, M. A. 1928, MNRAS, 88, 548
- [21] Castor, J. P. 1972, ApJ, 204, 116

- [22] Colavita, M. M. & Wizinowich P. L. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 79
- [23] Chiosi, C., Wood, P.R. & Capitanio, N. 1993, *ApJ*, 86, 541
- [24] Claret, A. 2000, *A&A*, 363, 1081
- [25] Coude Du Foresto, V., Ridgway, S., Mariotti, J.-M. 1997, *A & AS*, 121, 379
- [26] Courant, R., Friedrichs, K. Lewy, H. 1928, *Math. Ann.* 100, 32
- [27] Cox, J.P. 1980, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- [28] Davis, J., Tango, W. J. & Booth, A. J. 2000, *MNRAS*, 318, 387
- [29] Dorfi, E.A., Drury, L.O'C. : 1987, *J. Comp. Phys.* 69, 175
- [30] Dorfi, E.A., Feuchtinger, M.U. 1991, *A&A* 249, 417
- [31] Dorfi, E.A., Feuchtinger, M.U. 1999, *A&A* 348, 815
- [32] Dorfi, E.A., Gautschy, A. : 2000, *ApJ* 545, 982
- [33] Dorfi, E.A., Pikall, H., Stökl, A., Gautschy, A. : 2005, *Comp. Phys. Comm.*, submitted
- [34] Eddington, A. S. 1926, Cambridge University Press, 185
- [35] Evans, N. R., 1991, *ApJ*, 372, 597
- [36] Evans, N. R., 1992, *ApJ*, 389, 657
- [37] Elvis, M. et Karovska, M., 2002, *ApJ*, 581, 67
- [38] Fernie, J. D., 1967, *AJ*, 72, 1327F
- [39] Fernie, J. D., 1969, *PASP*, 81, 707
- [40] Fernie, J. D. 1990, *ApJS*, 72, 153
- [41] Fernie, J. D., Beattie, B., Evans, N. R., & Seager, S. 1995, *IBVS* No. 4148
- [42] Feast, M. W. and Walker, A. R., 1987, *Ann. Rev. A&A*, 25, 345
- [43] Feast, M. W., et Catchpole, R. M., 1997, *MNRAS*, 286, L1
- [44] Feast, M., 1999, *PASP*, 111, 775
- [45] Feuchtinger, M.U. 1999, *A&AS* 136, 217
- [46] Fizeau A. H., *C. R. Acad. Sc. Paris* 66, 932 (1868).
- [47] Fokin A.B., 1990, *APSS*, 164, 95
- [48] Fokin A.B., 1991, *MNRAS*, 250, 258

- [50] Fokin A.B., Gillet D. 1994, ApJ, 290, 875
- [50] Fokin A.B., A&A, 292, 133
- [51] Fokin A.B., Gillet D. 1997, ApJ, 325, 1013
- [52] Forestini, “Principes fondamentaux de structure stellaire”, 1999, GIB
- [53] Fouqué, P., & Gieren, W. P., 1997, A&A, 320, 799
- [54] Fouqué, P., Storm, J., and Gieren, W., 2003 LNP, 635, 21F
- [55] Freedman et al., 2001, ApJ, 553, 47
- [56] Getting, I. A. 1935, MNRAS, 95, 141
- [57] Gehmeyr, M. : 1992, ApJ 399, 265
- [58] Girardi, L. et Salaris, M., 2001, MNRAS, 323, 109
- [59] Gieren, W. P., and Fouqué, P., 1998, ApJ, 496, 17
- [60] Gieren, W., Sorm, J., Barnes III, T. G., et al., 2005, ApJ, 627, 237
- [61] Glindemann, A. 2002, The messenger, 108, 40
- [62] Gunn et al., 1988, AJ, 96, 198G
- [63] Gray, D. G. 1999, Cambridge Astrophysics Series, 20
- [64] Groenewegen, M. A. T. and Oudmaijer, R. D., 2000, A&A, 356, 849
- [65] Hertzsprung, E., 1913, AN, 196., 201
- [66] Hindsley, R. B., & Bell, R. A., 1989, ApJ, 341, 1004
- [67] Hoyle et al., 2003, MNRS, 345, 269
- [68] Hubble, 1936, “The realm of the Nebulae” (New Haven, Conn. : Yale University Press) p.16
- [69] Jacoby et al., 1992, PASP, 104, 599J
- [70] Jeannin L., Fokin A.B., Gillet D., Baraffe I. 1997, ApJ, 326, 203
- [71] Karp, A.H. 1973, ApJ, 180, 895
- [72] Karp, A.H. 1975, ApJ, 201, 641
- [73] Kennicutt et al., 1998, ApJ, 498, 181
- [74] Kervella, P., Ségransan, D., Coudé du Foresto, V. 2004 A&A 425, 1161
- [75] Kolláth, U. H., Buchler, J. R., & Csubry, Z. 2002 A&A, 385, 932K

- [76] Kovtyukh, V.V., Andrievsky, S.M., 1999, A&A, 350, L55
- [77] Kovtyukh, V.V., Andrievsky, S.M., Luck, R.E, et al., 2003, A&A, 401, 661
- [78] Kraft, R. P., 1960a, Ap. J., 131, 330
- [79] Kraft, R. P., 1960b, Ap. J., 132, 404
- [80] Kraft, R.P., 1956, PASP, 68, 137
- [81] Kraft, R.P., 1967, IAU 28, p. 207
- [82] Kuhfuss, R. 1986, A&A 160, 116
- [83] Kurucz, R. L. 1992, IAU Symp. 149, 149, 225
- [84] Labeyrie A., 1975, Astroph. J. 196, L71.
- [85] Labeyrie A. et al., 1986, A&A 162, 359.
- [86] Lane, B. F., Creech-Eakman, M. & Nordgren, T. E. 2002, ApJ, 573, 330
- [87] Laney, C. D., and Stobie, R. S., 1995, MNRAS, 274, 337
- [88] Lanoix et al., 1999, MNRAS, 308, 969
- [89] Lawson, P. R., 1999, Ed. P. R. Lawson
- [90] Leavitt, H. S., 1908, Harvard Obs. Ann. 60, 87
- [91] Léna P. & Quirrenbach A. SPIE 4006 (2000).
- [92] LeVeque, R.J. 1990, Numerical Methods for Conservation Laws, Birkhäuser-Verlag, Basel
- [93] Macri, L. M., 2005, ASP Conference Series, Vol. TBA, astro-ph/0507648
- [94] Madore, B. F., and Freedman, W. L., 1991, PASP, 103, 933M
- [95] Madore, B. F., and Freedman, W. L., 1998, ApJ, 492, 110M
- [96] Marengo M., Sasselov D. D., Karovska M., et al., 2002, ApJ, 567, 1131
- [97] Marengo M., Karovska M., Sasselov D. D., et al. 2003, ApJ, 589, 975
- [98] Marengo M., Karovska M., Sasselov D. D., et al. 2004, ApJ, 603, 285
- [99] Mayes et al., 1985, A&A, 142, 48
- [100] Mérand, A., Kervella, P., Coudé Du Foresto, V., et al. 2005, A&A, 438, 9
- [101] Michelson A. A., 1920, Astroph. J. 51, 257.
- [102] Mignard, F., 2005, Overall Science Goals of the Gaia Mission, Proceedings of the Symposium The Three-Dimensional Universe with Gaia, ESA SP-576, 5.

- [103] Montañés Rodríguez P., Jeffery C.S., 2001, *ApJ* 375, 411
- [104] Mourard, D., Bonneau, D., Koechlin, L., et al., 1997, *A&A*, 317, 789
- [105] Mourard, D. & Nardetto, N., 2005a, Colloquium “Stellar Pulsation And Evolution”, Rome
- [106] Mourard, D., et al., 2005b, *Proc. ESO Conf.*, Garching
- [107] Mozurkewich, D., Johnston, K. H., Richard, S. S., et al. 1991, *AJ*, 101, 2207
- [108] Nordgren, T. E., Armstrong, J. T., Germain, M. E., et al. 2000, *ApJ*, 543, 972
- [109] Parsons, S. B. 1972, *ApJ*, 174, 57
- [110] Perryman, M.A.C., et al., *A&A* 323, L49-L52 (1997)
- [111] Persson et al., 2004, *ApJ*, 128
- [112] Petterson, O.K.L., Cottrell, P.L., and Albrow, M.D. 2004, *MNRAS*, 350, 95
- [113] Petrov, R., et al. 2005, *Proc. ESO Conf.*, Garching
- [114] Sabbey, C. N., Sasselov, D. D., Fieldus, M. S., et al. 1995, *ApJ*, 446, 250
- [115] Sandage, A., and Tammann, G. A., 1968, *Ap. J.*, 151, 531
- [116] Sasselov, D.D., Lester J. B., Fieldus M. S., 1989, *ApJ*, 337, L29
- [117] Sasselov D. D., Lester J. B., Fieldus M. S., 1990, *ApJ*, 362, 333
- [118] Sasselov, D. D., 1993, *Ap&SS*, 210, 329S
- [119] Shapley, H., 1918, *Ap. J.*, 48, 89
- [120] Stellingwerf, R.F. 1982, *ApJ* 262, 330
- [121] Stephan H., *C. R. Acad. Sc. Paris* 76, 1008 (1874).
- [122] Stother, R. B., 1988, *ApJ*, 329, 712S
- [123] Szabados, L., 1989, *MNRAS*, 242, 285
- [124] Schwarzschild, M., 1952, Cambridge University Press, Cambridge, p. 811
- [125] Tammann, G. A., and Reindl, B., 2002, *Blatic Astronomy*, vol. 11, 297
- [126] Tammann et al., 2003, *A&A*, 404, 423
- [127] Trinh Xuan Thuan, “La mélodie secrète. Et l’homme créa l’univers” - Gallimard (1991).
- [128] Udalski, A., Szymanski, M., Kubiak, M. et al., 1999, *Acta Astronomica*, 49, pp.201-221
- [129] Van Hoof, A. & Deurinck, R. 1952, *ApJ*, 115, 166



- [130] Wesselink, A. J., 1946, Bull. Astron. Inst. Neth. 10,91
- [131] Welch, D. L., AJ, 108, 1421
- [132] Whitelock, U. H., et Feast, M., 2000, MNRAS, 319, 759W
- [133] Whitelock et al. 2003, MNRAS, 342, 86W
- [134] Wuchterl, G., Feuchtinger, M.U. 1998, A&A 340, 419
- [135] Yecko, P.A., Kollath, Z., Buchler, J.R. : 1998, A&A 336, 553
- [136] Zhevakin, S. A., 1959, Russ. Astrophys. J., 36, 996, translated in Soviet Astrophys. J. 3, 913 (1960)



# Résumé

Avec l'avènement du VLTI<sup>1</sup> il est désormais possible de calibrer de manière quasi-géométrique les relations période-rayon, période-luminosité (P-L) et brillance de surface des Céphéides. La méthode de la parallaxe de pulsation, appliquée à partir des observations VINCI<sup>2</sup> du VLTI, a permis la détermination de distance de sept Céphéides Galactiques. Pour  $\ell$  Car, la plus résolue d'entre elles, la précision obtenue est de 5%. Le point-zéro de la relation P-L a également été déterminé avec une précision de 0.08 magnitude.

Les mesures interférométriques fournissent la variation du diamètre angulaire de l'étoile sur tout le cycle de pulsation, tandis que la variation du diamètre linéaire est déterminée par une intégration temporelle de la vitesse pulsante photosphérique ( $V_{puls}$ ) de l'étoile. Or la détermination de cette dernière, à partir du décalage Doppler de la raie spectrale ( $V_{rad}$ ) est extrêmement délicate. En effet les raies spectrales des Céphéides présentent une asymétrie du fait d'une double intégration : sur l'ensemble du disque de l'étoile, et en profondeur à travers les couches atmosphériques. La raie contient ainsi une quantité impressionnante d'informations : vitesse pulsante photosphérique, assombrissement centre-bord, effets de turbulence, vitesse de rotation, gradients de vitesse, dynamique atmosphérique. L'ensemble de cette information est généralement concentré dans un nombre supposé constant avec la phase, le facteur de projection, défini par  $p = V_{puls}/V_{rad}$ .

Je montre d'abord, grâce à un modèle géométrique simple, que la méthode du premier moment de la raie spectrale pour la détermination de la *vitesse radiale* est indépendante de la rotation et de la largeur intrinsèque du profil spectral. Par contre cette vitesse reste sensible à l'assombrissement centre-bord, ainsi qu'à la dynamique atmosphérique de l'étoile.

Ensuite, les gradients de vitesse dans l'atmosphère des Céphéides, posent la question de la définition de la *vitesse pulsante*. Premièrement, un modèle hydrodynamique a permis d'étudier les gradients de vitesse dans l'atmosphère de  $\delta$  Cep. La différence de vitesse obtenue entre la vitesse photosphérique et la vitesse associée à la zone de formation de la raie, affecte le facteur de projection et donc la distance à un niveau de 6%. Deuxièmement, en comparant le modèle géométrique simple à des observations à haute résolution spectrale HARPS<sup>3</sup> de neuf Céphéides, l'impact de la dynamique atmosphérique des étoiles sur l'asymétrie des raies spectrales a été mis en évidence. On constate en particulier que la moyenne des courbes d'asymétrie en fonction de la phase est corrélée à la période de l'étoile et d'une certaine manière aux gradients de vitesse dans l'atmosphère. Troisièmement, le modèle hydrodynamique a permis de faire le lien entre les gradients de vitesse dans l'étoile, le facteur de projection, et les observables spectro-interférométriques. Ceci pourrait constituer un moyen supplémentaire pour contraindre observationnellement le facteur de projection.

La connaissance du facteur de projection dans le cadre du futur survey AMBER<sup>4</sup> est cruciale. Nous envisageons de déterminer la distance d'une trentaine de Céphéides à mieux que 5%, afin de calibrer le point zéro de la relation P-L avec une précision de 0.01 magnitude.

*Mots clefs : Céphéides, Distances, atmosphère, interférométrie, spectrométrie, modélisation*

---

<sup>1</sup>Very Large Telescope Interferometer situé au Chili

<sup>2</sup>Vlt Interferometer Commissioning Instrument

<sup>3</sup>High Accuracy Radial velocity Planetary Search project

<sup>4</sup>Astronomical Multiple BEam Recombiner